УДК 621.311

СПЕКТРАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ УСТОЙЧИВОСТИ И УПРАВЛЕНИЯ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

И.Б. Ядыкин
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: jad@ipu.ru

А.Б. Искаков
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: isk_alex@mail.ru

Ключевые слова: электроэнергетические системы, переходная и статическая устойчивость, оценка и прогноз состояния, прямые методы Ляпунова, энергетические функционалы, спектральные разложения, метод субграмианов.

Аннотация: В настоящем докладе приводится краткий обзор применения спектральных методов для анализа устойчивости и управления в электроэнергетических системах. Дается описание базового метода спектральных разложений грамианов и обзор основных теоретических и практических результатов, полученных в ходе применения и развития этого метода за последние пять лет.

1. Введение

Современная генерация и распределение электроэнергии быстро меняются благодаря распространению возобновляемых источников энергии, появлению новых накопителей и активному выходу потребителей на энергетический рынок. Приоритетным направлением развития электроэнергетических систем (ЭЭС) в промышленно развитых государствах становится сегодня разработка и внедрение в эксплуатацию новых технологий «Умных Сетей» (Smart Grids) и «Локальных Сетей» (Micro Grids). Эти технологии включают в себя системы мониторинга переходных режимов (СМПР), двунаправленные потоки энергии в системе, управление потребителем своим энергопотреблением, включение в сеть источников возобновляемой энергии и накопителей энергии, системы автоматического взаимодействия генераторов и потребителей и другие. Критическим условием внедрения этих технологий является повышение надежности ЭЭС и возможность управления ее устойчивостью в режиме реального времени.

Спектральный метод является базовым при оценивании степени устойчивости сложных ЭЭС. Он также широко используется в различных алгоритмах управления и оптимизации энергосистем. Этот метод основывается на вычислении спектра матрицы динамики линеаризованной модели системы. Термины «селективный модальный анализ» и «факторы участия» возникли в работах [1, 2] при анализе энергосистем большой размерности. Факторы участия позволяют анализировать соотношение между переменными состояния и собственными значениями линеаризованной динамической модели. Они также были интерпретированы в терминах стохастического усреднения, энергии мод, а также их наблюдаемости, управляемости и мобильности [3, 4]. В более широком смысле под селективным модальным анализом можно понимать методы быстрого вычисления собственных чисел и векторов матрицы в той части ее спектра, которая обладает заданными свойствами. Эффективными методами выделения критических мод являются QR-метод, метод обратных итераций, метод Ланцоша [5], модифицированный метод Арнольди [6], вычисление спектра доминирующих полюсов [7] и метод матричных сигнум функций [8].

Не претендуя на полноту, приведем примеры характерных задач, возникающих при исследовании устойчивости и управлении в современных электроэнергетических системах, в которых эффективно применяются спектральные методы. Выделение опасных межрайонных колебаний методами селективного модального анализа [9,10]. Определение доминирующих в энергосистеме центров качаний и соответствующих им критических «коридоров» на графе сети [11]. Задача предсказания устойчивости качаний в нестационарной энергосистеме в режиме реального времени [12]. Выбор оптимального расположения элементов СМПР и настройки системных регуляторов на графе энергетической системы [13]. Алгоритмы оптимального деления сети при авариях на основе методов спектрального кластерного анализа [14, 15]. Балансирование генерации и потребления в микросетях с распределенным управлением [16, 17]. Задача об оптимальном потокораспределении (optimal power flow problem) на графе сети (см. обзор в [18]).

2. Метод спектральных разложений грамианов

Альтернативный подход к стандартному модальному анализу был предложен в [19, 20]. В этих работах решение уравнений Ляпунова было выражено посредством суммы эрмитовых матриц, соответствующих либо отдельным собственным числам матрицы динамики, либо их парным комбинациям. Каждая собственная часть была названа субграмианом. Наиболее близкой к развиваемому в проекте методу субграмианов является литература, в которой спектральные свойства решений уравнений Ляпунова были использованы для уменьшения размерности больших динамических систем. В частности, в [21] были получены спектральные разложения квадрата H_2 нормы передаточной функции по ее полюсам, которые были применены к построению аппроксимирующих моделей динамических систем пониженной размерности. Близкие идеи были также недавно опубликованы в [22].

Рассмотрим динамическую систему в $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ – представлении. Для анализа стационарного состояния этой системы используется следующее алгебраическое уравнение Ляпунова:

(1) $$\mathbf{A}^*\mathbf{P} + \mathbf{P}\,\mathbf{A} = -\,\mathbf{Q}\,, \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^*.$$

где $(\cdot)^*$ обозначает комплексное сопряжение матрицы. Решение $\mathbf{P}$ этого матричного уравнения называется *бесконечным грамианом*. Чаще всего для анализа систем используются *грамианы управляемости* $\mathbf{P}_C$ *и наблюдаемости* $\mathbf{P}_O$, когда в качестве эрмитовой матрицы выбираются $\mathbf{Q} = \mathbf{B}\,\mathbf{B}^* > \mathbf{0}$ и $\mathbf{Q} = \mathbf{C}^*\mathbf{C} > \mathbf{0}$ соответственно. Для простоты дальнейшего изложения будем считать, что матрица системы $\mathbf{A}$ имеет простой спектр $\sigma(\mathbf{A})$. Определим матричные вычеты $\mathbf{R}_i$ как коэффициенты в разложении резольвенты матрицы $\mathbf{A}$:

(2) $$(\mathbf{I}s - \mathbf{A})^{-1} = \frac{\mathbf{R}_1}{s-\lambda_1} + \frac{\mathbf{R}_2}{s-\lambda_2} + \cdots + \frac{\mathbf{R}_n}{s-\lambda_n}\,.$$

Если $\lambda_i^* + \lambda_j \neq 0$ для всех $\lambda_i, \lambda_j \in \sigma(\mathbf{A})$, то для любой матрицы $\mathbf{Q}$ существует единственное решение уравнения Ляпунова (1), которое можно представить в виде:

(3) $$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^{n} \widetilde{\mathbf{P}}_i = \sum_{i,j=1}^{n} \mathbf{P}_{ij}\ , \widetilde{\mathbf{P}}_i = \sum_{j=1}^{n} \mathbf{P}_{ij}\ ,$$

(4) $$\widetilde{\mathbf{P}}_i = -\left\{\mathbf{R}_i^* \mathbf{Q}\,(\lambda_i^* \mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1}\right\}_{Herm}, \mathbf{P}_{ij} = \left\{\frac{-1}{\lambda_i^* + \lambda_j}\ \mathbf{R}_i^*\ \mathbf{Q}\ \mathbf{R}_j\right\}_{Herm}\ ,$$

где $\{\cdots\}_{Herm}$ – эрмитовая часть матрицы, а $\mathbf{R}_i$ и $\mathbf{R}_j$ – матричные вычеты, определенные в (2) и соответствующие собственным числам $\lambda = \lambda_i$ и $\lambda = \lambda_j$. Каждая собственная часть $\widetilde{\mathbf{P}}_i$ или $\mathbf{P}_{ij}$ в выражениях (4) была названа *субграмианом*. Она характеризует вклад соответствующих собственных мод или их пар в вариацию энергии системы, определяемую соответствующим грамианом на бесконечном интервале времени.

3. Основные результаты по развитию и применению метода субграмианов

1) На основе метода субграмианов были получены аналогичные *спектральные разложения для квадрата* H_2 *нормы передаточной функции*, вычисление которых может оказаться существенно проще в практической реализации, чем вычисление разложений грамианов. Спектральные разложения квадрата H_2 нормы передаточной функции с кратными полюсами были получены с использованием вычетов передаточной функции и их производных. [23, 24].

2) Сформулирована и решена задача разработки принципов построения и алгоритмов *иммунной интеллектуальной системы мониторинга статической устойчивости ЭЭС* на основе методов ассоциативного поиска, мультиагентного управления и спектральных разложений грамианов [25]. Основная идея данного подхода состоит в формировании текущей дискретной динамической модели на основе методов ассоциативного поиска, основанного на использовании технологических архивов и интеллектуального анализа данных, и формировании оценки риска потери устойчивости электроэнергетической системы с помощью спектральных разложений грамианов для текущей модели. Виртуальный анализатор риска потери устойчивости реализуется на основе использования мультиагентных технологий, которые применяются также для построения иммунной интеллектуальной системы управления устойчивостью ЭЭС.

3) *Спектральные разложения* грамианов для систем с непрерывным временем были распространены на *решения дискретных алгебраических уравнений Ляпунова и Сильвестра* для матриц с простым и кратным спектром [26]. Показано, что матрица решения уравнения при выполнении условия, что все собственные числа матриц левой части уравнения находятся внутри единичного круга, может быть вычислена как конечная сумма матричных билинейных квадратичных форм, образованных произведениями матриц Фаддеева, получаемых путем разложения резольвент матриц уравнения Ляпунова. Для линейной автономной дискретной стационарной динамической системы, возбуждаемой векторным случайным процессом с некоррелированными стохастическими величинами и нулевыми математическими ожиданиями получены аналитические выражения разложения асимптотической матрицы дисперсий состояний системы. Эти выражения являются спектральными разложениями матрицы дисперсий по комбинационному, кратному или простому спектру матрицы динамики системы.

4) Разработан метод энергетических функционалов *исследования устойчивости* линейных непрерывных динамических *систем, функционирующих вблизи границы устойчивости* [24]. Эффективным методом анализа статической устойчивости является выделение доминирующих слабоустойчивых мод и построение асимптотических моде-

лей субграмианов для групп мод. Получены асимптотические выражения субграмианов в случае наличия одной, двух или трех слабоустойчивых мод. Разработанный метод был *применен для анализа статической устойчивости модели реальной ЭЭС* электросети на острове Русский. При этом была подтверждена принципиальная возможность использования субграмианов для идентификации резонансного взаимодействия между слабоустойчивыми собственными осцилляциями в системе, находящейся вблизи границы устойчивости [23, 24].

5) Решена задача вычисления *спектрального разложения решения матричных дифференциальных уравнений Ляпунова и Сильвестра*, которые называются конечными грамианами, с учетом ненулевых начальных условий матриц для простых и кратных собственных чисел матриц динамики [27]. Спектральные разложения конечных грамианов автономных систем аналогичны спектральным разложениям соответствующих бесконечных грамианов. Метод дает точное решение уравнения Ляпунова в частотной области, основанное на разложении матрицы решения по спектру матрицы уравнения Ляпунова независимо от того, является ли этот спектр простым или кратным, устойчивой или неустойчивой является динамическая система. Использование оценок риска потери устойчивости для случая конечных грамианов позволяет получить прогноз риска на заданном временном отрезке. В частности, была продемонстрирована возможность применять конечные субграмианы для *оценки устойчивости ЭЭС в случае медленных переходных процессов.*

6) Полученные ранее *спектральные разложения* для решений непрерывного и дискретного уравнений Ляпунова были *обобщены на более широкий класс решений уравнений М.Г. Крейна* [28]. Предложен новый метод вывода спектральных разложений для решения этих уравнений, основанный на теореме М. Крейна о существовании интегрального представления соответствующих решений. Новый подход позволяет получить по единой схеме спектральные разложения для алгебраического и дискретного уравнений Ляпунова, а также для двучленного уравнения Сильвестра. В отличие от предыдущих работ, в которых спектральные разложения исследовались с использованием матриц Фаддеева, в данной работе разложения сформулированы в более общей формулировке, использующей вычеты резольвент матриц.

7) Сформулирована и решена задача *спектрального разложения решения* дискретных матричных уравнений Ляпунова *для дискретных билинейных динамических систем* [29]. Для построения решения использована предложенная Чанг и Лэм итеративная процедура [30], состоящая в том, что на каждом шаге итерации решается уравнение Ляпунова линейной части, в котором правая часть представляет собой матрицу решения билинейного уравнения Ляпунова, полученную на предыдущей итерации. Грамиан билинейной системы, являющийся решением уравнения Ляпунова, представляет собой матричный ряд Вольтерра. Выведены формулы спектральных разложений итеративного процесса вычисления грамианов управляемости и наблюдаемости дискретных билинейных систем. Полученные спектральные разложения дают возможность реализовать процедуры сбалансированного отсечения в задаче упрощения математической модели билинейной системы с учетом спектральных свойств матрицы динамики ее линейного приближения, а также вычислять энергетические функционалы с помощью предложенных итеративных процедур.

8) Получены первые результаты *применения метода грамианов для настройки параметров в подвеске автомобиля и для медицинской диагностики* [31, 32]. В частности, модель кинетики подсистемы инсулина описывает процесс абсорбции инсулина быстрого действия в поджелудочной железе, причем передаточная функция модели зависит от максимального времени абсорбции инсулина. Квадрат H_2 -нормы передаточной функции определяет энергетический баланс виртуальной энергии. Вычисление энерге-

тических функционалов и анализ их составляющих позволяет выявить аномалии баланса энергии и оценить развитие процесса абсорбции инсулина во времени.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта № 17-08-01107-а.

Список литературы

1. Verghese G.C., Perez–Arriaga I.J., Schweppe F.C. // IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems. 1982. Vol. 101, No. 9. P. 3126-3134.
2. Perez-Arriaga I.J., Verghese G.C., Pagola F.L., Sancha J.L., Schweppe F.C. // Automatica. 1990. Vol. 26, No. 2. P. 215-231.
3. Abed E.H., Lindsay D.I., Hashlamoun W.A. // Automatica. 2000. Vol. 36. P. 1489-1496.
4. Tawalbeh N.I.A., Hamdan A.M.A. // Engineering Sciences. 2010. Vol. 37, No. 2. P. 226-232.
5. Wang L., Semlyen A. // IEEE Trans. on Power Systems. 1990. Vol. 5. No. 2., P. 635-642.
6. Rommes J. // Math. Comput. 2008. Vol. 77. No. 262. P. 995-1015.
7. Martins N. // IEEE Trans. on Power Systems. 1997. Vol. 12, No. 1. P. 245-254.
8. Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. // Automation and Remote Control, 2008. Vol. 69, No. 2. P. 198-222.
9. Pal A., Thorp J.S. // Innovative Smart Grid Technologies (ISGT). Proceedings of IEEE PES. 2012. DOI: 10.1109/ISGT.2012.6175535.
10. Liu C., Cai G., Yang D., Sun Zh., Zhang M. // The Open Electrical & Electronic Engineering Journal. 2016. Vol. 10. P. 88-100.
11. Chompoobutrgool Y., Vanfretti L. // IEEE Trans. on Power Systems. 2013. Vol. 28, No. 3. P. 2798-2807.
12. De La Ree, J., Centeno, V., Thorp, J.S., Phadke, A.G. // IEEE Trans. on Smart Grid. 2010. Vol. 1, No. 1. P. 20-27.
13. Manousakis N.M., Korres G.N., Georgilakis P.S. // Proceedings of the International Conference on Intelligent System Application to Power Systems (ISAP), 2011. DOI: 10.1109/ISAP.2011.6082183.
14. Li H., Rosenwald G.W., Jung J., Liu C.C. // Proceedings of IEEE. 2005. Vol. 93, No. 5. P. 918-933.
15. Sanchez-Garcia R.J., Fennelly M., Norris S., Wright N., Niblo G., Brodzki J., Bialek J.W. // IEEE Trans. on Power Systems. 2014. Vol. 29, No. 5. P. 2229-2237.
16. Tucci M.. Meng L., Guerrero J.M., Ferrari-Trecate G., arXiv:1603.03624 [cs.SY] 6 Mar 2017.
17. De Persis C., Weitenberg E.R., Dorfler F. // Automatica. 2018. Vol. 89. P. 364-375.
18. Frank S., Steponavice S., Rebennack S. // Energy Systems, 2012. Vol. 3, No. 3. P. 221-258.
19. Yadykin, I.B. // Automation and Remote Control. 2010. Vol. 71. No. 6. P. 1011-1021.
20. Yadykin I.B., Iskakov A.B., Akhmetzyanov A.V. // Int. J. Robust Nonlin. Control. 2014. Vol. 24. P. 1361-1379.
21. Antoulas A.C., Approximation of Large-Scale Dynamical Systems. Philadelphia: SIAM, 2005.
22. Zubov N.E., Zybin E.Yu., Mikrin E.A., Misrikhanov M.Sh., Ryabchenko V.N. // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2017. Vol. 56, No. 1. P. 1-18.
23. Yadykin I.B., Kataev D.E., Iskakov A.B., Shipilov V.K. // Control Eng. Practice. 2016. Vol. 53. P. 173-183.
24. Ядыкин И.Б., Искаков А.Б. // Автоматика и телемеханика. 2016. № 12. С. 37-58.
25. Бахтадзе Н.Н., Моржин Ю.Н., Ядыкин И.Б. // Автоматизация в промышленности. 2012. № 4. С. 61-64
26. Ядыкин И.Б. // Доклады Академии наук. 2016. Т. 468, № 3. С. 264-267.
27. Yadykin I.B., Grobovoy A.A., Iskakov A.B., Kataev D.E., Khmelik M.S. // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 30. C. 548-553.
28. Ядыкин И.Б., Искаков А.Б. // Доклады академии наук. 2017. Т. 472, № 4. С. 388-392.
29. Yadykin I., Lototsky V., Bakhtadze N., Maximov E., Nikulina I. // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51, No. 11. P. 897-902.
30. Zhang L., Lam J. // Automatica. 2002. Vol. 38. P. 205-216.
31. Kataev D.E., Kutyakov E.Y., Vershinin Yu. // Proceedings of the XI International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD 2018). IEEE Xplore Digital Library. No.8551798. 2018.
32. Yadykin I., Galyaev I., Proceedings of the XI International Conference "Management of large-scale system development" (MLSD 2018). IEEE Xplore Digital Library. No.8551802. 2018.