УДК 519.218.4:62.5

СТРАТЕГИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫМИ ЗАТРАТАМИ ДЛЯ МОДЕЛИ ГНЕДЕНКО - ВЕЙБУЛЛА

В.Н. Русев

РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

Россия, 119991, г.Москва, Ленинский пр., 65

E-mail: rusev.v@gubkin.ru

И.А. Седых

ПАО «Газпром»

Россия, 117997, г.Москва, ул. Наметкина, 16

E-mail: i.sedykh@adm.gazprom.ru

А.В. Скориков

РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина

Россия, 119991, Москва, Ленинский пр., 65

E-mail: skorikov.a@gubkin.ru

Ключевые слова: распределение Гнеденко - Вейбулла, функция восстановления, мониторинг надёжности, блоковая политика замен, компьютерное моделирование в среде Wolfram Mathematica.

Аннотация: Предполагается, что время безотказной работы объектов системы описывается с помощью двухпараметрического распределения Гнеденко - Вейбулла. Для обеспечения надёжного и эффективного функционирования технологических объеков используется стратегия «блоковой (групповой) политики замен»

1. Введение

Согласно государственному стандарту ГОСТ Р 27.606 – 2013 «Планово - профилактические ремонты или замены полезны в случаях, когда отказы одной или нескольких ключевых составных частей изделия имеют четко выраженный износовый и/или усталостный характер, что соответствует описанию вероятности подобных отказов или двухпараметрическим распределением Гнеденко - Вейбулла. Зная параметры формы и масштаба этого распределения, можно установить рациональные значения периодичности профилактического обслуживания или замен этих составных частей». Поэтому, с позиций разработки мониторинговых систем оценивания факторов надёжности элементов, для достижения оптимального плана технического обслуживания и ремонта, изучение, расчет с использованием модели Гнеденко-Вейбулла наработки стареющего элемента является весьма актуальной проблемой.

2. Оптимальная стратегия профилактического обслуживания

По ГОСТ Р 27.606 –2013 : «Если же отказ не несет угроз безопасности, но ведет к утрате изделием готовности к применению по назначению, то периодичность замен устанавливают, исходя из заданного уровня готовности, обеспечиваемого при оптимальных затратах, включающих в себя, в том числе, стоимость заменяемых изделий и экономический ущерб от отказов». Таким образом, необходим баланс между суммой, потраченной на профилактическое обслуживание, и суммой на замены при внезапном отказе. Применяем стратегию технического обслуживания, известную как «групповую или блоковую политику замен» («block replacement policy – BRP») [1, 2]. Предполагается, что объект заменяется новым изделием при постоянной длине интервала замен t_p, независимо от возраста объекта, а также замены объекта происходят столько раз, сколько требуется на интервале $(0,\ t_p)$ при внезапных отказах объекта. Пусть C_p – средняя стоимость профилактического обслуживания, C_f – средняя стоимость восстановления при отказе $(C_p < C_f)$. Средняя стоимость на интервале $(0,\ t_p)$ профилактического обслуживания и восстановления после отказа равна $C_p + C_f\, H(t_p)$, где $H(t_p)$ – среднее число восстановлений на интервале $(0,\ t_p)$. В качестве критерия оптимальности рассматривается средняя стоимость эксплуатационных затрат в единицу времени (удельная стоимость затрат):

$$R(t_p) = \frac{C_p(1 + c_o H(t_p))}{t_p}, \tag{1}$$

где $c_o = C_f/C_p$ – коэффициент затрат. Точка минимума функции (1) дает соответствующее значение периода оптимального профилактического обслуживания.

В работе [3] рассмотрена подобная стратегия замен по эксплуатационным затратам (стратегия 1). В статье авторов [4] уточняются границы применимости такой стратегии. Существенное значение здесь имеет точность вычисления функции восстановления, так как для распределения Гнеденко - Вейбулла возможно только приближенное нахождение функции восстановления. Для вычисления функции восстановления используются аналитические и численные аппроксимации: производящих функций моментов, правых узлов, средних, линейных сплайнов, которые обеспечивают необходимую точность при вычислениях в пакете Wolfram Mathematica, опубликованные авторами в статьях [4, 5].

Известно, что в точке t_0 экстремума

$$R(t_0) = C_f H'(t_0) = C_f h(t_0),$$

т. е. значение функции $R(t)$ определяется плотностью восстановления $h(t_0)$. Более того, можно доказать равенство

$$R''(t_0) = \frac{C_f H''(t_0)}{t_0}. \tag{2}$$

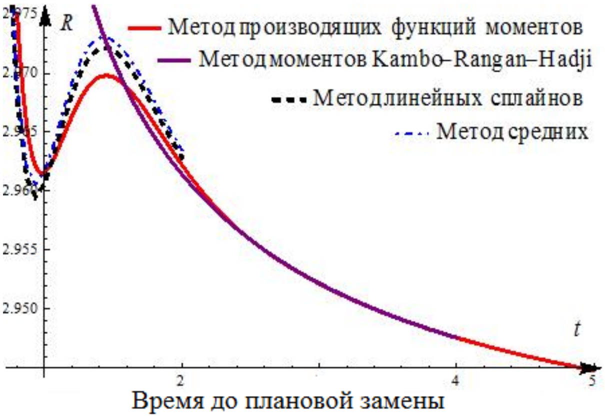

Рис. 1. Аппроксимации удельной стоимости затрат R(t) для распределения Рэлея (коэффицент формы $\beta = 2$) при коэффициенте затрат 2,6

Из равенства (2) следует, что характер выпуклости функции $R(t)$ в точках экстремума совпадает с характером выпуклости функции $H(t)$ и осцилляция функции восстановления согласуется с осцилляцией средней стоимости эксплуатационных затрат. Известным достаточным условием существования минимума функции $R(t)$ является условие на коэффициент затрат c_o [6, 7] , имеющее в наших обозначениях вид:

$$c_o > \frac{2}{1 - CV^2}, \tag{3}$$

где $CV^2 = \sigma^2/\mu^2$ – квадрат коэффициента вариации. Отметим, что условие (3) не является необходимым. Приведем иллюстрацию данного утверждения, служащую контрпримером условию (3). Рассмотрим распределение Рэлея, для которого ограничение (3) означает, что $c_o > 2,8$. Однако, как видно из графика (рис. 1) при значении коэффициента $c_o = 2,6$, не удовлетворяющему условию (3), функция $R(t)$ имеет вполне конкретный минимум. Более того, при этом же коэффициенте затрат функция стоимости имеет еще и максимум. Иными словами, при большем значении интервала профилактического обслуживания можно попасть в точку максимума затрат.

Отмеченная осцилляции критерия (1) ранее не была известна.

Заметим, что применение критерия (1) для определения времени оптимального профилактического обслуживания требует достаточно точного вычисления функции восстановления. Сравнение графиков (рис. 2) критерия (1) показывает значительное расхождение графиков $R(t)$ при вычислении функции восстановления по методу производящих моментов или дискретизацией с графиком $R(t)$ по методу [8] с использованием трёх моментов.

В случае отсутствия экстремума наименьшее значение функции $R(t)$ достигается на ∞. Из асимптоты Смита

$$H(t) = \frac{1}{\mu}t + \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma^2 - \mu^2}{\mu^2}\right), \quad t \to \infty,$$

следует, что $R(\infty) = C_f/\mu$ является наименьшим значением функции стоимости. Поэтому в этом случае оптимальным значением срока службы будет Гамма - процентная наработка до отказа.

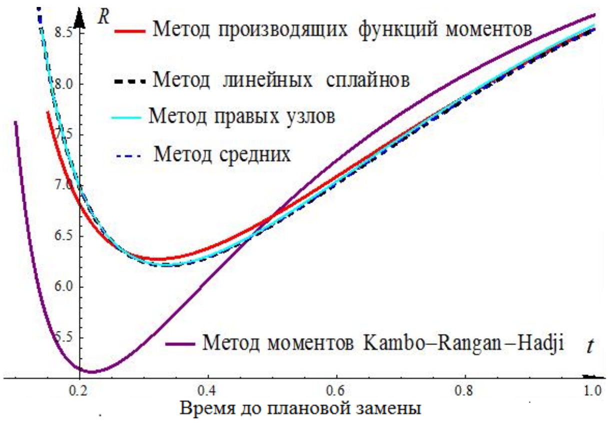

Рис. 2. Аппроксимации удельной стоимости затрат R(t) для распределения Рэлея при коэффициенте затрат 10

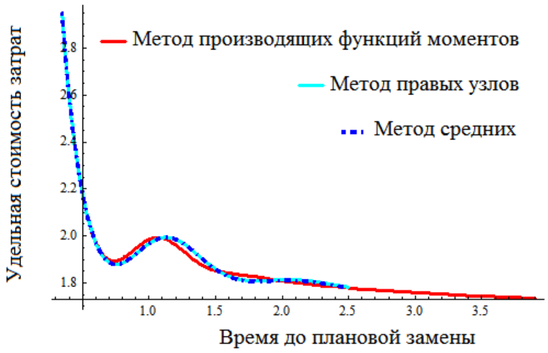

Рис. 3. Аппроксимации удельной стоимости затрат R(t) для распределения Гнеденко-Вейбулла (коэффицент формы $\beta = 4$) при коэффициенте затрат 1,5

При больших показателях формы ($\beta \geqslant 4$) распределения Гнеденко-Вейбулла, когда дисперсия наработки до отказа объекта сравнительно мала, осцилляция удельной стоимости эксплуатационных затрат велика даже при незначительных превышениях потерь при отказах над стоимостью плановых замен (рис. 3).

3. Заключение

В работе установлены следующие результаты с позиций модели наработки Гнеденко-Вейбулла деградирующих элементов:

получены уточнения границ применимости стратегии замен по эксплуатационным затратам;

установлено, что характер выпуклости удельной стоимости затрат как функции времени в точках экстремума совпадает с характером выпуклости функции восстановления;

продемонстрировано, что достаточное условие существования минимума удельной стоимости затрат, предложенное ранее в [6, 7] , не может быть в тоже время необходимым условием;

обнаружена осцилляция критерия оптимальности средней стоимости эксплуатационных затрат в единицу времени.

Проблема нахождения точных достаточных условий существования минимума функции $R(t)$ остается открытой.

Список литературы

1. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надежности. М.: Советское радио. 1969. 488 с.
2. Jardine A.K.S., Tsang A.H.C. Maintenance, Replacement, and Reliability: Theory & Applications. London, N.-Y.: Boca Raton, CRC/Taylor and Francis, 2006. 330 p.
3. Лубков Н.В.Оптимизация срока службы оборудования по критерию эксплуатационных затрат // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. С. 180-190.
4. Русев В.Н., Скориков А.В. Аппроксимации функции восстановления и стратегия управления эксплуатационными затратами. Труды ИПУ РАН. № 4. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2018. С. 28-35.
5. Rusev V., Skorikov A On solution of renewal equation in the weibull model // Reliability: Theory & Applications. 2017. Vol. 12, No. 4 (47). P. 60-67.
6. Hanscom M.A., Cleroux R. The block replacement problem // J. Statist. Comput. Simul. 1978. Vol. 3. P. 233-248.
7. Berg M. A marginal cost analysis for preventive maintenance policies // European Journal of operational Research. 1980. No. 4. P. 136-142.
8. Kambo N.S., Rangan A., Ehsan Moghimi Hadji E. Moments based approximation to the renewal function // Communications in Statistics – Theory and Methods. 2012. Vol. 41. P. 851-868.