

УДК 517.977, 530.145, 159.9.072

# КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ: МЕТОДОЛОГИЯ И МАТЕМАТИКА УПРАВЛЕНИЯ

**И.А. Суров**

*Университет ИТМО*

199034, Россия, Санкт-Петербург, Биржевая линия, д. 14

E-mail: [surov.i.a@yandex.ru](mailto:surov.i.a@yandex.ru)

**Ключевые слова:** квантовая теория, методология, моделирование, когнитивно-поведенческие процессы, принятие решений.

**Аннотация:** В докладе представлена методология применения квантовой теории к моделированию многовариантных процессов. Изложены основы соответствующего понятийного и математического аппарата. Эффективность подхода продемонстрирована на примере предсказательного моделирования иррационально-вероятностных решений человека, а также на примере квантовой модели непрямого управления когнитивно-поведенческим состоянием объекта.

## 1. Понятийный и математический аппарат

Достижение целей управления предполагает воздействие на выбранный объект для приведения его в нужное состояние. Это возможно лишь при наличии у субъекта управления модели поведения управляемого объекта, позволяющей предсказывать его отклик на внешние воздействия.

Первая часть доклада содержит введение в понятийный и математический аппарат квантовой теории как абстрактного формализма для моделирования многовариантных процессов в природе. Во второй части доклада представлены примеры использования квантовой теории для моделирования поведения человека.

### 1.1. Неопределенность

Управляемый процесс (на языке состояний – динамика состояний объекта управления), по определению, является не предопределенным, т.е. имеет более одного варианта протекания. Многовариантность процессов управления в корне отличается от неопределенности времени отправления поезда для человека, не знающего расписания. Неопределенность последнего типа является *субъективной*, тогда как управление может осуществляться лишь *объективно* многовариантными процессами. Подобное различие субъективной и объективной неопределенности имеет место в физике, где они известны как *классическая* и *квантовая* неопределенность.

Сходство природы неопределенности в процессах управления и квантовых процессах позволяет использовать методологию и математический аппарат квантовой теории для решения задач управления [1]. Далее в этом разделе изложены основы понятийного и математического аппарата, применяемого для моделирования много-вариантных процессов.

## 1.2. Состояние

Состояние процесса – это алгоритмика разрешения неопределенности субъекта относительно варианта его протекания.

Состоянию процесса сопоставляется оператор  $\hat{\rho}$ , определяющий его отклик на возможные внешние факторы (предложения); последние представляются (в много-мерном пространстве возможностей) векторами  $|prop\rangle$  и  $|resp\rangle$ , так что

$$(1) \quad |resp\rangle = \hat{\rho} |prop\rangle .$$

Вероятность  $p$  реализации предложения определяется его похожестью на отклик, определяемой в простейшем случае как скалярное произведение соответствующих векторов

$$(2) \quad p(prop) = \langle prop | resp \rangle = \langle prop | \hat{\rho} | prop \rangle .$$

Если рассматриваемая неопределенность является классической, т.е. обусловленной неинформированностью субъекта относительно уже определившегося состояния процесса, то в базисе рассматриваемых альтернатив оператор  $\hat{\rho}$  представляется диагональной матрицей, ненулевыми элементами которой являются вероятности нахождения объекта в соответствующих состояниях.

Если неопределенность является объективной, т.е. квантовой, то в базисе рассматриваемых альтернатив оператор  $\hat{\rho}$  представляется недиагональной матрицей. Ее диагональные элементы по-прежнему имеют смысл вероятностей реализации базисных альтернатив, тогда как ее недиагональные элементы отвечают за преобразование этих вероятностей при переходе к другому базису, т.е. при разрешении данной неопределенности в другой системе альтернатив.

## 1.3. Опыт

Классическая неопределенность разрешается посредством перезаписи соответствующей информации с целевой системы на носитель, доступный экспериментатору. Исход такого *измерения*, снимающего субъективную неопределенность экспериментатора, заранее предопределен. Рассмотренное выше узнавание субъектом времени отправления поезда (разд. 1.1.) является примером такого измерения.

Объективная т.е. квантовая неопределенность, напротив, не является разрешенной до момента измерения. При разрешении объективной неопределенности реализация одного из вариантов протекания рассматриваемого процесса, имеющихся в его квантовом состоянии, происходит *впервые*. Некорректное наделение данного акта свойствами классического измерения приводит к так называемым «квантовым парадоксам», в силу чего для его обозначения предпочтительно использовать другой термин, например *опыт*.

## 2. Квантовое моделирование когнитивно-поведенческих процессов

Поведение живых систем, и в частности человека, представляет собой пример объективно многовариантных процессов неопределенность которых относится к квантовому типу и не находит удовлетворительного описания ни в гуманитарных науках, ни в рамках методологии классической физики [2]. Квантовая теория, напротив, во многих случаях позволяет решить эту задачу метрологически-состоительным образом [3, 4]. Далее представлены два примера.

### 2.1. Моделирование иррационального поведения

Классическим экспериментом по наблюдению иррациональности поведения человека является решение играть ( $A$ ) или не играть в орлянку в трех ситуациях: когда предыдущий кон выигран ( $B_1$ ), проигран ( $B_2$ ), либо завершен с неизвестным исходом с вероятностями выигрыша и проигрыша 50/50; вознаграждение в случае выигрыша вдвое превышает потерю в случае проигрыша. Характерный результат такого эксперимента: статистическая вероятность решения «играть»  $p(A)$  в ситуации неопределенности значительно меньше, чем среднее от вероятностей  $p(A|B_{1,2})$  того же решения при определенности исхода предыдущего кона; в оригинальном эксперименте зафиксированы значения  $p(A) = 0.35$  при  $p(A|B_1) = 0.69$ ,  $p(A|B_2) = 0.59$  [5]. Такая статистика решений свидетельствует о том, что поведение испытуемых нирационально, а значит не может быть описано в рамках классической Булевой логики.

В квантовой модели для нахождения вероятности события  $A$  производится суммирование не вероятностей, а амплитуд возможных сценариев его реализации из исходного состояния испытуемых  $|\Psi\rangle$ :

$$(3) \quad \langle \Psi | A \rangle = \sum_{i=1}^2 \langle \Psi | B_i \rangle \langle B_i | A \rangle.$$

Вектор-состояние  $|\Psi\rangle$  связан с оператором алгоритики (1) как  $\hat{\rho} = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ , откуда согласно (2) искомая вероятность есть

$$(4) \quad p(A) = \langle A | \hat{\rho} | A \rangle = |\langle A | \Psi \rangle|^2 = \sum_{i=1}^2 p(A|B_i)p(B_i) + 2\delta \cos \theta,$$

где последнее слагаемое описывает отсутствующую в классической теории вероятности *интерференцию* неразрешенных когнитивно-поведенческих альтернатив  $B_{1,2}$  с амплитудой и фазой

$$(5) \quad \begin{aligned} \delta &= \sqrt{p(A|B_1)p(B_1)p(A|B_2)p(B_2)}, \\ \theta &= \text{Arg} [\langle A | B_1 \rangle \langle B_1 | \Psi \rangle \langle A | B_2 \rangle^* \langle B_2 | \Psi \rangle^*]. \end{aligned}$$

Модель (4),(5) имеет единственный свободный параметр  $\theta$ , определяющий величину интерференции между поведенческими альтернативами. Его подстройка позволяет моделировать отклонения логики принятия решений от рациональности.

Для всех известных реализаций описанного эксперимента в США и странах Западной Европы фазовый параметр лежит в диапазоне

$$(6) \quad \theta = 107^\circ \pm 7^\circ.$$

Эксперимент поставленный в России показал вероятности  $p(A)$  и  $p(A|B_{1,2})$  в 1.3-5 раз меньше чем аналогичные величины для стран Запада, однако значение интерференционной фазы  $\theta = 112^\circ$  оказалось в доверительном интервале (6). Данный феномен нечувствительности квантовой фазы к национальным, языковым, культурным переменным позволяет предположить, что модели подобного типа можно использовать для вероятностного прогнозирования иррационального принятия решений, в том числе и в ранее не изучавшихся социальных группах [6].

## 2.2. Управление когнитивно-поведенческим состоянием

Эффективность квантовой теории в описании когнитивистики и поведения человека указывает на возможность заимствования известных методов управления квантовыми состояниями физических систем и их адаптации к задачам управления психосоциальными процессами. Примером прямого заимствования является реализация в психологическом эксперименте квантового эффекта Зенона, представляющего собой метод удержания человека в целевом когнитивно-поведенческом состоянии [7].

**2.2.1. Пассивный режим.** Квантовый эффект Зенона в физике иллюстрируется следующим образом. Рассмотрим квант света – фотон – имеющий первоначально вертикальную поляризацию. Фотон движется через двулучепреломляющую среду, так что после прохождения полного пути его поляризация поворачивается ровно на  $90^\circ$  и становится горизонтальной. Разделим путь фотона на  $n$  равных интервалов и после каждого поместим поляризатор, пропускающий вертикальную и блокирующий горизонтальную поляризацию. На подходе к первому промежуточному поляризатору поляризация фотона отклонилась от вертикали на  $90^\circ/n$ , что дает вероятность прохождения  $p_1 = \cos^2 90^\circ/n$ , после которого поляризация фотона возвращается к вертикали. Фотон пройдет все  $n$  поляризаторов с вероятностью

$$(7) \quad p_n = p_1^n = \cos^{2n} 90^\circ/n,$$

стремящейся к единице при  $n \rightarrow \infty$ , после чего по прежнему будет иметь вертикальную поляризацию. Такая последовательность *опытов* позволяет остановить вращение поляризации фотона, т.е. подавить эволюцию квантового состояния системы при взаимодействии со средой.

Когнитивный аналог описанной методики продемонстрирован в работе [8]. Целевой системой являлось когнитивное состояние судьи, эволюция которого от исходного состояния «невиновен» в сторону решения «виновен» обеспечивалась последовательным раскрытием свидетельств против подсудимого. Показано, что вынужденное вынесение принятие промежуточных вердиктов увеличивает вероятность итогового решения « невиновен ».

**2.2.2. Активный режим.** Представленную методику можно реализовать и в активном режиме, когда задачей управления является перевод объекта в целевое когнитивно-поведенческое состояние. На рассмотренном выше физическом примере

активный вариант эффекта Зенона состоял бы в движении фотона через (не вызывающее поворота поляризации) свободное пространство, а ориентация поляризаторов менялась бы от исходного к целевому направлению поляризации. Следуя этой методике, перевод произвольной поляризации фотона в направление ортогональное исходному за  $n$  шагов осуществляется с вероятностью успеха (7), которая для  $n = 7$  дает  $p_7 \approx 0.7$ .

Рассмотренный алгоритм управления сохраняет силу для любого процесса или системы с неопределенностью квантового типа из двух взаимоисключающих альтернатив. Управление процессами и системами большей размерности осуществляется на тех же принципах [9]. Примером использования данной технологии в отношении крупных социальных систем является т.н. «Окно Овертона» [10, 11].

### 3. Заключение

Имея своим объектом процессы разрешения объективных неопределенностей, квантовая теория несет универсальную методологию описания процессов управления, в корне отличающуюся от классической методологии описания детерминированных процессов. Разработанные в физике и квантовой информатике понятийный и математический аппарат, а также некоторые алгоритмы манипуляции квантовофизическими системами, напрямую применимы к задачам моделирования поведения живых систем. Имеющиеся результаты позволяют утверждать, что естественнонаучная методология квантовой теории может использоваться для формализации и решения задач во многих гуманитарных областях знания.

### Список литературы

1. Суров И.А., Аладжанц А.П. Модели принятия решений в квантовой когнитивистике. СПб.: Университет ИТМО, 2018. 63 с.
2. Wendt A. Quantum Mind and Social Science. Cambridge University Press, 2015. 354 с.
3. Pothos E.M., Busemeyer J.R. Can quantum probability provide a new direction for cognitive modeling? // Behav. Brain Sci. 2013. Vol. 36, No. 3. P. 255–274.
4. Khrennikov A. Quantum-like modeling of cognition // Front. Phys. 2015. Vol. 3. No. 77.
5. Tversky A., Shafir E. The Disjunction Effect in Choice Under Uncertainty // Psychol. Sci. 1992. Vol. 3, No. 5. P. 305–309.
6. Суров И.А., Пилькевич С.В., Аладжанц А.П., Хмелевский С.В., Прогнозирование иррационального поведения человека с помощью квантовой теории. 2019 (готовится к публикации).
7. Pool R. Quantum Pot Watching: A test of how observation affects a quantum system verifies theoretical predictions and proves the truth of an old maxim // Science. 1989. Vol. 246, No. 4932. P. 888.
8. Yearsley J.M., Pothos E.M. Zeno's paradox in decision-making // Proc. R. Soc. B Biol. Sci. 2016. Vol. 283. No. 1828.
9. Gabora L., Aerts D. Evolution as context-driven actualisation of potential: toward an interdisciplinary theory of change of state // Interdiscip. Sci. Rev. 2005. Vol. 30, No. 1. P. 69–88.
10. Суздалева А.Л., Горюнова С.В. Окна Овертона в развитии современной концепции биосфера и решении глобальных экологических проблем // Биосфера. 2015. Т. 7, № 4. С. 429–449.
11. Алкснис И. Игры Запада со смертью: вывернет ли окно Овертона из «рамы» // РИА Новости. 2018. <https://ria.ru/analytics/20180427/1519486309.html>