

УДК 681.5

# ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ВИНТОКРЫЛОГО БПЛА ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ПОЛЕТА

**П.А. Андрусевич**

*МГТУ им. Н.Э. Баумана, каф. «Системы автоматического управления»*

Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., 5

E-mail: [poncha-andr@yandex.ru](mailto:poncha-andr@yandex.ru)

**Ключевые слова:** динамика вращательного движения, БПЛА, идентификация параметров.

**Аннотация:** В настоящей работе представлена система дифференциальных уравнений, описывающих вращательное движение винтокрылого БПЛА с учетом динамики разгона-торможения пропеллеров. Применимость этой модели обоснована идентификацией по данным, полученным с сенсоров аппарата в процессе полета.

## 1. Введение

В настоящее время БПЛА находят все более широкое применение в различных областях, например, в геодезии. Исследуемый аппарат имеет четыре несущих винта фиксированного шага, расположенных в одной плоскости. Как известно, такой аппарат является статически неустойчивым, и его полет может быть осуществлен только при наличии искусственной системы стабилизации.

Для составления алгоритмов выработки управления необходимо иметь математическую модель аппарата. Задача идентификации параметров этой модели может решаться с использованием специального оборудования, такого, как аэродинамические трубы, однако это достаточно дорого. В настоящей работе предлагается решение задачи идентификации с использованием данных, получаемых с сенсоров аппарата в процессе ручного полета.

Используемый в настоящем исследовании экспериментальный аппарат оборудован инерциальной навигационной системой, содержащей 3 акселерометра и 3 гироскопа, и высокоточным GNSS-приемником геодезического класса, позволяющем измерять скорость полета с точностью 0,1 м/с.

## 2. Модель динамики полета БПЛА

В настоящем параграфе будут даны дифференциальные уравнения движения аппарата. Выбор динамических и кинематических уравнений для составления мате-

матической модели движения аппарата выполняется в соответствии с имеющимися измерениями сенсоров. Приведем полный список фазовых переменных системы дифференциальных уравнений:

$x, y, z$  — координаты аппарата в неподвижной системе координат (СК), связанной с Землей (ENU);

$V_x, V_y, V_z$  — скорости поступательного движения аппарата в ENU;

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  — угловые скорости вращения аппарата относительно связанной СК;

$Q$  — ортогональная матрица ориентации, связывающая ENU и связанную СК;

$r_1, r_2, r_3, r_4$  — скорости вращения роторов каждого электродвигателя (об/мин).

Размерность фазового пространства системы равна 22, при этом вследствие ортогональности матрицы  $Q$  независимыми являются только 16 переменных.

Кинематика вращательного движения аппарата описывается уравнением Пуассона [1] для случая угловых скоростей в связанной СК:

$$(1) \quad \dot{Q} = Q \cdot A, \quad \text{где } A = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_y & \omega_z \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Начальное значение матрицы ориентации  $Q$  задается при помощи углов Эйлера.

Предполагается, что тензор инерции аппарата  $J$  в связанной СК имеет диагональный вид с элементами  $J_{xx}, J_{yy}$  и  $J_{zz}$ .

В настоящей модели для описания работы винтомоторной установки применены линейные дифференциальные уравнения первого порядка:

$$(2) \quad \dot{r}_i = k \cdot (k_u \cdot U_i - r_i), \quad i = 1, \dots, 4$$

где  $U_1, U_2, U_3, U_4$  — управления, подаваемые на каждый электродвигатель.

Тяга электродвигателей в рабочем режиме здесь аппроксимируется линейной по оборотам функцией:  $F_i = a \cdot r_i + a_1, i = 1, \dots, 4$

Крутящий момент относительно оси вращения винта, передаваемый от электродвигателей на корпус аппарата, аппроксимируется линейной по оборотам величиной и величиной, пропорциональной производной оборотов:  $M_i = b \cdot r_i + \mu \cdot (U_i - r_i), i = 1, \dots, 4$

Параметры  $k, k_u, a, b$  и  $\mu$  — подлежат идентификации, а нахождение параметра  $a_1$  не требуется, так как он сокращается при нахождении проекции сил тяги на оси связанной СК.

Возможность использования этой модели будет экспериментально подтверждена в процессе идентификации по полетным данным.

Для описания динамики вращательного движения аппарата используются динамические уравнения Эйлера [1]:

$$(3) \quad \dot{\omega}_x = \frac{1}{J_{xx}} \cdot a \cdot (r_1 + r_3 - r_2 - r_4) \cdot \frac{l}{2} + \frac{(J_{yy} - J_{zz})}{J_{xx}} \cdot \omega_y \cdot \omega_z + k_x$$

$$(4) \quad \dot{\omega}_y = \frac{1}{J_{yy}} \cdot a \cdot (r_3 + r_4 - r_1 - r_2) \cdot \frac{l}{2} + \frac{(J_{zz} - J_{xx})}{J_{yy}} \cdot \omega_z \cdot \omega_x + k_y$$

$$(5) \quad \dot{\omega}_z = \frac{1}{J_{zz}} \cdot (M_1 + M_4 - M_2 - M_3) \cdot \frac{l}{\sqrt{2}} + k_z$$

где  $k_x, k_y, k_z$  — параметры, характеризующие неточности сборки и балансировки аппарата и подлежащие идентификации,  $l$  — расстояние между осями вращения винтов.

### 3. Идентификация параметров модели

В настоящем параграфе будет рассмотрена идентификация параметров динамической модели аппарата по данным, записанным в процессе полета.

Идентификация параметров осуществляется с помощью метода наименьших квадратов путем минимизации интеграла суммы квадратов невязок [2]. Нахождение минимума интеграла проводится с помощью алгоритма Бройдена-Флетчера-Гольдфраба-Шанно (BFGS) [3]. Далее рассмотрены методы аналитического подсчета градиента в каждом случае.

Для идентификации параметров винтомоторной установки был выполнен полет БПЛА в ручном режиме, при этом велась запись в память аппарата измеренных значений оборотов  $r_i^m(t)$  и управлений  $U_i(t)$ . Критерием качества выбран следующий интеграл на промежутке  $(t_0, t_1)$ :

$$(6) \quad I(t) = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^4 |r_i^m(t) - r_i(t)|^2 dt \rightarrow \min_{k, k_u}$$

Оптимальными параметрами модели будем называть такие значения коэффициентов  $k, k_u$ , что будучи подставленными в уравнения (2) после интегрирования на интервале  $(t_0, t_1)$  доставляют функции  $I$  (6) глобальный минимум.

Для решения этой задачи перепишем критерий в дифференциальной форме:

$$(7) \quad \frac{dI}{dt} = \sum_{i=1}^4 |r_i^m(t) - r_i(t)|^2$$

И для системы (2), (7) выпишем уравнения в вариациях по вектору параметров  $K = [k, k_u]$ . Для вектора фазовых переменных  $X = [r_1, r_2, r_3, r_4, I]$  матрица  $[2 \times 4]$  искомым частным производных имеет вид:  $G = \left\{ \frac{\partial X_i}{\partial K_j} \right\}, i = 1, \dots, 5, j = 1, \dots, 2$ .

В этих обозначениях уравнения в вариациях имеют вид:

$$(8) \quad \frac{d}{dt} G = \frac{\partial F}{\partial X} G + \frac{\partial F}{\partial K}$$

где  $F$  — вектор правых частей уравнений (2), (7).

Получим систему из 13 дифференциальных уравнений, разрешив которую можно найти вектор частных производных интеграла  $I$  по параметрам  $k, k_u$ , и провести BFGS-минимизацию по этим параметрам. Результат минимизации можно увидеть на рис. 1.

В качестве критерия при идентификации динамических уравнений Эйлера (3) используется интеграл суммы квадратов невязок угловых скоростей на промежутке времени  $(t_0, t_1)$ , где проводился маневр:

$$I_x(t) = \int_{t_0}^{t_1} |\omega_x^m(t) - \omega_x(t)|^2 dt \rightarrow \min$$

Здесь  $\omega_x^m(t)$  — значение угловой скорости, измеренное гироскопом в процессе полета. Система уравнений в вариациях, выписанная аналогично (8), с вектором параметров, подлежащих идентификации  $[a, k_x]$ , и с вектором фазовых переменных

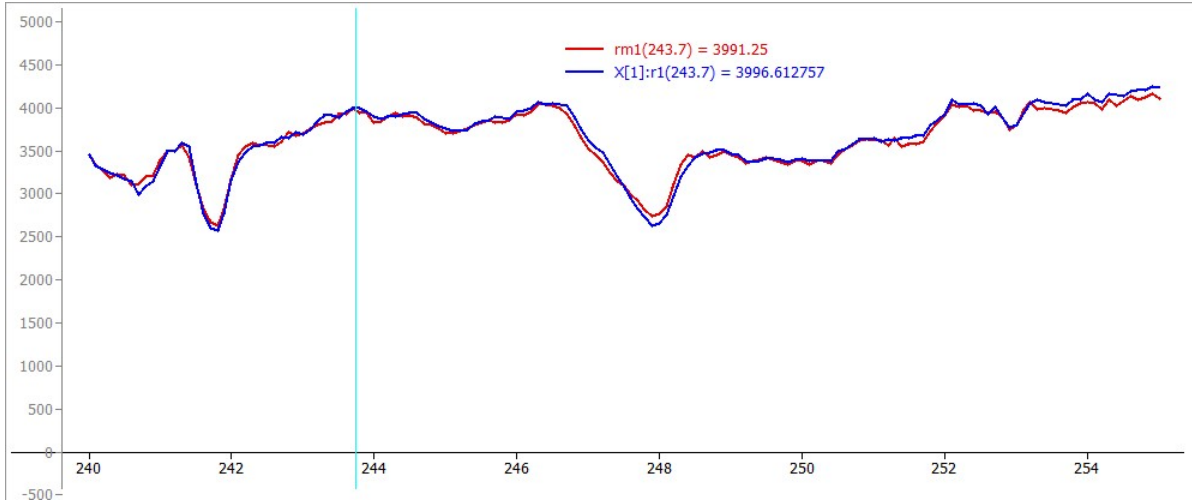


Рис. 1. График  $r_1^m(t)$  и  $r_1(t)$  после минимизации,  $k = 8,289247$ ,  $k_u = 7,966537$

$[r_1, r_2, r_3, r_4, w_x, I_x]$  содержит 12 дифференциальных уравнений. Результат минимизации представлен на рис. 2.

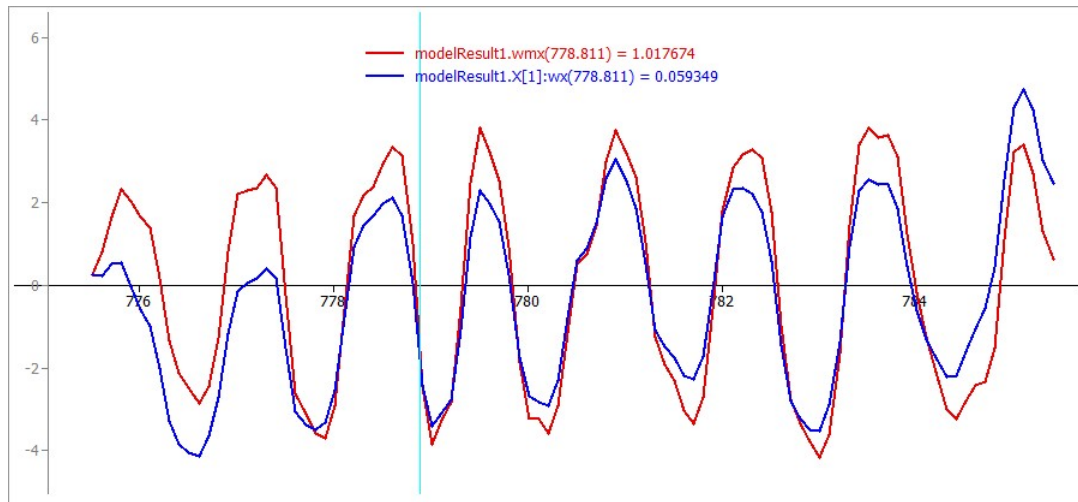


Рис. 2. График  $\omega_x^m$  и  $\omega_x$  после минимизации,  $a = 0,2001239$ ,  $k_x = 0,101467$

Аналогично идентифицируем параметры  $k_y$ ,  $b$ ,  $k_z$  и  $\mu$  для  $\omega_y$  (4) и  $\omega_z$  (5).

При идентификации уравнений Пуассона (1) нет возможности сравнивать полученные при моделировании значения ориентации с истинными значениями, так как нет возможности определить эти истинные значения. Поэтому используется косвенный критерий качества идентификации:

$$I(t) = \int (\|a_{x2}(t) - a_{x1}(t)\|^2 + \|a_{y2}(t) - a_{y1}(t)\|^2) dt \rightarrow \min$$

где  $a_{x1}(t)$ ,  $a_{y1}(t)$  — ускорения аппарата в СК ENU,  $a_{x2}(t)$ ,  $a_{y2}(t)$  — ускорения аппарата, измеренные акселерометрами в СК, связанной с аппаратом, и пересчитанные в ENU с помощью матрицы Q из (1). В качестве параметров минимизации в данном случае выберем начальные значения углов ориентации  $[\varphi_0, \theta_0, \psi_0]$ .

Здесь система аналогичная (8) имеет 52 дифференциальных уравнения. Результат минимизации можно увидеть на рис. 3.

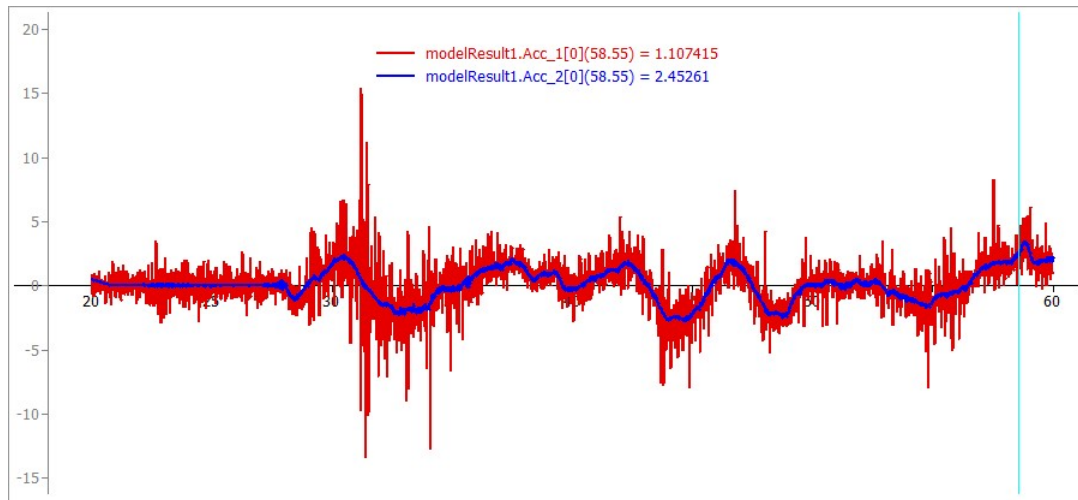


Рис. 3. График  $a_{x1}$  и  $a_{x2}$  после минимизации,  $\varphi_0 = 0,052643$ ,  $\theta_0 = -0,062397$ ,  $\psi_0 = -0,910967$ .

## 4. Заключение

В настоящей работе приведена модель динамики вращательного движения БПЛА, применимость которой обоснована методом наименьших квадратов с использованием данных, записанных в процессе маневренного ручного полета.

Автор выражает благодарность И.В. Матросову за научное руководство в настоящем исследовании, а также благодарность компании «Джавад Джи Эн Эс Эс» за предоставление оборудования, использованного при проведении работы.

## Список литературы

1. Курс теоретической механики / Учебник для вузов под ред. К.С. Колесникова. М.: Издательство МГТУ имени Н.Э. Баумана, 2005. 736 с.
2. Математическая статистика / Учебник для вузов под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. М.: Издательство МГТУ им. Баумана, 2001. 424 с.
3. Gill P.E., Murray W., Wright M.H. Practical Optimization. London and New York: Academic Press, 1981. 419 p.