УДК 681.51

АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ

В.Т. Ле
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: visaosang89@gmail.com

А.А. Бобцов
Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: bobtsov@mail.ru

Ключевые слова: идентификация, линейные системы, нестационарные объекты, параметризация, линейная регрессионная модель.

Аннотация: В работе рассматривается задача синтеза алгоритма идентификации неизвестных параметров линейных нестационарных объектов управления. Предполагается, что измеряются только выходная переменная и сигнал управления (но не их производные), а неизвестные параметры являются линейными функциями времени или их производные представляют собой кусочно-постоянные сигналы. Предлагается алгоритм параметризации линейного нестационарного объекта управления, приводящий к типовой регрессионной модели, включающей, как переменные, так и постоянные параметры. Для этой модели применяется метод динамического расширения регрессора (DREM), обеспечивающий при условии незатухающего возбуждения, сходимость оценок настраиваемых параметров к их истинным значениям.

1. Введение

Проблема синтеза закона управления для линейных нестационарных систем с неизвестными параметрами до сих пор является нетривиальной задачей. По мнению авторов данной работы, единых методов управления линейными системами с неизвестными переменными параметрами не существует и каждый из подходов сфокусирован на решении задачи управления при некоторых допущениях на объект (см., например, [1-8]).

В данной работе рассматриваются нестационарные системы вида

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + b(t)u(t),$$

$$y(t) = c^T(t)x(t),$$

в которых параметры матриц $A(t)$, $b(t)$ и $c(t)$ линейно изменяются во времени. Отметим, что объекты данного вида, в отличие от [1-8] не имеют ограничений по модели, но имеет более жесткие допущения относительно неизвестных параметров, то есть они являются линейными функциями времени.

Предлагаемый в данной работе подход идентификации параметров нестационарных систем базируется на новом результате [9,10], обеспечивающем оценку нестационарных параметров для линейной регрессионной модели.

2. Постановка задачи

Рассмотрим линейную нестационарную систему вида

(1) $$y^{(n)} + \theta_{n+m}(t) y^{(n-1)} + \ldots + \theta_{m+2}(t)\dot{y} + \theta_{m+1}(t) y = $$
$$= \theta_m(t) u^{(m)} + \ldots + \theta_1(t)\dot{u} + \theta_0(t) u,$$

где $y = y(t)$ и $u = u(t)$ – известные и измеряемые функции времени; числа m и n предполагаются известными и $n > m$; производные сигналов $y = y(t)$ и $u = u(t)$ не измеряются; $\theta_i(t)$ – неизвестные линейно изменяющиеся во времени функции, $i = 0,\ldots, n+m$.

Относительно $\theta_i(t)$ будем допускать, что они изменяются по следующему закону

$$\dot{\theta}_i = \beta_i = \begin{cases} \beta_{i,1} \; \textit{при} \; 0 \le t < t_{i,2}, \\ \beta_{i,2} \; \textit{при} \; t_{i,2} \le t < t_{i,3}, \\ \vdots \\ \beta_{i,q} \; \textit{при} \; t_{i,q} \le t < t_{i,q+1}, \end{cases}$$

где $\beta_{i,j}$ и $t_{i,j}$ – неизвестные числа, $j = 1,\ldots, q$, причем $t_{i,j}$ определяет моменты времени, когда в j-ый раз меняется скорость вариации параметра $\theta_i(t)$.

Ставится задача синтеза алгоритма идентификации

(2) $$\hat{\theta}(t) = f(y,u),$$

обеспечивающего асимптотическую сходимость функции $\hat{\theta}(t)$ к вектору неизвестных параметров $\theta(t) = col\{\theta_{n+m}, \theta_{n+m-1}, \ldots, \theta_m, \theta_{m-1}, \ldots, \theta_0\}$ на интервале времени $\Delta t = t_{i,j+1} - t_{i,j}$ при $\Delta t \to \infty$ или

(3) $$\lim_{\Delta t \to \infty} \tilde{\theta}(\Delta t) = 0,$$

где $\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta(t)$.

Поскольку описание решения задачи (2) и (3) для системы общего вида (1) представляет собой сложную итеративную процедуру, то для облегчения понимания предлагаемого ниже подхода рассмотрим более простой случай объекта управления третьего порядка

(4) $$\dddot{y} + \theta_4(t)\ddot{y} + \theta_3(t)\dot{y} + \theta_2(t) y = \theta_1(t)\dot{u} + \theta_0(t) u.$$

3. Параметризация объекта управления

Рассмотрим объект управления (4). Применяя для него оператор $1/(p+1)^3$, получаем

(5) $$\frac{1}{(p+1)^3}\dddot{y} + \frac{1}{(p+1)^3}\theta_4 \ddot{y} + \frac{1}{(p+1)^3}\theta_3 \dot{y} + \frac{1}{(p+1)^3}\theta_2 y =$$

$$= \frac{1}{(p+1)^3}\theta_1\dot{u} + \frac{1}{(p+1)^3}\theta_0 u .$$

Рассмотрим отдельно каждое из слагаемых уравнения (5) на интервале времени $t_{i,j}$

(6) $$r = \frac{1}{(p+1)^3}\dddot{y} = \frac{p^3}{(p+1)^3}y ,$$

(7) $$\frac{1}{(p+1)^3}\theta_4\ddot{y} = \theta_4\frac{p^2}{(p+1)^3}y - 3\beta_4\frac{p^2}{(p+1)^4}y = \theta_4\phi_1 + \beta_4\phi_2 ,$$

(8) $$\frac{1}{(p+1)^3}\theta_3\dot{y} = \theta_3\frac{p}{(p+1)^3}y - 3\beta_3\frac{p}{(p+1)^4}y = \theta_3\phi_3 + \beta_3\phi_4 ,$$

(9) $$\frac{1}{(p+1)^3}\theta_2 y = \theta_2\frac{1}{(p+1)^3}y - 3\beta_2\frac{1}{(p+1)^4}y = \theta_2\phi_5 + \beta_2\phi_6 ,$$

(10) $$\frac{1}{(p+1)^3}\theta_1\dot{u} = \theta_1\frac{p}{(p+1)^3}u - 3\beta_1\frac{p}{(p+1)^4}u = \theta_1\phi_7 + \beta_1\phi_8 ,$$

(11) $$\frac{1}{(p+1)^3}\theta_0 u = \theta_0\frac{1}{(p+1)^3}u - 3\beta_0\frac{1}{(p+1)^4}u = \theta_0\phi_9 + \beta_0\phi_{10} ,$$

где в уравнениях (7) – (11) было использовано соотношение $\frac{\alpha}{p+\alpha}\chi_1\chi_2 = \chi_1\frac{\alpha}{p+\alpha}\chi_2 - \frac{1}{p+\alpha}\left(\dot{\chi}_1\frac{\alpha}{p+\alpha}\chi_2\right)$ (см., например, [11]). Таким образом, подставляя в (4) уравнения (6) – (11), получаем линейную регрессионную модель вида

(12) $$r = \theta_4\phi_1 + \beta_4\phi_2 + \theta_3\phi_3 + \beta_3\phi_4 + \theta_2\phi_5 + \beta_2\phi_6 + \theta_1\phi_7 + \beta_1\phi_8 + \theta_0\phi_9 + \beta_0\phi_{10} .$$

Из представленной процедуры параметризации модели (4) можно видеть, что с использованием оператора $1/(p+1)^n$ уравнение (1) можно привести к виду аналогичному (12)

(13) $$r = \theta^T\omega + \beta^T\vartheta ,$$

где $\theta = col\{\theta_{n+m},...,\theta_m,\theta_{m-1},...,\theta_0\}$ и $\beta = col\{\beta_{n+m},...,\beta_m,\beta_{m-1},...,\beta_0\}$ – соответственно векторы неизвестных переменных и постоянных (на интервале $t_{i,j}$) параметров, а ω и ϑ – известные векторы.

4. Идентификация параметров

Для идентификации параметров $\theta = col\{\theta_{n+m},...,\theta_m,\theta_{m-1},...,\theta_0\}$ и $\beta = col\{\beta_{n+m},...,\beta_m,\beta_{m-1},...,\beta_0\}$ воспользуемся методом динамического расширения регрессора (DREM) [12].

Следуя алгоритму [10], применительно к регрессионной модели (13) рассмотрим $n+m+1$ фильтров вида $H_k(p) = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}$

$$\frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}r = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\theta^T\omega + \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\beta^T\vartheta =$$

$$= \theta^T\frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\omega - \frac{1}{p+\lambda_k}\left[\dot{\theta}^T\frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\omega\right] + \beta^T\frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\vartheta =$$

$$= \theta^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\omega - \beta^T \frac{\lambda_k}{(p+\lambda_k)^2}\omega + \beta^T \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\vartheta,$$

где $\lambda_k > 0$.

Введем обозначения $z_k = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k} r$, $\varphi_i = \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\omega$ и $\xi_k = -\frac{\lambda_k}{(p+\lambda_k)^2}\omega + \frac{\lambda_k}{p+\lambda_k}\vartheta$. Сформируем матрицы

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n+m+1} \end{bmatrix},\ \Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1^T \\ \varphi_2^T \\ \vdots \\ \varphi_{n+m+1}^T \end{bmatrix},\ \Xi = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \vdots \\ \xi_{n+m+1}^T \end{bmatrix}$$

и запишем регрессионную модель в матричном виде

(14) $$\begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega^T \\ \Phi \end{bmatrix}\theta + \begin{bmatrix} \vartheta^T \\ \Xi \end{bmatrix}\beta.$$

Сформируем матрицу $T = [\omega \det(\Phi) \quad -\omega\omega^T \operatorname{adj}(\Phi)]$. Умножим слева уравнение (14) на матрицу T:

$$T\begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = [\omega\omega^T \det(\Phi) - \omega\omega^T \operatorname{adj}(\Phi)\Phi]\theta + T\begin{bmatrix} \vartheta^T \\ \Xi \end{bmatrix}\beta.$$

Поскольку $\operatorname{adj}(\Phi)\Phi = \det(\Phi) I$, то $T\begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} \vartheta^T \\ \Xi \end{bmatrix}\beta$. Обозначим $Q = T\begin{bmatrix} r \\ Z \end{bmatrix}$ и $N = T\begin{bmatrix} \vartheta^T \\ \Xi \end{bmatrix}$.

Тогда

(15) $$Q = N\beta.$$

В силу структуры матрицы T ($\operatorname{rank}(T) \le 1$) получаем, что $\operatorname{rank}(N) \le 1$. Тогда из (15) имеем

$$q(t) = \varpi^T(t)\beta,$$

где $q \in R^l$ и $\varpi \in R^{n+m+1}$ – измеряемые сигналы.

Следуя технологии DREM, введем $n+m$ блоков запаздывания с значениями τ_μ, $\mu = \overline{1, n+m}$, и получим матричное уравнение вида

(16) $$Y_e = A_e \beta,$$

где

$$Y_e = \begin{bmatrix} q(t) \\ q(t-\tau_1) \\ \vdots \\ q(t-\tau_{n+m}) \end{bmatrix},\ A_e = \begin{bmatrix} \varpi^T(t) \\ \varpi^T(t-\tau_1) \\ \vdots \\ \varpi^T(t-\tau_{n+m}) \end{bmatrix}.$$

Умножая (16) на $\operatorname{adj}\{A_e\}$ (т.е. союзную матрицу для A_e), получаем

$$Y(t) = \delta(t)\beta,$$

где $\delta = \det\{A_e\} \in R^1$ – определитель матрицы A_e, $Y = \operatorname{adj}\{A_e\} Y_e$, $Y_i = \delta\beta_i$.

Для оценивания, соответственно, векторов β и θ будем использовать следующие алгоритмы

(17) $$\dot{\hat{\beta}}_i = -\gamma_i \delta(\delta \hat{\beta}_i - Y_i),$$

(18) $$\dot{\hat{\theta}} = \hat{\beta} - \kappa\omega\omega^T \hat{\theta} + \kappa\omega(r - \vartheta^T \hat{\beta}),$$

где γ_i и κ – любые положительные числа, $\hat{\beta}_i$ и $\hat{\theta}$ – соответственно, оценки параметров β_i и θ.

5. Заключение

В данной работе представлен алгоритм идентификации для линейного нестационарного объекта вида (1). Относительно нестационарных параметров допускалось, что они линейно изменяются или их производные являются кусочно-постоянными функциями времени. Предложены алгоритмы идентификации вида (17) – (18), обеспечивающие асимптотическую сходимость по параметрам на интервале $\Delta t \to \infty$ при выполнении условия незатухающего возбуждения для вектора ω и для функции $\delta(t)$.

Список литературы

1. Бобцов А.А., Наговицина А.Г. Адаптивное управление по выходу линейными нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 2006. № 12. С. 163-174.
2. Бобцов А.А., Григорьев В.В., Наговицина А.Г. Алгоритм адаптивного управления нестационарным объектом в условиях возмущения и запаздывания // Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. № 1. С. 8-14.
3. Цыкунов А.М. Робастное управление нестационарными объектами // Автоматика и телемеханика. 1996. № 2. С. 117-125.
4. Никифоров В.О. Робастная следящая система // Изв. вузов. Приборостроение. 1998. № 7. С. 13-18.
5. Андреев Ю.Н. Управление конечномерными линейными системами. М.: Наука, 1976. 424 с.
6. Барабанов Н.Е. О стабилизации линейных нестационарных систем с неопределенностью в коэффициентах // Автоматика и телемеханика. 1990. № 10. С. 30-37.
7. Tsakalis K.S., Ioannou P.A. Adaptive control of linear time-varying plants // Automatica. 1987. Vol. 23. No. 4. P. 459-468.
8. Zhang Y., Fidan B., Ioannou P.A. Backstepping control of linear time-varying systems with known and unknown parameters // IEEE Trans. Automat. Contr. 2003. Vol. 48, No. 11. P. 1908-1925.
9. Ле В.Т., Бобцов А.А., Пыркин А.А. Новый алгоритм идентификации нестационарных параметров для линейной регрессионной модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2017. Т. 17, № 5. С. 952-955.
10. Ван Ц., Ле В.Т., Пыркин А.А., Колюбин С.А., Бобцов А.А. Идентификация кусочно-линейных параметров регрессионных моделей нестационарных детерминированных систем // Автоматика и телемеханика. 2018. № 12. С. 71-82.
11. Ioannou P.A., Sun J. Robust adaptive control. California: PTR Prentice-Hall, 1996.
12. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Performance Enhancement of Parameter Estimators via Dynamic Regressor Extension and Mixing // IEEE Trans. Automat. Control. 2016. Vol. 62. No. 7. P. 3546-3550.