

УДК 519.715

РАБОЧИЕ ДИАПАЗОНЫ СХЕМ ФАЗОВОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ

М.В. Благов

Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 117997, Санкт-Петербург, Университетский пр. 28
E-mail: maratyv@gmail.com

М.Ю. Лобачев

Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 117997, Санкт-Петербург, Университетский пр. 28
E-mail: rentayv@gmail.com

М.В. Юлдашев

Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 117997, Санкт-Петербург, Университетский пр. 28
E-mail: maratyv@gmail.com

Р.В. Юлдашев

Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 117997, Санкт-Петербург, Университетский пр. 28
E-mail: rentayv@gmail.com

Ключевые слова: фазовая автоподстройка частоты, PLL, диапазон удержания, диапазон захвата.

Аннотация: В докладе рассматриваются проблемы вычисления диапазона захвата и диапазона захвата без проскальзывания для различных схем ФАПЧ. Основные подходы базируются на теории Ляпунова для цилиндрического фазового пространства, исследованию фазового портрета и на развитии этих теории Г.А. Леоновым

1. Введение

Схемы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) приобрели большую популярность и на сегодняшний день применяются в компьютерных архитектурах, телекоммуникациях и системах глобальной навигации [1-5]. Основной задачей таких схем является подстройка частоты (фазы) управляемого генератора под частоту (фазу) входящего сигнала. Состояние системы, когда оба генератора работают на одной частоте, называется состоянием синхронизма.

В классических монографиях по ФАПЧ были введены такие понятия как полоса удержания (hold-in range, характеризует возможность втягивания в синхронизм – при некоторых начальных данных) и полоса захвата (pull-in range, характеризует обязательное втягивание в синхронизм – при всех начальных данных)[1-5]. Другое важное понятие – полоса захвата без проскальзывания (lock-in range), которое характеризует быстрое втягивание в синхронизм без проскальзывания циклов, было предложено в 1966

году Ф. Гарднером (F. Gardner, известный американский инженер, IEEE Fellow): «*If, for some reason, the frequency difference between input and VCO is less than the loop bandwidth, the loop will lock up almost instantaneously without slipping cycles. The maximum frequency difference for which this fast acquisition is possible is called the lock-in frequency*» [2]. Это понятие получило широкое распространение и активно используется инженерами в настоящее время. Однако, с математической точки зрения понятно что для достаточно больших состояний фильтра втягивание в синхронизм происходит с проскальзыванием циклов. В 1979 году Ф. Гарднер сформулировал проблему точного определения полосы захвата без проскальзывания: «*there is no natural way to define exactly any unique lock-in frequency*», вместе с тем указав на важность этого понятия «*despite its vague reality, lock-in range is a useful concept*». Эти понятия часто используются в инженерной литературе [1, 2, 6], а также, вызывают интерес в научной среде [7].

Для решения задачи Ф. Гарднера в научной школе Г.А. Леонова развивались идеи классических работ А. Трикоми, А. Андропова и А. Янко-Триницкого, которые позволили разработать эффективные точные методы вычисления полосы захвата без проскальзывания. Одной из первых работ посвященных вопросу оценки количества проскальзываний и нахождения соответствующих частотных условий была [24], результаты которой, однако, необходимо было адаптировать для определения полосы захвата без проскальзывания. В работе показаны результаты их применения для классических схем фазовой автоподстройки частоты, приводится их сравнение с ранее известными результатами.

2. Диапазон захвата без проскальзывания для схем фазовой автоподстройки частоты

Рассмотрим классическую схему ФАПЧ (рис. 1). Она состоит из эталонного генератора (ЭГ), генерирующего периодический сигнал $f_1(\theta_1(t))$ с фазой $\theta_1(t)$ и мгновенной частотой $\dot{\theta}_1(t)$, подстраиваемого генератора (ПГ) $f_2(\theta_2(t))$, фазового детектора (перемножитель) с характеристикой $\varphi(\cdot)$ и фильтра (Фильтр).

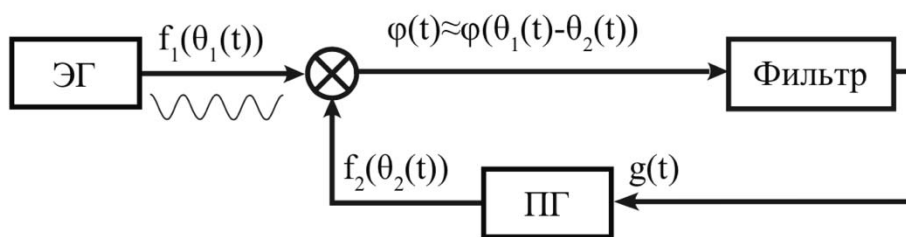


Рис. 1: Классическая схема ФАПЧ.

Задача ФАПЧ состоит в синхронизации сигналов эталонного и подстраиваемого генератора по частоте. Изменение частоты ПГ происходит по линейному закону

$$\omega_2(t) = \omega_{vco}^{free} + K_{vco}g(t),$$

где ω_{vco}^{free} – свободная частота подстраиваемого генератора, K_{vco} – коэффициент усиления. Сигнал $g(t)$ – выход линейного фильтра, который характеризуется своей передаточной функцией $H(s)$. Частота входного сигнала обычно полагается постоянной

$$\omega_1(t) \equiv \omega_{ref}.$$

Тогда можно рассматривать разность частот

$$\omega_e^{free} = \omega_{vco}^{free} - \omega_{ref},$$

которая играет ключевую роль в определении основных характеристик ФАПЧ. Уравнения ФАПЧ в пространстве фаз принимают вид [8]:

$$\dot{x} = Ax + b\varphi(\theta_e),$$

$$\dot{\theta}_e = \omega_e^{free} - K_{vco}(c^*x + h\varphi(\theta_e)),$$

$$H(s) = -c^*(A - sI)^{-1}b + h, \quad \theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t).$$

В инженерной практике принято считать, что начальные данные фильтра $x(0)$ не влияют на динамику схемы ФАПЧ. Это позволяет исключить состояние фильтра из уравнений ФАПЧ и перейти к упрощенному интегро-дифференциальному уравнению первого порядка. Такое рассмотрение можно найти в классических работах Витерби [9]. На основе одномерного уравнения даются определения диапазона удержания и диапазона захвата как интервалы существования локально-устойчивого состояния равновесия и интервала глобальной устойчивости. Так, например, в [10-13], предлагаются следующие определения диапазона удержания: «The hold-in range is obtained by calculating the frequency where the phase error is at its maximum» [14], «The maximum frequency difference before losing lock of the PLL system is called the hold-in range» [3]. Однако при рассмотрении фильтров более высокого порядка данные определения перестают быть верными [15, 16]. К примеру, уже для фильтров второго порядка области существования устойчивого состояния равновесия перестают быть интервалами, либо могут не содержать нулевую расстройку частоты. Для решения этих проблем было предложено общее определение рабочих диапазонов и на их основе проведен анализ для классической схемы ФАПЧ с фильтрами первого порядка и для схем Костаса [17-19].

3. Заключение

В работе рассмотрены проблемы определения рабочих диапазонов схемы ФАПЧ: диапазон удержания, диапазон захвата и диапазон захвата без проскальзывания. Задача нахождения диапазона удержания сводится к применению критериев Рауса-Гурвица. Изучение диапазона захвата проводится с помощью функций Ляпунова и различных частотных критериев [20]. Диапазон захвата без проскальзывания для фильтров второго порядка может быть эффективно определен с помощью моделирования и методом сшивания траекторий. В работе не рассматривается влияние шумов на поведение системы, этому вопросу посвящены публикации [21]–[23].

Благодарности

Работа проводилась при поддержке гранта Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки Ведущих научных школ Российской Федерации на 2018-2019 годы (НШ-2858.2018.1)

Список литературы

1. Best R.E. Phase-Lock Loops: Design, Simulation and Application / 6th ed. McGraw-Hill, 2007.
2. Gardner F.M. Phase-lock techniques, 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 2005.
3. Kroupa V.F. Frequency Stability: Introduction and Applications. Wiley-IEEE Press, 2012.
4. Bianchi G. Phase-Locked Loop Synthesizer Simulation. McGraw-Hill, 2005.
5. Шахгильдян В.В., Ляховские А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. Москва: Связь, 1972.

6. Best R.E., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Tutorial on dynamic analysis of the Costas loop. *Annu. Rev. Control.* 2016. Vol. 42.
7. Шалфеев В.Д., Матросов В.В. Нелинейная динамика систем фазовой синхронизации. Нижний Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2013. 366 с.
8. Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Analytical methods for computation of phase-detector characteristics and PLL design // *International Symposium on Signals, Circuits and Systems, Proceedings.* 2011. P. 7-10.
9. Viterbi A.J. *Principles of Coherent Communications.* New York: Mc-Graw-Hill, 1966.
10. Pederson D, Mayaram K. *Analog Integrated Circuits for Communication: Principles, Simulation and Design.* New York: Springer, 2008.
11. Bakshi U., Godse A. *Linear ICs and Applications.* Tech. Publs., 2009.
12. Blanchard A. *Phase-Locked Loops.* New York: Wiley, 1976.
13. Kihara M., Ono S., Eskelinen P. *Digital Clocks for Synchronization and Communications.* Norwood, MA, USA: Artech House, 2002.
14. Brendel F. Millimeter-Wave Radio-over-Fiber Links Based on Mode-Locked Laser Diodes, ser. *Karlsruher Forschungsberichte aus dem Institut für Hochfrequenztechnik und Elektronik.* Karlsruhe, Germany: KIT Sci. Publ., 2013.
15. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Hold-in, pull-in, and lock-in ranges of PLL circuits: rigorous mathematical definitions and limitations of classical theory // *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers.* 2015. Vol. 62. P. 2454-2464.
16. Alexandrov K.D., Kuznetsov N.V., Leonov G.A., Neittaanmaki P., Seledzhi S.M. Pull-in range of the PLL-based circuits with proportionally-integrating filter // *IFAC-PapersOnLine.* 2015. Vol. 48. № 11. P. 720–724.
17. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Differential equations of Costas loop. *Dokl. Math.* 2012. Vol. 86, No. 2. P. 723-728.
18. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Nonlinear dynamical model of Costas loop and an approach to the analysis of its stability in the large. *Signal Processing.* 2015. Vol. 108. P. 124-135.
19. Leonov G.A., Kuznetsov N.V., Yuldashev M.V., Yuldashev R.V. Computation of the phase detector characteristic of a QPSK Costas loop // *Dokl. Math.* 2016. Vol. 93, No. 3.
20. Гелиг А.Х., Леонов Г.А., Якубович В.А. Устойчивость нелинейных систем с неединственным состоянием равновесия. М.: Наука, 1978.
21. Sidorkina Y.A., Sizykh V.V., Shakhtarin B.I., Shevtsev V.A. Costas circuit under the action of additive harmonic interferences and wideband noise // *J. Commun. Technol. Electron.* 2016. Vol. 61. No. 7. P. 807-816.
22. Шахтарин Б.И., Сизых В.В., Сидоркина Ю.А. Синхронизация в радиосвязи и радионавигации. М.: Горячая линия – Телеком, 2011.
23. Chernouyarov O.V., Min S.S.T., Salnikova A.V., Shakhtarin B.I., Artemenko A.A. Application of the local Markov approximation method for the analysis of information processes processing algorithms with unknown discontinuous parameters // *Appl. Math. Sci.* 2014. Vol. 8, No. 90. P. 4469-4496.
24. Киселева О.Б. Частотные оценки характеристик переходных процессов в нелинейных фазовых системах. Диссертация на соискание уч. степ, к.ф.-м.н. СПб., 1987.