

ПОСТРОЕНИЕ РЕЗОНАНСНЫХ ДАТЧИКОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДА СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ

В.Я. Фатеев

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: fateev@ipu.ru

Ключевые слова: резонансная частота, измерение, стохастическая аппроксимация, погрешность, скорость сходимости

Аннотация: Рассматривается измерение резонансной частоты резонаторов, используемых в качестве чувствительных элементов датчиков, по амплитудно-частотной характеристике с помощью метода стохастической аппроксимации (СА). Исследования проводились в среде Matlab на компьютерной модели резонатора с заданными параметрами. Проведен сравнительный анализ различных модификаций алгоритмов СА по погрешности и скорости сходимости.

1. Введение

Многие методы измерения неэлектрических величин построены на использовании резонансных систем, входящих в состав чувствительных элементов (ЧЭ) резонансных датчиков и обеспечивающих преобразование информативного параметра в область собственных частот этих резонансных систем [1, 2]. Указанные методы особенно востребованы в тех случаях, где требуется повышенная точность, разрешающая способность, стабильность и независимость от внешних влияющих факторов. Однако при дистанционном измерении собственных частот ЧЭ, которые несут информацию об измеряемом параметре, при решении таких задач возникают определенные проблемы. Особенно это актуально для таких случаев, когда ЧЭ имеет низкую добротность и/или малый диапазон изменения резонансной частоты, что часто встречается при измерении уровня и параметров веществ с большими потерями или с малой диэлектрической проницаемостью, а также при наличии шумов в канале связи ЧЭ и вторичного преобразователя.

Дистанционные измерения резонансных частот являются традиционными для СВЧ и ВЧ измерений, при этом ряд методов основан на анализе амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) резонаторов. При этом поиск и определение резонансной частоты в цифровом резонансном датчике по АЧХ могут производиться по различным алгоритмам, которые относятся к задачам одномерной оптимизации [3], так как в общей постановке необходимо решать задачу нахождения экстремума АЧХ в заданном диапазоне частот. Значительный прогресс в электронной технике позволяет на современном этапе без существенных затрат реализовать довольно сложные алгоритмы оптимизации.

В настоящее время для измерения резонансной частоты преимущественно используются метод сканирования и метод аппроксимации АЧХ различными аналитическими функциями. В качестве таких функций обычно используются: функция Лоренца, дробно-рациональные функции или степенные полиномы [4, 5, 6].

Достоинством метода сканирования является его простота и возможность определения за один проход нескольких резонансов, недостатком – низкое быстродействие. Для метода сканирования также характерно наличие систематической погрешности, обусловленной дискретностью последовательности частот подаваемых на вход ЧЭ (т.н. погрешность дискретности).

Метод аппроксимации представляется более привлекательным, поскольку позволяет более точно определять резонансную частоту всего за одно сканирование, однако для этого необходимо иметь достаточно большое количество данных АЧХ, что также приводит к ухудшению быстродействия. Кроме того указанный метод критичен к выбору аппроксимирующих функций. Например, функция Лоренца и дробно-рациональные функции хорошо работают только при высоких значениях добротностей ЧЭ. Для низких же добротностей лучшую сходимость обеспечивают степенные полиномы, но здесь точность зависит от степени используемого полинома.

2. Метод стохастической аппроксимации

К методам оптимизации также относится метод стохастической аппроксимации (СА), который также может быть применен для нахождения экстремума АЧХ. В этом случае используется итерационный алгоритм Кифера — Вольфовица [7, 8], который применительно к рассматриваемой задаче может быть записан как

$$(1) \quad f_{k+1} = f_k + a\Delta U_k / b, \quad \Delta U_k = [U(f_k + b) + u_k^+ - U(f_k - b) - u_k^-], \quad k = \overline{1, \infty},$$

где f_k – частота сигнала, поступающего на вход резонатора на k -й итерации; $U(f_k + b)$ и $U(f_k - b)$ – амплитуды сигналов на выходе резонатора на частотах $f_k + b$ и $f_k - b$ соответственно; a – коэффициент, задающий величину шага перестройки частоты (параметр демпфирования колебаний); b – некоторая величина, выбираемая с учетом уровня шумов на выходе резонатора; u_k^+ и u_k^- – шумовое напряжение на выходе резонатора, соответствующее частотам $f_k + b$ и $f_k - b$.

Исходя из требований к сходимости алгоритма (1) в [7] сформулированы условия, которым должны удовлетворять параметры a и b . Этим условиям удовлетворяют, например, гармонические ряды типа:

$$(2) \quad a = a_0 / k^\alpha \quad \text{и} \quad b = b_0 / k^\beta, \quad \text{где} \quad 3/4 < \alpha \leq 1, \quad 1 - \alpha < \beta < \alpha - 1/2, \quad (a_0, b_0 > 0).$$

При этом оптимальными являются значения этих параметров, выбираемые согласно следующим выражениям:

$$a = a_0 / k \quad \text{и} \quad b = b_0 / \sqrt[4]{k} \quad (a_0 > 1/(4A_0) \quad \text{и} \quad b_0 > 0),$$

где A_0 – минимальное абсолютное значение крутизны АЧХ.

Теоретические и экспериментальные исследования алгоритма (1) показали, что допустимы и менее жесткие условия сходимости, например, когда $a, b = const$ или $a = a_0 / k$ и $b = const$. Кроме алгоритма (1) существует также т.н. знаковый алгоритм СА, в котором шаг перестройки частоты зависит только от параметра a и знака приращения амплитуды ΔU_k [8]. Этот алгоритм выражается формулой:

$$(3) \quad f_{k+1} = f_k + a \operatorname{sign}(\Delta U_k).$$

Здесь, как и в предыдущем случае, также возможны различные способы задания параметров a и b .

Для сравнительного анализа обоих указанных алгоритмов и выбора наиболее эффективного предлагается использовать такие характеристики как скорость сходимости и погрешность определения экстремума, которая состоит из систематической и случайной погрешностей.

Скорость сходимости означает, как быстро на каждой итерации уменьшается расстояние от некоторого начального значения до некоторого значения измеряемой величины, определяемого с заданной погрешностью. В качестве такого показателя может быть принято минимальное количество итераций K_{min} необходимое для получения решения с заданной точностью. Чем шагов меньше, тем быстрее может быть получен результат и тем привлекательнее выбранный алгоритм. Применительно к датчикам это имеет значение также и в режиме слежения за экстремумом, так как измеряемый параметр и соответственно резонансная частота могут изменяться в процессе измерения.

Со скоростью сходимости связан критерий перехода из режима поиска экстремума АЧХ в режим слежения за этим экстремумом. Этот критерий определяет как точность достижения решения, так и скорость сходимости выбранного алгоритма.

Поскольку резонансные датчики зачастую работают в условиях помех, то частоты f_k являются случайными величинами и поэтому для достаточно надежного определения момента перехода из режима поиска в режим слежения целесообразно тем или иным способом «сгладить» последовательность этих частот. Одна из таких возможностей состоит в использовании скользящего среднего F_s , которое определяется как

$$(4) \quad F_s = S^{-1} \sum_{k=s}^{s+S} f_k, \quad s = \overline{1, \infty},$$

где S – количество усредняемых частот.

В этом случае критерий перехода можно формализовать как $|F_s - F_{s+1}| \leq \varepsilon$, где ε – заданное значение допустимой абсолютной погрешности измерения резонансной частоты f_r . Тогда при выполнении этого неравенства можно принять $f_r \cong F_s$.

3. Апробация метода СА

Исследование метода СА проводилось в среде Matlab на виртуальной модели резонатора, которая описывается выражением [9]

$$U(f) = U_m / \sqrt{1 + Q^2 (f/f_r - f_r/f)^2},$$

где U, f – текущие значения напряжения и частоты на выходе резонатора; Q – добротность резонатора; f_r – резонансная частота; U_m – максимальное напряжение на выходе резонатора при резонансе.

Были приняты следующие числовые значения параметров резонатора и выходного напряжения: $f_r = 10$ МГц; $Q = 20$; $U_m = 1$ В; $\sigma_u = 0,01$ В – среднее квадратическое отклонение шумовой составляющей выходного напряжения u_k^+ и u_k^- . Предполагается, что шум имеет нормальное распределение и σ_u не зависит от номера итерации.

Следует заметить, что алгоритмы (1) и (3), в которых параметры a и b задаются в виде выражений (2) для использования в резонансных датчиках не подходят, так как не обеспечивают слежение за изменяющимся экстремумом, поскольку при $k \rightarrow \infty$ $a, b \rightarrow 0$. Исходя из этого интерес представляют только алгоритмы с конечными значениями a и b , к которым относятся следующие алгоритмы:

- 1) Алгоритм типа $f_{k+1} = f_k + a[U(f_k + b) - U(f_k - b)]$, где $a = a_0/k + a_c$, $a_c, b = const$.
- 2) Алгоритм 1-го типа, в котором $a, b = const$.
- 3) Алгоритм (3), в котором $a = a_0/k + a_c$, $a_c, b = const$.
- 4) Алгоритм (3), в котором $a, b = const$.

Суть метода исследования заключалась в том, что в среде Matlab была составлена программа, в которой, начиная с некоторой начальной частоты f_0 , для заданных значений a и b по алгоритмам 1 – 4 выполнялось N -е количество циклов вычислений частот f_{k+1} для некоторого количества итераций K . Шум u_k имитировался с помощью программного генератора случайных чисел. В результате для каждого из этих алгоритмов были сформированы массивы частот $\{f_{kn}\}$, где k и n – номер итерации и цикла соответственно, с размерностью этого массива $K \times N$, где $K = N = 10^4$. Систематическая δ_s и случайная δ_r погрешности определения резонансной частоты для указанных алгоритмов СА вычислялись по значениям f_{kn} для каждой k -й итерации по формулам:

$$\delta_s = M_k / f_r - 1 \text{ и } \delta_r = \sqrt{N^{-1} \sum_{n=1}^N (f_{kn} - M_k)^2} / f_r,$$

где M_k – среднее значение частот f_{kn} , вычисленное по N траекториям соответствующего алгоритма по формуле:

$$M_k = N^{-1} \sum_{n=1}^N f_{kn}.$$

По аналогичным формулам могут быть рассчитаны также систематическая и случайная погрешности при определении резонансной частоты по скользящему среднему, которое предварительно вычислялось по формуле (3) по данным из массива $\{f_{kn}\}$.

С помощью указанной программы для всех четырех модификаций алгоритмов были получены кривые зависимостей $f_k(k)$ (рис. 1).

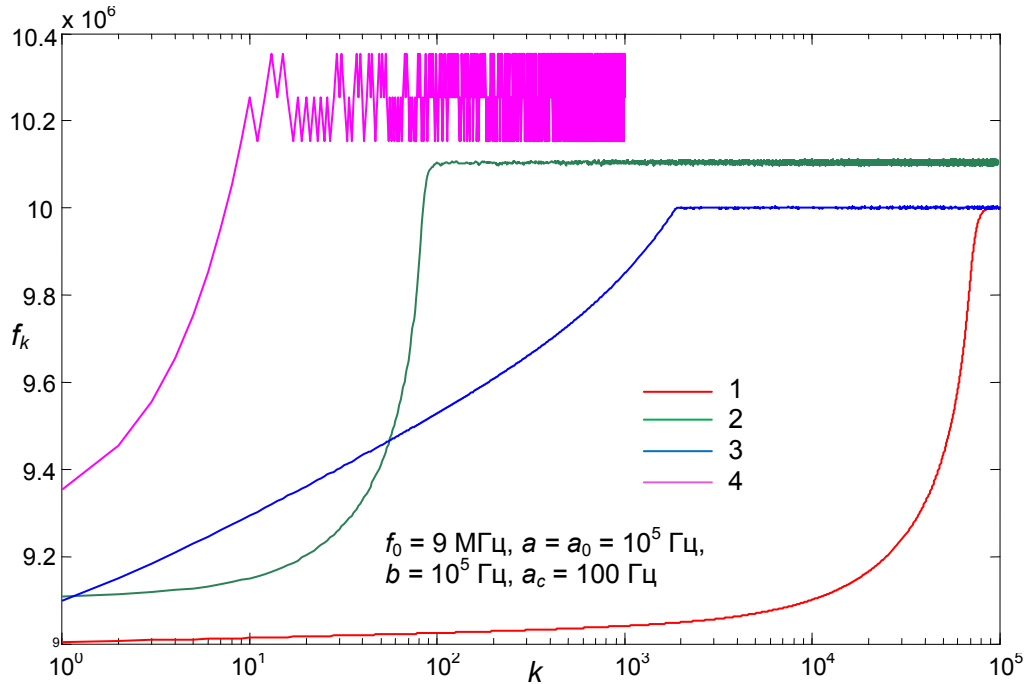


Рис. 1. Траектории настройки на резонансную частоту различных алгоритмов СА (Номер кривой соответствует номеру алгоритма. Кривые 3 и 4 смещены по вертикали).

Кроме этого для указанных алгоритмов были получены значения минимального количества итераций S_{min} для $\varepsilon = 100$ Гц, определенные по скользящему среднему для начальной частоты $f_0 = 9$ МГц, а также значения погрешностей измерения резонансной частоты в режиме слежения для $a = a_0 = 10^5$ Гц, $b = 10^5$ Гц и $a_c = 10^2$ Гц (таблица 1).

Таблица 1. Данные метрологических параметров для алгоритмов 1 – 4.

Параметр	Алгоритм №			
	1	2	3	4
S_{min}	10^5	2000	100	10
δ_s	$4,9 \cdot 10^{-5}$	$5,3 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$6 \cdot 10^{-4}$
δ_r	$5,7 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$5,9 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-2}$

Анализ графиков рис. 1 и данных таблицы 1 показывает, что наиболее быстрым являются алгоритм 4, а наиболее точным алгоритм 1. Поэтому представляется перспективным использовать в резонансных датчиках комбинацию этих двух алгоритмов, особенно когда резонансная частота изменяется в широком диапазоне. В этом случае алгоритм 4 работает только в режиме поиска, а алгоритм 1 в режиме слежения. Переход от одного алгоритма к другому может осуществляться либо по критерию скользящего среднего, либо по изменению знака величины ΔU_k .

В результате проведенных исследований можно констатировать, что предлагаемый комбинированный алгоритм СА существенно превосходит существующие в настоящее время методы сканирования и аппроксимации, как по точности, так и по быстродействию, что позволяет использовать его для широкого спектра различных метрологических задач.

Список литературы

1. Викторов В.А., Лункин Б.В., Совлуков А.С. Высокочастотный метод измерения неэлектрических величин. М.: Наука, 1978.
2. Новицкий П.В., Кнорринг В.Г., Гутников В.С. Цифровые приборы с частотными датчиками. Л.: Энергия, 1970.
3. Уайлд Д.Дж. Методы поиска экстремума. М.: Наука, 1967.
4. Андреев М.В., Дробахин О.О., Салтыков Д.Ю. Определение резонансной частоты и добротности полудискового цилиндрического резонатора при помощи дробно-рациональной аппроксимации // Радиофизика и радиоастрономия. 2013. Т. 18, № 4. С. 362-372.
5. Скрасанов В. Н., Гламаздин В. В., Шубный А. И., Еременко З. Е. Аппаратно-вычислительный комплекс для измерения характеристик низко- и высокодобротных резонаторов в диапазоне 26...37,5 ГГц // Радиофизика и электроника, ИРЭ НАН Украины. 2009. Т. 14, № 3. С. 389-400.
6. Бадиков С.А., Гай Е.В., Работнов Н.С. Определение погрешностей резонансных кривых на основе Паде-аппроксимации. Научно-технический сборник «Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерные константы». Вып. 3(52). М.: ЦНИИАтоминформ, 1983. С. 11-16.
7. Вазан М. Стохастическая аппроксимация. М.: Мир, 1972.
8. Логинов Н.В. Методы стохастической аппроксимации // Автоматика и телемеханика. 1966. № 4. С. 185-204.
9. Лосев А.К. Линейные радиотехнические цепи. М.: Высшая школа, 1971.