УДК 62-50; 681.501

# РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ С «ГЛУБОКОЙ» ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

**А.Б. Филимонов**
*МИРЭА – Российский технологический университет*
Россия, 119454, Москва, Проспект Вернадского, 78
E-mail: filimon_ab@mail.ru

**Н.Б. Филимонов**
*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*
Россия, 117997, Москва, ул. Профсоюзная, 65
E-mail: nbfilimonov@mail.ru

**Ключевые слова:** неопределенный объект, большой коэффициент усиления, метод метод робастной коррекции.

**Аннотация:** Обсуждаются теоретические основы и практические особенности современного подхода к построению робастных систем управления линейными динамическими объектами с параметрической неопределенностью с использованием принципа «глубокой» обратной связи - метода робастной коррекции. В основу метода положена двухконтурная схема управления, реализующая двухэтапную процедуру решения задач робастного управления с эталонной динамикой. Сначала осуществляется робастная коррекция динамики объекта посредством внутреннего контура управления с большим коэффициентом усиления, обеспечивающая системе эталонную динамику и устраняющая фактор параметрической неопределенности. Затем для скорректированного объекта посредством внешнего контура управления стандартными методами решается задача управления в условиях параметрической определенности.

## 1. Введение

В современной теории и практике управления весьма актуальной является проблема синтеза робастных систем управления динамическими объектами с параметрической неопределенностью.

К настоящему времени разработаны различные методы решения задачи робастного управления [1, 2]: методы на основе робастных критериев устойчивости Михайлова, Найквиста и Цыпкина-Поляка; *QFT*-методы; методы μ-синтеза и *LMI*-методы; методы функций Ляпунова; методы на основе интервальных критериев устойчивости Липатова-Соколова и Харитонова; методы $LQ$- и $l_1$-оптимизации; методы оптимизации в пространствах Харди (методы $H_2$- и $H_\infty$-синтеза) и др. Однако, данные методы не получили широкого применения на практике, поскольку не позволяют учитывать классические требования к динамическому качеству процессов управления.

Альтернативные а, по мнению С.В. Емельянова и С.К. Коровина, наиболее мощные методы решения задач стабилизации в условиях неопределенности основаны на использовании принципа *глубокой обратной связи* (ГОС), выдвинутого в работах Блэка (H.S. Black), Найквиста (H. Nyquist) и Боде (H.W Bode) конца 20-х – начала 30-х годов XX столетия, связанных с проблемой обеспечения функциональной стабильности электронных усилителей [3]. «Глубокой» принято называть обратную связь, при которой с увеличением коэффициента усиления прямой цепи свойства замкнутого контура определяются в основном оператором обратной связи. Применение принципа ГОС в задачах робастного управления динамическими объектами с параметрической неопределенностью сводится к использованию в регуляторе большого коэффициента усиления, обеспечивающего в пределе (при стремлении к бесконечности), во-первых, точное подавление действий параметрических возмущений и, во-вторых, точную реализацию желаемой динамики системы управления.

Принцип ГОС имеет серьезные перспективы применения в автоматике благодаря универсальности и простоте придания автоматической системе с «жесткой» структурой свойства инвариантности к параметрическим возмущениям, присущее адаптивным и самонастраивающимся систем. Данный принцип положен в основу классического метода робастного управления - метода *больших коэффициентов усиления*, берущего начало в работах М.В. Меерова [4] и получившего развитие как в отечественной (работы Я.З. Цыпкина и Б.Т. Поляка, А.С. Вострикова, В.В. Панкратова, П.Д. Крутько и др.), так и в зарубежной литературе. В работе авторов [5] обсуждались ретроспектива и теоретические аспекты данного метода. В настоящем докладе обсуждается концепция *робастной коррекции динамических систем* с использованием принципа ГОС и метода большого коэффициента усиления [6, 7].

## 2. Метод динамической коррекции с большим коэффициентом усиления

Рассматривается класс линейных стационарных объектов с одномерными входом $u$ и выходом $y$, динамика которых описывается дифференциальным уравнением $n$-го порядка вида:

$$y^{(n)}(t)+\sum_{i=0}^{n-1} a_i^0 y^{(i)}(t)=\sum_{j=0}^{m} b_j^0 u^{(j)}(t) ,$$

где $a_i^0$, $b_j^0$ - вещественные константы, причем $m<n$ и $b_m^0 \equiv \beta_0 > 0$.

Передаточная функция (ПФ) объекта равна

$$W_0(s)=\frac{B_0(s)}{A_0(s)}, \tag{1}$$

где $s$ – комплексная частота, а $A_0(s)$ и $B_0(s)$ – многочлены:

$$A_0(s)=s^n+\sum_{i=0}^{n-1} a_i^0 s^i , \; B_0(s)=\sum_{j=0}^{m} b_j^0 s^j ,$$

старшие коэффициенты (обозначаемые через lcoef) которых соответственно равны

$$\mathrm{lcoef} A_0(s)=1 \text{ и } \mathrm{lcoef} B_0(s)=\beta_0 .$$

Обратимся к блок-схеме линейной системы автоматического управления (САУ), представленной на рис. 1. Здесь $y^*$ – уставка, $\varepsilon=y^*-y$ - сигнал рассогласования. Система включает внутренний и внешний контуры управления. Внутренний контур осуществляет робастную коррекцию объекта, результатом которой является *скорректированный объект* (СО) с входом $v$, а внешний контур, осуществляет отработку уставки $y^*$ посредством *регулятора*.

*Схема робастной коррекции* (СРК) объекта реализует принцип ГОС и включает два элемента: *усилительное звено* (УЗ) в прямой цепи и *корректирующее звено* (КЗ) в цепи обратной связи.

Пусть УС имеет коэффициент усиления $K$, а КЗ имеет ПФ $H(s)$ вида

$$H(s)=\sum_{k=0}^{d} h_k s^k ,$$

где $h_k$ – вещественные константы, причем $h_d \equiv \beta_H > 0$, так, что действие КЗ описывается уравнением

$$z(t)=\sum_{k=0}^{d} h_k y^{(k)}(t) .$$

Здесь полагаем, что измерению доступны выход объекта и его производные до $d$-й включительно.

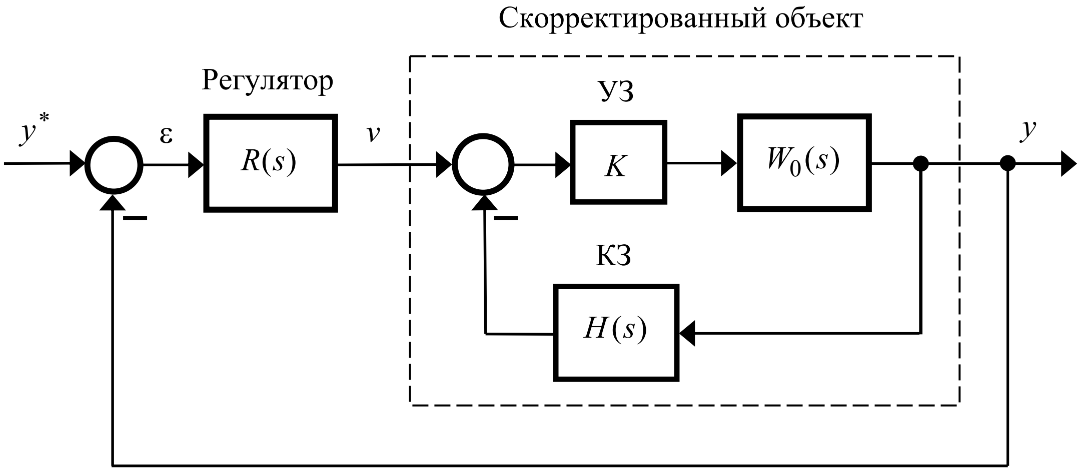


**Рис. 1.** Двухконтурная структура робастной САУ

ПФ СО с учетом (1) может быть записана в виде

(2) $$V(K,s)=\frac{KW_0(s)}{1+KW_0(s)H(s)}=\frac{KB_0(s)}{\Delta_0(K,s)},$$

где $\Delta_0(K,s)$ – характеристический многочлен СО:

(3) $$\Delta_0(K,s)=A_0(s)+KA_1(s),$$

причем

(4) $$A_1(s)=B_0(s)H(s),$$

$$\deg A_0(s)=n,\ \deg A_1(s)=m+d,\ \beta \equiv \mathrm{lcoef} A_1(s)=\beta_0\beta_H .$$

Исследуем действие СРК при больших значениях коэффициента усиления: $K>>1$.

Пусть $\Lambda(K)$ - множество корней характеристического многочлена СО (3), каждому из которых $\lambda\in\Lambda(K)$ отвечает мода – свободное движение вида $\varphi(\lambda,t)=C\exp(\lambda t)$, $C=\mathrm{const}\neq 0$. Многочлен (4) при $K\to\infty$ имеет $n_\infty=\deg A_0(s)-\deg A_1(s)$ инфинитных (уходящих в бесконечность) корней, образующих подмножество $\Lambda_\infty(K)\subset\Lambda(K)$ [6].

Асимптотическая структура множества $\Lambda_\infty(K)$ отражает, по крайней мере, одно из следующих свойств мод $\exp(\lambda t)$ для случая $K>>1$ [6]: 1) мода быстро затухает; 2) частота колебаний моды неограниченна; 3) мода имеет неограниченную степень роста. Очевидно, что в модальном составе работоспособной СРК не должно быть мод с показателями типа 2) и 3), что соблюдается лишь при выполнении условия

$$\deg A_0(s) - \deg A_1(s) = 1 \text{ или } d = n - m - 1 .$$

В этом случае справедливо приближение

(5) $$\Delta_0(K,s) \cong K(\tau s + 1) A_1(s) ,$$

где малая постоянная времени $\tau << 1$ определяется соотношением

$$\tau = \frac{1}{\beta K} .$$

Перейдем к анализу асимптотики ПФ СО. Согласно (2), (4) и (5)

(6) $$V(K,s) \cong \frac{B_0(s)}{(\tau s + 1) B_0(s) H(s)} .$$

Поскольку характер протекания процессов управления определяется областью *низких частот* ($|\tau s| << 1$), можно исключить из рассмотрения быстро затухающие моды (полагая $\tau = 0$) и получить следующую *низкочастотную аппроксимацию* ПФ СО:

(7) $$V(K,s) \cong \hat{V}(s) = \frac{1}{H(s)} .$$

Сократимость дроби (6) означает *компенсацию* совпадающих передаточных нулей и полюсов СО, что порождает (см. [8]) неуправляемую часть системы с характеристическим многочленом $B_0(s)$. Это означает, что данная СРК *применима* к объектам с левыми нулями, расположенными не слишком близко к мнимой оси $s$-плоскости.

Соотношение (7) отражает свойство *робастности* СРК: скорректированная динамика объекта описывается *редуцированной* динамической моделью порядка $d$, определяемой исключительно ПФ КЗ, и, следовательно, *инвариантной* к параметрам объекта.

В результате робастной коррекции формируется канал управления объектом с желаемой ПФ и дальнейший этап решения задачи управления сводится к применению методов синтеза, предполагающих точное знание динамических характеристик объекта.

## 3. Задача модального управления

Полагаем, что ПФ регулятора является несократимой рациональной дробью вида

(8) $$R(s) = \frac{B_R(s)}{s^{\rho} A_R(s)} ,$$

$$A_R(s) = \sum_{i=0}^{n_R} a_i^R s^i , \quad B_R(s) = \sum_{j=0}^{m_R} b_j^R s^j ,$$

где $\rho \geq 1$, $A_R(s)$ – унитарный многочлен: $\operatorname{lcoef} A_R(s) \equiv a_{n_R}^R = 1$.

Условие физической реализуемости регулятора:

$$m_R \leq \rho + n_R .$$

ПФ замкнутой САУ равна

$$W(K,s) = \frac{R(s)V(K,s)}{1 + R(s)V(K,s)} .$$

Отсюда с учетом (8) и (9) следует низкочастотное приближение

(9) $$W(K,s) \cong \hat{W}(s) = \frac{B_R(s)}{A(s)} ,$$

где

(10) $$A(s) = s^{\rho} A_R(s) H(s) + B_R(s) .$$

Соотношения (9), (10) служат основой для синтеза САУ, причем структура регулятора (8) обеспечивает системе астатизм $\rho$ -го порядка.

Обратимся к задачам модального управления, которые в современных разработках автоматических систем занимают важное теоретическое и прикладное значение. Отметим один существенный аспект классических схем и методов модального управления – они могут приводить к *неробастным решениям* [9].

Согласно постановке задачи модального синтеза САУ, необходимо получить желаемые полюса ПФ (9), т.е. обеспечить выполнение равенства

$$A(s) = A^*(s) \tag{11}$$

для заданного унитарного многочлена $A^*(s)$.

Из (10) и (11) следует функциональное уравнение для неизвестных многочленов $A_R(s)$, $B_R(s)$ и $H(s)$:

$$s^{\rho} A_R(s) H(s) + B_R(s) = A^*(s).$$

Степень характеристического многочлена (10) равна $N = \deg A(s) = \rho + n_R + d$, а число настроечных параметров в системе - $\tilde{N} = n_R + m_R + d + 1$. Рассматриваемая задача будет иметь решение в случае выполнения условия $\tilde{N} \geq N$, т.е. при $m_R \geq \rho - 1$. Для модального регулятора минимального порядка получаем: $n_R = 0$, $m_R = \rho - 1$.

Если ограничиться астатизмом первого порядка (полагая $\rho = 1$), возможно управлять не только полюсами, но также и нулями ПФ, т.е. с учетом приближения (9) обеспечивать равенство

$$\hat{W}(s) = W^*(s),$$

где $W^*(s)$ – желаемая (эталонная) ПФ.

## Список литературы


1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002. 303 с.
2. Kang-Zhi Liu, Yu Yao. Robust Control: Theory and Applications. John Wiley & Sons, 2016. 460 p.
3. Black H.S. Inventing the negative feedback amplifier (50th anniversary of Black's invention of negative feedback amplifier) // IEEE Spectrum. 1977. Vol. 14. P. 54-60.
4. Мееров М.В. Синтез структур систем автоматического регулирования высокой точности. М.: Наука, 1967. 424 с.
5. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Метод больших коэффициентов усиления и эффект локализации движений в задачах синтеза систем автоматического управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2009. № 2. С. 2-10.
6. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Робастная коррекция в системах управления с большим коэффициентом усиления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 12. С. 3-10.
7. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Робастная коррекция динамических объектов в системах автоматического управления // Автометрия. 2015. Т. 51, № 5. С. 61-68.
8. Солодовников В.В., Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. Анализ компенсационного подхода к синтезу систем управления // Известия вузов. Приборостроение. 1979. № 2. С. 27-32.
9. Филимонов А.Б., Филимонов Н.Б. О проблеме неробастности спектра в задачах модального управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 10. С. 8-13.