УДК 501: 512: 517.977.1: 681.5.075: 629.05

# ОБЩИЙ ПРИНЦИП ИЗОМОРФИЗМА: ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ И КАЛИБРОВКА ДАТЧИКОВ

**В.С. Кулабухов**
*АО «Московский научно-производственный комплекс «Авионика» им. О.В. Успенского»* (*АО МНПК «Авионика»*)
Россия, 127055, Москва, ул. Образцова, 7
E-mail: kws0704@mail.ru

**Ключевые слова:** Теория реализации, общий принцип изоморфизма, система, модель, идентификация, калибровка, датчик, искусственная нейронная сеть

**Аннотация:** Показано, что общий принцип изоморфизма, являющийся базовым для решения многих задач теории систем, может служить фундаментальной основой и для решения задачи идентификации систем в весьма общей постановке, а также в сочетании с современными парадигмами искусственных нейронных сетей позволяет предложить рациональные пути упрощения способов конструирования и калибровки датчиков.

## 1. Введение

В ряде работ показано [1-6], что *общий принцип изоморфизма* может служить единой методологической и формально-математической основой для решения многих задач теории систем. Одной из таких задач является классическая *задача реализации системы* [7], рассматриваемой в качестве «черного ящика», подразумевающая построение модели системы по некоторым данным о ней, то есть *идентификацию модели*. Задача не имела формально строгого решения, так как не удавалось, как указано в [7], не только доказать, но и сформулировать «теорему о реализации». Введение общего принципа изоморфизма позволило сформировать новую парадигму в теории систем [1, 6], основанную на этом единственном принципе, в рамках которой не только сформулирована и доказана теорема о реализации [6], но и формализованы и взаимоувязаны все основные свойства систем: наблюдаемость, управляемость, контролируемость, идентифицируемость, разделимость задач синтеза регуляторов и наблюдателей и их комплексируемость в интегрированную информационно-управляющую систему [1-6].

Существует много постановок и способов решения задач идентификации применительно к различным целям построения моделей систем [8]. Большой интерес представляет анализ проблемы идентификации в приложении к моделям и калибровке *средств измерений* и датчиков физических величин [9,10].

Инженерная *задача калибровки* решается как *задача параметрической идентификации*, заключающаяся в определении параметров математической модели датчика, *как правило, линейной*, для последующей *алгоритмической компенсации его систематических погрешностей*. Под математической моделью понимают некоторую *функцию преобразования,* ставящую в соответствие измеряемому физическому воздействию на входе датчика некоторый «сигнал» на выходе для всего множества *установившихся режимов и условий* (например, температур) его работы в форме, удобной для использования (например, в форме цифрового кода). По сути, речь идет об определении *статической характеристики*, называемой в задачах метрологии [9,10] также *функцией преобразования датчика*, *калибровочной характеристикой, тарировочной характеристикой*, *градуировочной характеристикой, измерительной характеристикой* и т.п.

Линейность функции преобразования, с одной стороны, позволяет существенно упростить процедуры калибровки, но, с другой стороны, достигается сложными конструкторскими и технологическими приемами и отбраковкой большого числа датчиков, характеристики моделей которых не отвечают общим для датчиков данного типа техническим условиям. Параметры линейных моделей датчиков, прошедших процедуру отбраковки, для повышения точности измерений дополнительно индивидуально уточняют как раз в процессе калибровки, что и обеспечивает алгоритмическую компенсацию систематических погрешностей датчика в рабочих режимах функционирования.

Модель (функцию преобразования) применяемых на практике «скалярных» и «векторных» датчиков стремятся получить в линейной параметрической форме вида

(1) $U = C + KX,$

где, в общем случае, $X$ – вектор входных сигналов, т.е. измеряемая векторная физическая величина, $U$ – вектор сигналов на выходе датчика, $K$ – матричный «*масштабный коэффициент*», $C$ – вектор «*смещений нуля*», измеряемых на выходе при заведомо известном нулевом векторе сигналов на входе датчика. Такая модель является полиномом минимальной (первой) степени для аппроксимации сигналов на выходе и требует идентификации лишь двух параметров – $C$ и $K$.

Линейная модель позволяет идентифицировать ее параметры с использованием простой процедуры калибровки. Достоинством линейной функции является и то, что восстановление и предсказание измеряемой физической величины осуществляется по весьма просто получаемой из (1) *обратной функции преобразования*

(2) $X = K^{-1}(U - C).$

Однако линейность модели достигается, в прямом смысле, дорогой ценой, которую приходится платить за сложные конструкторские ухищрения (специально направленные на обеспечение линейности) и высокий коэффициент отбраковки датчиков. Простые способы избавления от этого недостатка не известны. Недостатком является и то, что даже такая простая модель обеспечивает безусловное существование обратной функции вида (2) лишь в случае скалярного датчика.

Вместе с тем *задача калибровки может быть сформулирована в терминах общего принципа изоморфизма* [1,6], что позволяет предложить пути упрощения способов конструирования и калибровки датчиков.

## 2. Описание исследования

В отличие от подхода к конструированию датчиков, обусловливающего необходимость обеспечения линейности их моделей и порождающего соответствующие проблемы, *общий принцип изоморфизма* [1, 6] *позволяет исходить из того, что датчики в производстве не отбраковываются, их модели существенно индивидуальны, нелинейны, а в наиболее общем случае и вообще не известны.* Это требует ставить *задачу непараметрической идентификации модели датчика, как системы,* по известным данным на его входе и выходе. Такая задача идентификации (реализации [7]) может быть решена на основе теоремы о реализации, сформулированной и доказанной в [6] в форме основной леммы, применяемой к анализу всех свойств систем. На основе леммы для общей задачи идентификации систем и задачи калибровки в частности, можно построить *коммутативную диаграмму*, показанную на рис. 1.

$$\begin{tikzcd}
\boldsymbol{X_{эт}} \arrow[rr, "\boldsymbol{e_X}"] \arrow[dr, "\boldsymbol{f}"'] & & \boldsymbol{X_{вост}} \\
& \boldsymbol{U} \arrow[ur, "\boldsymbol{f^{-1}}"'] &
\end{tikzcd}$$

**Рис. 1.** Коммутативная диаграмма отображений в задаче калибровки.

В коммутативной диаграмме должны выполняться условия [6]:

$$X_{вост} = e_X X_{эт},\ e_X = f^{-1}f,\ (e_X)^{-1} = f^{-1}f,\ e_X = (e_X)^{-1} = e,\ X_{эт} = (e_X)^{-1}X_{вост},\ X_{вост} \equiv X_{эт},$$

$$e_{Xэт}{}^{лев} = f^{-1}f,\ e_{Xэт}{}^{прав} = (e_X)^{-1}e_X = e_X = f^{-1}f,\ e_{Xэт}{}^{лев} = e_{Xэт}{}^{прав} = e_X = f^{-1}f,$$

$$e_{Xвост}{}^{лев} = e_X(e_X)^{-1} = e_X = f^{-1}f,\ e_{Xвост}{}^{прав} = f^{-1}f,\ e_{Xвост}{}^{лев} = e_{Xвост}{}^{прав} = e_X = f^{-1}f,$$

(3) $$e_U{}^{лев} = ff^{-1},\ e_U{}^{прав} = ff^{-1},\ e_U{}^{лев} = e_U{}^{прав} = e_U\,,$$

где $e_X$ – изоморфное отображение, характеризующее желаемое тождество между известным (эталонным) сигналом $X_{эт}$ на входе идентифицируемой системы (калибруемого датчика) и восстановленным сигналом $X_{вост}$, полученным после преобразования выходного сигнала $U$ системы (датчика) обратной моделью $f^{-1}$; $f$ – неизвестная функция преобразования (модель), отображающая сигнал $X_{эт}$ в сигнал $U$ на выходе идентифицируемой системы (датчика); $f^{-1}$ – обратное *с точностью до изоморфизма* $e_X$ отображение к отображению ***f*,** характеризующее функцию восстановления измеряемой физической величины $X_{вост}$ для датчика или обратную модель для идентифицируемой системы; $e_{Xэт}{}^{лев}$, $e_{Xэт}{}^{прав}$, $e_{Xвост}{}^{лев}$, $e_{Xвост}{}^{прав}$, $e_U{}^{лев}$, $e_U{}^{прав}$ – соответственно левая и правая единицы на множествах сигналов $X_{эт}$, $X_{вост}$, $U$. Причем, в соответствии с условиями и результатами доказательства основной леммы [6], матричные единицы $e_U{}^{лев} = e_U{}^{прав} = e_U$, определяемые на множестве $U$ в рамках (и только в рамках!) коммутативной диаграммы, не обязательно должны быть обычными единичными матрицами. Отметим важность понимания этого, доказанного в [6] утверждения.

Кроме того, следует иметь в виду, что в отличие от применяемых датчиков, у которых функция преобразования линейна и обязательно обратима, у датчиков, идентифицируемых (калибруемых) на основе общего принципа изоморфизма, векторная функция преобразования $f$ может быть не только нелинейной, но и необратимой в обычном смысле. На $f$ накладывается лишь одно требование-ограничение [6] – она должна быть мономорфным отображением $f$: $X_{эт} \to U$. Это условие легко выполнить при калибровке (оно выполняется и для обычных «линейных датчиков»): каждому калибровочному эталонному сигналу из $X_{эт}$ должен строго соответствовать единственный выходной сигнал из $U$ и, наоборот, в множестве сигналов $U$ должно существовать подмножество $U^* \subset U$ таких сигналов, каждому из которых обязательно отвечает единственный сигнал из множества $X_{эт}$. Тогда будет существовать эпиморфное отображение $f^{-1}$: $U \to X_{вост}$, восстанавливающее сигналы из множества $X_{вост}$, точно и взаимно однозначно соответствующие сигналам из $X_{эт}$. Это означает также [6], что отображение $f$ есть *изоморфизм с точностью до изоморфизма* $e_X$: $X_{эт} \to X_{вост}$, т.е. *внутри коммутативной диаграммы.* Доказательство этих утверждений приводить не будем, так как оно аналогично доказательству основной леммы, изложенному в [6].

Условия (3) позволяют решить задачу идентификации отображений $f$ и $f^{-1}$ как прямо после формирования множеств $X_{эт} \equiv X_{вост}$ и $U$ в результате проведения калибровочных экспериментов, так и опосредованно – путем решения оптимизационной задачи, предполагающей минимизацию «невязки» между множествами $X_{эт}$ и $X_{вост}$ при условии удовлетворения уравнений связи (3). Такой подход, опирающийся на основную лемму [6], обеспечивает решение в общей постановке задач идентификации моделей любых систем, удовлетворяющих условиям мономорфности соответствующих отображений и рассматриваемых как «черный ящик». Причем проще идентифицировать обратную модель $f^{-1}$. Модель $f$ может оставаться неизвестной, так как во многих задачах используется именно обратная модель $f^{-1}$. Это относится, например, к задачам синтеза регуляторов и наблюдателей [2-5].

На практике при калибровке датчиков не нужно решать выражения (3). Действительно, под обратной функцией $f^{-1}$ может подразумеваться некоторый алгоритм «интеллектуальной» обработки выходных сигналов $U$, который может быть сформирован в результате процедуры обучения «интеллектуального датчика», представленного на рис. 1 в виде коммутативной диаграммы. Обучение реализуется на примерах сигналов из множеств $X_{эт}$ и $U$ с учетом тождества $X_{вост} \equiv X_{эт}$. В общем случае идентификации любых систем формирование обратной модели $f^{-1}$ может осуществляться аналогично - в форме «интеллектуального алгоритма», обучаемого на примерах сигналов из множеств $X_{эт}$ и $U$ с учетом выполнения условия $X_{вост} \equiv X_{эт}$.

Из приведенных утверждений и рассуждений следуют выводы:

- во-первых, на множестве выходных сигналов $U$ датчика допускается существование «зашумленных» сигналов, ни один из которых не отвечает какому-либо эталонному сигналу из множества $X_{эт}$. Тем не менее «интеллектуальная» обработка зашумленных сигналов посредством обратной функции $f^{-1}: U \to X_{вост}$ позволит восстановить точные сигналы из $X_{вост}$, однозначно отвечающие соответствующим сигналам из $X_{эт}$, посредством выделения в $U$ указанного выше подмножества $U^* \subset U$;
- во-вторых, предложенный подход является строго формализованным и позволяет в весьма общей постановке решать задачу реализации (идентификации) систем с шумами в выходном сигнале, которую изначально ставили в классической литературе [7];
- в-третьих, утверждение о существовании и единственности $f^{-1}$ и его доказательство справедливы в том случае, когда требование изоморфизма отображения $e_X$: $X_{эт} \to X_{вост}$ заявлено заранее и реализовано, например, путем «обучения» интеллектуального датчика в процессе калибровки. Процесс обучения позволяет сформировать обратную, с точностью до изоморфизма $e_X$: $X_{эт} \to X_{вост}$, функцию преобразования $f^{-1}$ датчика, то есть решить задачу непараметрической идентификации его модели.

Технологию обучения интеллектуального датчика можно описать следующим образом. Ставятся калибровочные эксперименты, позволяющие получить для каждого эталонного сигнала из $X_{эт}$ единственный сигнал из множества $U$ выходных сигналов датчика (например, некоторый уникальный цифровой код). Далее, в качестве модели обратной функции $f^{-1}$ выбирается, например, искусственная нейронная сеть, обучаемая на полученных калибровочных примерах таким образом, чтобы каждому уникальному сигналу из $U$ строго отвечало единственное восстановленное значение физической величины из множества $X_{вост}$, точно соответствующее тому значению входной физической величины из $X_{эт}$, которому точно соответствует сигнал из $U$, вызвавший указанный отклик нейронной сети (сигнал из множества $X_{вост}$). После обучения нейронной сети на всем множестве калибровочных сигналов-примеров для проверки точности модели $f^{-1}$ может быть проведена серия контрольных экспериментов с подачей на вход датчика таких сигналов, которые не вошли в множество обучающих эталонных сигналов $X_{эт}$. При необходимости для повышения точности интеллектуального датчика нейронная сеть может быть дообучена на результатах дополнительных экспериментов, позволяющих сформировать промежуточные обучающие точки-сигналы. Такая процедура обучения опирается на изоморфное отображение $e_X$: $X_{эт} \to X_{вост}$ и в неявной форме (в форме нейронной сети) позволяет получить обратную функцию преобразования $f^{-1}$, восстанавливающую с заданной точностью реальные значения физической величины, действующей на вход датчика.

Нейронная сеть (обратная функция $f^{-1}$), сформированная и обученная в процессе калибровочных экспериментов, должна записываться в память интеллектуального датчика и в дальнейшем использоваться при его рабочем функционировании. Обратим внимание на то, что необходимость идентификации самой функции преобразования $f$, а также необходимость решения системы алгебраических уравнений (3) для определения обратной функции $f^{-1}$ при рассмотренном подходе отсутствует. Функция $f$ может оставаться вообще неизвестной. К ней предъявляется лишь обычное и для «линейного» датчика требование – высокая стабильность (неизменность) при длительных сроках эксплуатации. При этом $f$ может изменяться (трансформироваться) при изменении в широких пределах ожидаемых условий эксплуатации датчика. В этом случае нейронная сеть должна быть обучена применительно ко всем этим условиям путем проведения дополнительных калибровочных экспериментов. Кроме того, у конструкторов, в отличие от традиционного подхода, связанного с необходимостью обеспечения линейности функции $f$, появляется свобода выбора таких ее видов, которые обеспечивают, например, избирательное повышение чувствительности датчика в некоторых, интересующих разработчика, диапазонах измерения физической величины. Если таких требований нет, конструктор может вообще не задаваться каким-либо видом функции $f$, ориентируясь лишь на приемлемую чувствительность датчика.

Аналогичная процедура аппроксимации функции $f^{-1}$ нейронной сетью может применяться и в общем случае идентификации систем, в том числе и динамических. В последнем случае может быть рассмотрена задача аппроксимации амплитудно-фазовой частотной характеристики системы нейронной сетью или могут использоваться динамические нейронные сети [11].

Отметим, что применение многих известных видов искусственных нейронных сетей [11], потенциально отвечающих целям обучения интеллектуальных датчиков и идентификации систем, в практических приложениях может встретить трудности, так как алгоритмы их обучения сложны и, как правило, итерационны. Возникнет необходимость проведения заранее неизвестного числа эпох обучения, что увеличит сроки калибровки и потребует повышения квалификации персонала. Исходя из практически значимых критериев, нужно использовать такие нейронные сети, которые легко обучаются персоналом обычной квалификации, допускают высокий уровень автоматизации и имеют предсказуемое время обучения, не приводящее к увеличению обычных сроков калибровки. Таким требованиям удовлетворяют, например, искусственные нейробионические сети, рассмотренные в [12].

# 3. Заключение

Показана возможность расширения парадигмы в теории систем, основанной на общем принципе изоморфизма [1-6], на широко востребованную прикладную область, связанную с идентификацией систем, разработкой и калибровкой датчиков. Получено решение задач идентификации и калибровки в весьма общей постановке, опирающейся на общий эффект от применения двух технологий – технологии идентификации систем на основе общего принципа изоморфизма [1-6] и технологии разработки и обучения искусственных нейронных сетей [12]. Предложен метод идентификации и калибровки датчиков, исключающий требование линеаризации их моделей приемами конструирования. Применение метода позволит создавать «интеллектуальные датчики» с заданной точностью восстановления измеряемой физической величины в ожидаемых условиях функционирования, обладающие свойством избирательного повышения чувствительности в интересующих диапазонах. Полученные результаты обеспечивают возможность реализации принципиально новых, более простых способов конструирования и калибровки датчиков различного назначения.

## Список литературы


1. Кулабухов В.С. Принцип изоморфности в задаче реализации и его приложения к анализу свойств систем управления // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2014. С. 438-448. URL: http://vspu2014.ipu.ru/prcdngs
2. Кулабухов В.С. Изоморфные наблюдатели состояния и робастная фильтрация сигналов систем // Радиотехника. 2017. № 8. С. 50-55.
3. Кулабухов В.С. Синтез регуляторов для следящих систем на основе принципа изоморфности // Мехатроника. Автоматизация. Управление. 2017. Т. 18, №8. С. 507-515.
4. Kulabukhov V. Linear Isomorphic Regulators // CMTAI 2016. MATEC Web of Conf. 2017. Vol. 99. P. 03008.(doi:10.1051/matecconf/20179903008) URL:https://www.matec-conferences.org/articles/matecconf/pdf/2017/13/matecconf_cmtai2017_03008.pdf
5. Kulabukhov V. S. Isomorphic observers of the linear systems state // Workshop on Materials and Engineering in Aeronautics (MEA 2017). 15–16 November 2017, Moscow, Russian Federation. doi:10.1088/1757-899X/312/1/012016. p. 012016. URL: http://iopscience.iop.org/issue/1757-899X/312/1
6. Кулабухов В.С. Общий принцип изоморфизма в теории систем // Cloud of Science. 2018. Т. 5, №3. С. 400-472. URL: https://cloudofscience.ru/sites/default/files/pdf/CoS_5_400.pdf
7. Калман Р.Е. Идентификация систем с шумами // УМН. 1985. Т. 40, Вып. 4 (244). С. 27-41.
8. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации. М.: Наука, 1995. 336 с.
9. URL: https://search.rsl.ru/ru/record/01006744194
10. ГОСТ Р 8.879-2014. Государственная система обеспечения единства измерений. Методики калибровки средств измерений. Общие требования к содержанию и изложению.
11. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс / 2-е изд. Пер. с англ. М.: Вильямс, 2006. 1104 с.
12. Кулабухов В.С. Модель нейробионической сети для бортовых систем искусственного интеллекта // III Всероссийская научно-техническая конференция «Моделирование авиационных систем». Сборник тезисов докладов. ФГУП «ГосНИИАС», 21-22 ноября 2018 г., г. Москва. С. 339-341.