

УДК 681.5.011

# ПРОСТОЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ СКОРОСТИ ДЛЯ СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

**Н.А. Николаев**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [nikona@yandex.ru](mailto:nikona@yandex.ru)

**О.В. Слита**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [o-slita@yandex.ru](mailto:o-slita@yandex.ru)

**Е.А. Карпенко**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [proekt340@yandex.ru](mailto:proekt340@yandex.ru)

**О.А. Козачёк**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [oakozachek@mail.ru](mailto:oakozachek@mail.ru)

**Ключевые слова:** Синхронный двигатель с постоянными магнитами, бездатчиковое управление, наблюдатель скорости ротора.

**Аннотация:** Работа посвящена синтезу простого наблюдателя скорости для неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами. Ключевой особенностью данного наблюдателя является то, что для его функционирования требуется знание сопротивления и индуктивности двигателя. Наблюдатель может быть применен в случаях, когда известны коэффициент вязкого трения и момент нагрузки.

## 1. Введение

Синхронные двигатели с постоянными магнитами (СДПМ) широко используются в промышленности (краны, вакуумные насосы, подъемники), а также в быту (холодильники, пылесосы, кондиционеры, стиральные машины) вследствие того, что они характеризуются высокой мощностью и полезной нагрузкой, а также сохраняют постоянную скорость при ударных нагрузках и вариациях напряжения питания. При

использовании векторных методов управления СДПМ необходимо знать скорость вращения и положение ротора. Однако использование датчиков положения и скорости требует дополнительных материальных затрат, а в ряде случаев их установка вызывает сложности [1], поэтому СДПМ часто управляются с помощью бездатчиковых алгоритмов [11]. Для построения бездатчиковых алгоритмов управления [9, 13, 16], были предложены адаптивные алгоритмы идентификации параметров двигателей, позволяющие получить значения параметров. В [2, 4, 8, 10] оценивают сопротивление обмотки и индуктивность статора. Алгоритмы, рассмотренные в [3, 4, 12, 15] оценивают положение и скорость ротора. Для того, чтобы определить положение ротора, необходимо знать начальные параметры потока. В следствие этого множество работ посвящено компенсации смещения в оценке потока [7, 12, 14]. В работе [4] предложен градиентный наблюдатель положения ротора, который требует выполнение условия незатухающего возбуждения, обеспечивающий ограниченность сигналов и экспоненциальную сходимость к нулю ошибки между потоком и его оценкой. Скорость и положение ротора вычисляются исходя из оценки магнитного потока. В [3] градиентный алгоритм адаптации был заменен оценкой с помощью расширенной динамической регрессии и перемешивания. В данной работе рассматривается новый алгоритм оценки скорости ротора СДПМ с постоянными параметрами (сопротивлением обмотки и индуктивностью).

## 2. Модель СДПМ и постановка задачи

Классическая модель ненасыщенного СДПМ с неявнополюсным ротором в координатах статора представлена  $(\alpha\beta)$  в [6, 14]:

$$(1) \quad L \frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = -Ri_{\alpha\beta} - \lambda_m n_p \omega J_a C_a + v_{\alpha\beta},$$

$$(2) \quad J\dot{\omega} = \lambda_m n_p i_{\alpha\beta}^T J_a C_a - \tau_L - k_f \omega,$$

где  $J_a := \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ,  $i_{\alpha\beta} = \text{col}(i_\alpha, i_\beta)$  и  $v_{\alpha\beta} = \text{col}(v_\alpha, v_\beta)$  - ток статора и напряжение двигателя соответственно,  $\omega$  - скорость ротора,  $L$  - индуктивность ротора,  $R$  - сопротивление ротора,  $n_p$  - количество пар полюсов,  $J$  - момент инерции ротора,  $k_f \geq 0$  - коэффициент вязкого трения,  $\lambda_m$  - постоянный магнитный поток, генерируемый постоянными магнитами,  $\tau_L$  - момент инерции нагрузки и  $C_a := \text{col}(\cos(n_p\theta), \sin(n_p\theta))$ .

Поставим задачу синтезировать наблюдатель скорости для СДПМ в предположении, что сопротивление ротора, индуктивность, коэффициент вязкого трения и момент нагрузки известны.

## 3. Синтез наблюдателя скорости

### 3.1. Допущения

При синтезе наблюдателя скорости используются следующие допущения:  
Допущение 1. Момент нагрузки  $\tau_L$  известен или измеряется.

Допущение 2. Индуктивность статора  $L$ , сопротивление обмотки статора  $R$ , момент инерции ротора  $J$ , количество пар полюсов  $p_p$  и коэффициент вязкого трения  $k_f$  являются известными константами.

### 3.2. Синтез наблюдателя для $\tau_L \equiv 0$

Уравнение (1) можно переписать следующим образом

$$(3) \quad Li_{\alpha\beta}^T \frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = -Ri_{\alpha\beta}^T i_{\alpha\beta} - \lambda_m p_p \omega i_{\alpha\beta}^T J_a C_a + i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta}.$$

В предположении, что  $\tau_L \equiv 0$  из (2) получим

$$(4) \quad \lambda_m p_p i_{\alpha\beta}^T J_a C_a = J\dot{\omega} + k_f \omega.$$

Подставляя (4) в (3), имеем

$$(5) \quad Li_{\alpha\beta}^T \frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = -Ri_{\alpha\beta}^T i_{\alpha\beta} - \omega(J\dot{\omega} + k_f \omega) + i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta}.$$

Введем две переменные:

$$(6) \quad \begin{cases} q_1 = \frac{1}{2} i_{\alpha\beta}^T i_{\alpha\beta}, \\ q_2 = \frac{1}{2} \omega^2. \end{cases}$$

Тогда (5) можно переписать в следующем виде

$$(7) \quad L\dot{q}_1 + 2Rq_1 = -J\dot{q}_2 - 2k_f q_2 + i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta}.$$

Рассмотрим фильтр  $H(p) = \frac{1}{Jp+2k_f}$ , где  $p$  - оператор дифференцирования. Из (7) получим

$$(8) \quad q_2 = H(p) \left( [i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta}] - 2R[q_1] \right) - LpH(p) [q_1],$$

где  $pH(p) = \frac{p}{Jp+2k_f}$ . Теперь из (8) можно найти  $q_2$ , а затем  $\omega$  из предварительно предложенного выражения (6).

### 3.3. Наблюдатель скорости для известного и постоянного $\tau_L$

В предположении, что  $\tau_L$  - это известная постоянная, из (2) имеем

$$(9) \quad \lambda_m p_p i_{\alpha\beta}^T J_a C_a = J\dot{\omega} + k_f \omega + \tau_L.$$

Подставляя (4) в (3) получим

$$(10) \quad Li_{\alpha\beta}^T \frac{di_{\alpha\beta}}{dt} = -Ri_{\alpha\beta}^T i_{\alpha\beta} - \omega(J\dot{\omega} + k_f \omega + \tau_L) + i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta}.$$

Рассмотрим две переменные (6), тогда (10) можно переписать как

$$(11) \quad L\dot{q}_1 + 2Rq_1 + J\dot{q}_2 + 2k_f q_2 = i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta} - \tau_L \omega.$$

Из уравнения (11) получаем

$$(12) \quad q_2 = -kH(p) \sqrt{2q_2} + \varsigma,$$

где  $k = \tau_L$ ,  $H(p) = \frac{1}{Jp+2k_f}$  и  $\varsigma = \frac{1}{Jp+2k_f} i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta} - \frac{Lp+2R}{Jp+2k_f} q_1$ .

**Утверждение 1.** В случае, когда  $\tau_L$  является известной постоянной величиной, для оценки параметра  $q_2$  (12) может быть использован наблюдатель вида

$$(13) \quad \hat{q}_2 = -kH(p)\sqrt{2\hat{q}_2} + \varsigma,$$

для сходимости оценки (13) требуется выполнение условий  $k \geq 0$  и  $\hat{\omega} + \omega > 0$ .

**Доказательство утверждения 1.** Рассмотрим ошибку  $e = \hat{\omega} - \omega$ , тогда

$$(14) \quad \begin{aligned} \hat{\omega}^2 - \omega^2 &= -2kH(p)\hat{\omega} + 2kH(p)\omega = -2kH(p)e, \\ (\omega + e)^2 - \omega^2 &= 2e\omega + e^2 = -2kH(p)e. \end{aligned}$$

Тогда из (14) имеем

$$(15) \quad e^2 + 2e\omega = -2kH(p)e; e(e + 2\omega) = e(\hat{\omega} + \omega) = -2kH(p)e.$$

Обозначим  $\gamma(t) = \frac{2k}{\hat{\omega} + \omega}$ , тогда для ошибки  $e$  имеем

$$(16) \quad e = -\gamma(t)H(p)e.$$

Если  $\gamma(t) \geq 0$ , тогда  $\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0$ . Для доказательства последнего можно использовать результаты теории пассивных систем.

### 3.4. Синтез наблюдателя скорости для известного и переменного момента нагрузки $\tau_L$

Если момент нагрузки  $\tau_L$  известная функция времени, то тогда из (2) получим

$$(17) \quad \lambda_m n_p i_{\alpha\beta}^T J_a C_a = J\dot{\omega} + k_f \omega + \tau_L.$$

Проводя преобразования, аналогичные (10),(11) можно получить

$$(18) \quad q_2 = -H(p)\tau_L\sqrt{2q_2} + \varsigma,$$

где  $H(p) = \frac{1}{Jp+2k_f}$  and  $\varsigma = \frac{1}{J_s+2k_f} i_{\alpha\beta}^T v_{\alpha\beta} - \frac{Lp+2R}{Jp+2k_f} q_1$ .

**Утверждение 2.** В случае, когда  $\tau_L$  является известной переменной функцией, для оценки параметра  $q_2$  (18) может быть использован наблюдатель вида

$$(19) \quad \hat{q}_2 = -H(p)\tau_L\sqrt{2\hat{q}_2} + \varsigma,$$

для сходимости оценки (18) требуется выполнение условий  $\tau_L \geq 0$  и  $\hat{\omega} + \omega > 0$ .

**Доказательство утверждения 2.** Рассмотрим уравнения (14) и (15). Теперь мы можем записать

$$(20) \quad e(t)(\hat{\omega} + \omega) = -\frac{k_1}{p + k_2}\tau_L(t)e(t).$$

Обозначим  $\beta(t) = \hat{\omega} + \omega$ ,  $r(t) = \beta(t)e(t)$ . Теперь (20) можно переписать в форме

$$(21) \quad \begin{aligned} r(t) &= -\frac{k_1}{p + k_2}\tau_L(t)e(t), (p + k_2)r(t) = -k_1\tau_L(t)e(t), \\ \dot{r}(t) &= -k_2r(t) - k_1\tau_L(t)e(t) = -k_2r(t) - k_1\tau_L(t)\beta^{-1}(t)r(t). \end{aligned}$$

Из (21) получим новое условие устойчивости

$$(22) \quad k_2 + k_1\tau_L(t)\beta^{-1}(t) > 0, k_2 > -k_1\tau_L(t)\beta^{-1}(t).$$

## 4. Заключение

В работе синтезирован наблюдатель скорости с использованием линейной фильтрации известных сигналов в предположении, что сопротивление обмотки статора, индуктивность статора, момент инерции ротора, количество пар полюсов, коэффициент вязкого трения и момент нагрузки известны.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08).

## Список литературы

1. Acarnley P.P., Watson J.F. Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines // *IEEE Trans. Ind. Electron.* 2006. vol. 53. P. 352-362.
2. Bazylev D.N., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Chezhin M.S. Parameter Identification Algorithms for the Synchronous Motors with Permanent Magnets // *Mechatronics, automation, control.* 2016. Vol. 17, No. 3. P. 193-199.
3. Bobtsov A.A., Bazylev D.N., Pyrkin A.A., Aranovskiy S.V., Ortega R. A robust nonlinear position observer for synchronous motors with relaxed excitation conditions // *Int. J. Con.* 2016. P. 1-12.
4. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Ortega R., Vukosavic S.N., Stankovic A.M., Panteley E.V. A Robust Globally Convergent Position Observer for the Permanent Magnet Synchronous Motor // *Automatica.* 2015. Vol. 61. P. 47-54.
5. BMP synchronous motor. Motor manual, V1.00. Schneider Electric, 2012.
6. Chiasson J. Modeling and high-performance Control of electric machines. Wiley, 2005. 709 p.
7. Dib W., Ortega R., Malaize J. Sensorless control of permanent-magnet synchronous motor in automotive applications: Estimation of the angular position // *IECON 2011. 37th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society.* Melbourne, Australia. P. 728-733.
8. Hinkkanen M., Tuovinen T., Harnefors L., Luomi J. A combined position and stator-resistance observer for salient PMSM drives: Design and stability analysis // *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* 2012. Vol. 27, No. 2. P. 601-609.
9. Ichikawa S., Tomita M., Doki S., Okuma S. Sensorless control of permanent magnet synchronous motors using online parameter identification based on system identification theory // *IEEE Transactions on Industrial Electronics.* 2006. Vol. 53, No. 2. P. 363-372. doi: 10.1109/TIE.2006.870875
10. Kisek D., Chanag J., Kang D., Kim J., Anghel D. Parameter identification of permanent-magnet synchronous motors for sensorless control // *Rev. Roum. Sci. Techn. Electrotechn. et Energ.* 2010. Vol. 55, No. 2. P. 132-142.
11. Nam K.H., *AC Motor Control and Electric Vehicle Applications.* CRC Press, 2010. 449 p.
12. Ortega R., Praly L., Astolfi A., Lee J., Nam K.H. Estimation of rotor position and speed of permanent magnet synchronous motors with guaranteed stability. *Control Systems Technology* // *IEEE Trans.* 2011. Vol. 19, No. 3. P. 601-614.
13. Piippo A., Hinkkanen M., Luomi J. Adaptation of motor parameters in sensorless PMSM drives // *IEEE Transactions on Industry Applications.* 2009. Vol. 45, No. 1. P. 203-212. doi: 10.1109/TIA.2008.2009614
14. Shah D., Espinosa-Pérez G., Ortega R., Hilairet M. Sensorless Speed Control of Nonsalient Permanent Magnet Synchronous Motors // *IFAC Proceedings Volumes.* 2011. Vol. 44, No. 1. P. 11109-11114.
15. Tomei P., Verrelli C. Observer-based speed tracking control for sensorless permanent magnet synchronous motors with unknown torque // *IEEE Transactions on Automatic Control.* 2011. Vol. 56, No. 6. P. 1484-1488.
16. Verrelli C.M., Savoia A., Mengoni M., Marino R., Tomei P., Zarri L. On-line identification of winding resistances and load torque in induction machines // *IEEE Transactions on Control Systems Technology.* 2004. Vol. 22, No. 4. P. 1629-1637.