

УДК 531.36

ЦИКЛЫ В ДИНАМИКЕ ДВУХЗВЕННОГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО МАЯТНИКА С ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОМ

А.П. Голуб

НИИ механики МГУ

Россия, 119192, Москва, Мичуринский просп., 1
Белорусский государственный университет
Республика Беларусь, Минск, пр. Независимости, 4
E-mail: holub.imech@gmail.com

Ю.Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ

Россия, 119192, Москва, Мичуринский просп., 1
E-mail: klimina@imec.msu.ru

R. Garziera

University of Parma

Italy, via Università, 12 – I 43121 Parma,
E-mail: rinaldo.garziera@unipr.it

Ключевые слова: колебания, периодические движения, двухзвенный маятник, аэродинамика.

Аннотация: Рассматривается двухзвенный маятник, звенья которого могут двигаться в горизонтальной плоскости. На втором звене закреплено крыло. Маятник находится в в потоке среды. Первое звено маятника соединено с двумя одинаковыми пьезоэлементами таким образом, что они деформируются при повороте этого звена. Аэродинамические силы, действующие на маятник, описываются в рамках квазистатического подхода. Проведено численное моделирование динамики данной электромеханической системы. Установлено, что в системе при определенных значениях параметров существуют периодические колебания, т.е. она может использоваться в качестве устройства для генерации электроэнергии. Исследована зависимость напряжения, вырабатываемого пьезоэлементами, от скорости набегающего потока. Показано, что при определенном выборе параметров колебания существуют только в некотором ограниченном диапазоне значений скорости потока.

1. Введение

В последние годы растет интерес к использованию для преобразования энергии движущейся среды устройств, в которых рабочий элемент совершает не вращательное (как в ставших уже привычными малых и больших ветротурбинах различных типов), а колебательное движение. Такие разработки и исследования ведутся разными группами исследователей, как у нас в стране, так и за рубежом. В системах такого типа используются разные эффекты – флаттер крыла [1, 2], колебания плохообтекаемых конструкций, индуцированные вихрями [3], галопирование [4].

В НИИ механики МГУ активно ведутся работы по разработке различных ветроэнергетических установок колебательного типа. В частности, был разработан новый тип ветроустановки, в основе конструкции которой – кривошипно-шатунный механизм ([5]). Было проведено также исследование динамики двухзвенного аэродинамического маятника в упругом креплении [6], которое продемонстрировало, что эта система может совершать автоколебания под действием потока среды, и, соответственно, может служить для преобразования энергии потока.

Использовать обычные электрогенераторы с вращающимся ротором и/или статором в ветроэнергетических установках колебательного типа представляется нерациональным. По-видимому, более предпочтительным (и весьма распространенным) типом устройств для преобразования энергии механических колебаний таких систем в электроэнергию являются пьезоэлементы.

В настоящей работе предложена схема использования автоколебаний двухзвенного аэродинамического маятника для выработки электроэнергии с помощью пьезоэлементов.

2. Описание системы и уравнения движения

Рассмотрим механическую систему, состоящую из двухзвенного аэродинамического маятника $O_1O_2O_3$ [4], первое звено которого соединено с помощью нерастяжимых нитей с двумя одинаковыми пьезоэлементами P_1 и P_2 (см. рис. 1). Будем считать, что оси вращения звеньев маятника вертикальны. Пусть маятник помещен в поток среды, скорость которого на бесконечности постоянна и равна по величине V . Введем неподвижную систему координат, начало которой находится на оси вращения первого звена, а ось абсцисс направлена вдоль скорости потока.

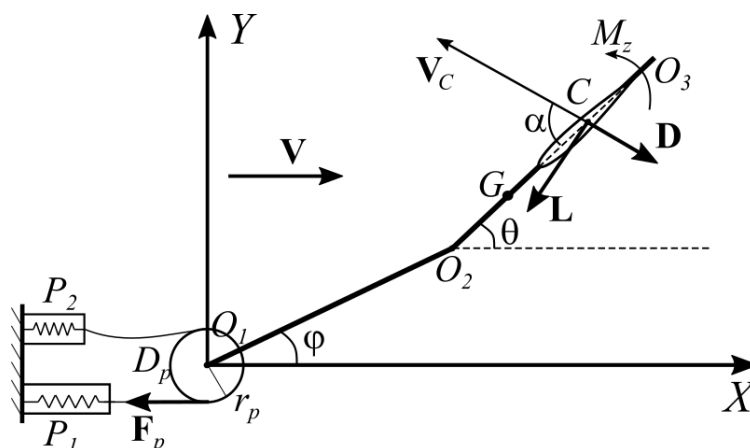


Рис. 1. Двухзвенный аэродинамический маятник, соединенный с пьезоэлементами (вид сверху).

Пусть φ , θ – углы между первым и вторым звеном маятника и осью абсцисс.

Будем считать, что нити, обеспечивающие соединение между маятником и пьезоэлементами, прикреплены к диску D_p , установленному на оси вращения первого звена и жестко связанному с этим звеном. Таким образом, при повороте первого звена на угол φ один из пьезоэлементов деформируется на величину, равную φr_p (где r_p – ра-

диус диска D_p). Второй пьезоэлемент остается недеформированным из-за провисания соответствующей нити.

Для описания аэродинамического воздействия на маятник будем пользоваться квазистатической моделью, считая, что этой воздействию сводится к силе \mathbf{D} лобового сопротивления и подъемной силе \mathbf{L} , приложенным в середине C хорды крыла, а также моменту M_z относительно этой точки.

$$(1) \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2} \rho \sigma V_C C_x(a) \mathbf{V}_C, \quad \mathbf{L} = \frac{1}{2} \rho \sigma V_C C_y(a) [\mathbf{e}_z, \mathbf{V}_C], \quad M_z = \frac{1}{2} \rho \sigma b V_C^2 C_m(a)$$

Здесь ρ – плотность среды; σ – площадь крыла; b – длина хорды крыла; C_x , C_y , C_m – безразмерные коэффициенты лобового сопротивления, подъемной силы и аэродинамического момента относительно точки C , соответственно; V_C – воздушная скорость точки C ; a – мгновенный угол атаки, т.е. угол между вектором \mathbf{V}_C и хордой крыла. Угол атаки и воздушная скорость находятся из следующих кинематических соотношений:

$$(2) \quad \begin{aligned} V_C \cos a &= V \cos q + l_1 \dot{j} \sin(j - q) \\ V_C \sin a &= V \sin q + l_1 \dot{j} \cos(j - q) + r \dot{q} \end{aligned}$$

Здесь l_1 – длина первого звена, r – расстояние от шарнира O_2 между звеньями до точки C .

Для моделирования пьезоэлемента будем использовать подход, предложенный в работах [7, 8].

С учетом вышеизложенного уравнения движения системы имеют следующий вид:

$$(1) \quad \begin{aligned} & (J_1 + ml_1^2) \ddot{\varphi} + ml_1 l_2 \cos(\theta - \varphi) \ddot{\theta} - ml_1 l_2 \sin(\theta - \varphi) \dot{\theta}^2 = \\ & = -\frac{\rho \sigma V_C l_1}{2} C_x(\alpha) (V \sin \varphi + l_1 \dot{\varphi} + r \cos(\theta - \varphi) \dot{\theta}) + \\ & + \frac{\rho \sigma V_C l_1}{2} C_y(\alpha) (-V \cos \varphi + r \sin(\theta - \varphi) \dot{\theta}) - r_p^2 (k_p \varphi + h_p \dot{\varphi}) + r_p \chi U \\ & (J_2 + ml_2^2) \ddot{\theta} + ml_1 l_2 \cos(\theta - \varphi) \ddot{\varphi} + ml_1 l_2 \sin(\theta - \varphi) \dot{\varphi}^2 = \\ & = -\frac{\rho \sigma V_C r}{2} C_x(\alpha) (V \sin \theta + r \dot{\theta} + l_1 \cos(\theta - \varphi) \dot{\varphi}) + \\ & + \frac{\rho \sigma V_C r}{2} C_y(\alpha) (-V \cos \theta + l_1 \sin(\theta - \varphi) \dot{\varphi}) + \frac{\rho \sigma V_C^2 b}{2} C_m(\alpha) \\ & C_p \dot{U} + \frac{U}{R} + \chi r_p \dot{\varphi} = 0 \end{aligned}$$

Здесь J_1 – момент инерции первого звена относительно оси вращения, J_2 – центральный момент инерции второго звена, m – масса второго звена, l_2 – расстояние от точки O_2 до центра масс G второго звена, U – напряжение, вырабатываемое пьезоэлектрическим элементом, C_p – емкость этого элемента, χ – коэффициент электромеханического взаимодействия, R – сопротивление в цепи пьезоэлемента, k_p , h_p – коэффициенты эффективной жесткости и демпфирования пьезоэлемента.

Будем считать, что крыло имеет симметричный профиль. Тогда $C_m(0) = C_l(0) = 0$. Как нетрудно видеть, в этом случае система имеет тривиальное равновесие

$\varphi = \theta = U \equiv 0$, которое соответствует положению, когда оба звена вытянуты вдоль потока. В работе [6] показано, что это положение равновесия для двухзвенного аэродинамического маятника в упругом подвесе может быть неустойчивым при определенном выборе значений параметров. При этом в системе возникают автоколебательные режимы.

3. Периодические режимы

Чтобы изучить динамику нашей электромеханической системы, проведем численное моделирование. При этом в расчетах примем для маятника следующие массово-инерционные параметры (эти значения близки к тем, которые использовались в [6]):

$$m = 0.1 \text{ кг}, J_1 = 0.002 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, J_2 = 0.001 \text{ кг}\cdot\text{м}^2,$$

$$b = 0.1 \text{ м}, l_1 = l_2 = 0.15 \text{ м}, \sigma = 0.05 \text{ м}^2, r_p = 0.02 \text{ м}.$$

Для аэродинамических коэффициентов будем использовать данные статических экспериментов [9].

Для модели пьезоэлемента и сопротивления во внешней цепи будем использовать следующие значения параметров, взятые из работы [8]:

$$C_p = 120 \text{ нФ}, \chi = 1.55 \text{ мН}\cdot\text{В}^{-1}, k_p = 1000 \text{ кг}\cdot\text{с}^{-2},$$

$$h_p = 27.43 \text{ кг}\cdot\text{с}^{-1}, R = 100000 \text{ Ом}.$$

Исследуем влияние параметра r , характеризующего положение крыла на втором звене, и скорости набегающего потока на поведение системы.

Результаты расчетов представлены в виде зависимостей амплитуды φ_* колебаний первого звена маятника (рис. 2а) и амплитуды U_* напряжения, вырабатываемого пьезоэлементами (рис. 2б), от V . Стрелками изображено направление движения изображающей точки вдоль кривых при увеличении/уменьшении скорости потока.

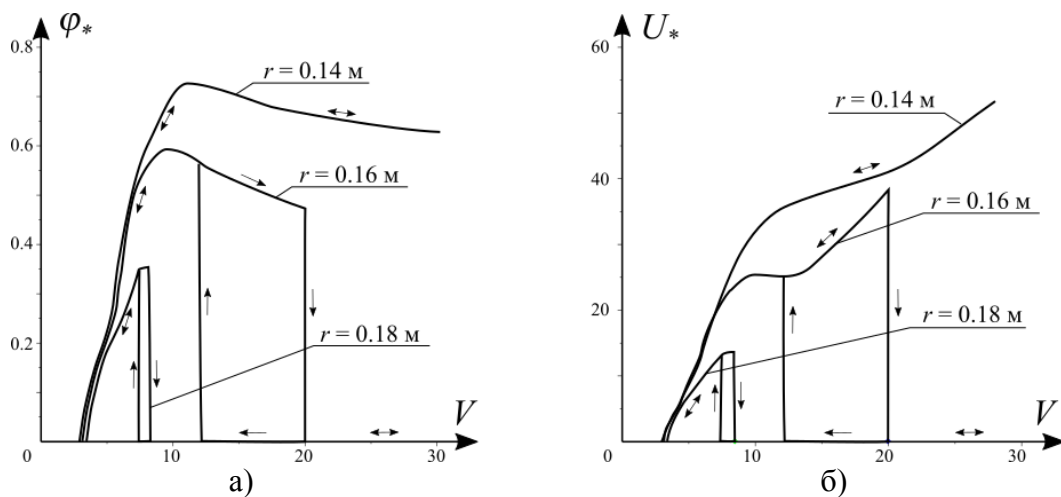


Рис. 2. Зависимость амплитуды колебаний первого звена и амплитуды напряжения, вырабатываемого пьезоэлементами, от скорости потока при разных положениях крыла на втором звене.

Видно, что при малых скоростях потока положение равновесия «по потоку» асимптотически устойчиво при всех выбранных значениях r . Это связано, в частности, с наличием эффективного демпфирования в пьезоэлементах. При увеличении скорости по-

тока положение «по потоку» становится неустойчивым, и возникает притягивающий цикл. Амплитуда этого цикла растет с ростом V . Если крыло расположено достаточно близко к шарниру между звеньями, то неустойчивость сохраняется, и цикл существует при всех рассмотренных скоростях потока (кривые, отвечающие значению $r = 0.14$ м на рис. 2).

Однако если r сравнительно велико, то картина существенно меняется. Существует некоторое критическое значение скорости потока, при котором положение равновесия снова становится асимптотически устойчивым. Кроме того, при достаточно большом значении V колебательный режим исчезает. Для того чтобы вернуться на него, скорость потока должна уменьшиться настолько, чтобы тривиальное положение равновесия снова стало неустойчивым. Таким образом, имеет место гистерезис.

С одной стороны, такая особенность поведения может быть полезной с технической точки зрения: она обеспечивает «автоматическую» остановку системы, когда скорость ветра становится слишком большой. С другой стороны, при такой конфигурации, как видно из рис. 2б, вырабатываемое напряжение меньше.

4. Заключение

Рассмотрена математическая модель электромеханической системы, состоящей из аэродинамического маятника, соединенного с пьезоэлементами. Проведенное численное моделирование показало, что данная система может использоваться для выработки электроэнергии.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 17-08-01366, 18-01-00538).

Список литературы

1. Bryant M, Garcia E. Modeling and Testing of a Novel Aeroelastic Flutter Energy Harvester // ASME J. Vib. Acoust. 2011. Vol. 133, No. 1. P. 011010-1-011010-11. DOI:10.1115/1.4002788
2. McCarthy J.M., Watkins S., Deivasigamani A., John S.J. Fluttering energy harvesters in the wind: A review // J. Sound and Vibration. 2016. Vol. 361. P. 355-377. DOI: 10.1016/j.jsv.2015.09.043
3. Barrero-Gil A., Pindado S., Avila S. Extracting energy from vortex-induced vibrations: a parametric study // Appl. Math. Model. 2012. Vol. 36, No. 7. P. 3153-3160. DOI: 10.1016/j.apm.2011.09.085
4. Yang Y., Zhao L., Tang L. Comparative study of tip cross-sections for efficient galloping energy harvesting // Appl. Phys. Lett. 2013. Vol. 102. P. 064105-1-064105-4
5. Климина Л.А., Досаев М.З., Селюцкий Ю.Д. О динамике ветроэнергетической установки с рабочим элементом на основе механизма антипараллелограмма // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 8. С. 536-540.
6. Селюцкий Ю.Д., Голуб А.П. О влиянии жёсткости крепления на динамику двухзвенного аэродинамического маятника // Доклады Акад. Наук. 2018. Т. 481, № 3. С. 254-257.
7. Erturk A., Vieira W.G.R., De Marqui C., Inman D.J. On the energy harvesting potential of piezoaeroelastic systems // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 96. P. 184103. DOI: 10.1063/1.3427405
8. Abdelkefi A., Ghommem M., Nuhait A.O., Hajj M.R. Nonlinear analysis and enhancement of wing-based piezoaeroelastic energy harvesters // J. Sound and Vibration. 2014. Vol. 333. P. 166-177. DOI: 10.1016/j.jsv.2013.08.032
9. Табачников В.Г. Стационарные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки // Труды ЦАГИ. 1974. Вып. 1621. С. 79-93.