

УДК 512.5+519.1(075.8)

# ЗАДАЧА ПОСТРОЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА: ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

**Т.А. Макаровских**

*Южно-Уральский государственный университет*

Россия, 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76

E-mail: [Makarovskikh.T.A@susu.ru](mailto:Makarovskikh.T.A@susu.ru)

**А.В. Панюков**

*Южно-Уральский государственный университет*

Россия, 454080, Челябинск, пр. Ленина, 76

E-mail: [paniukovav@susu.ru](mailto:paniukovav@susu.ru)

**Е.А. Савицкий**

*ООО ИП «ВиПиАй Девелопмент Центр»*

Республика Беларусь, 220012, Минск, пер. Калининградский, д. 8

E-mail: [egor88@inbox.ru](mailto:egor88@inbox.ru)

**Ключевые слова:** раскройный план, гомеоморфный образ, вырезание, технологические ограничения, алгоритм маршрутизации, структуры данных.

**Аннотация:** Большинство исследований по траекториям инструмента для режущих машин в основном посвящены определению траектории при поконтурном вырезании. Современные ресурсосберегающие технологии резки листовых материалов позволяют совмещать контуры вырезаемых деталей, что позволяет уменьшить количество отходов материала и сократить длину резки. Однако, совмещение границ вырезаемых контуров является источником ряда ограничений, формализуемых в терминах плоских графов: (1) упорядоченное охватывание, (2) самонепересекающаяся траектория резания. В докладе рассмотрены основные структуры данных и алгоритмы, используемые в разрабатываемой САД/САМ системе технологической подготовки процессов раскроя, допускающей раскройный план с совмещёнными контурами и программное обеспечение, которое для решения задачи маршрутизации по раскройному плану строит гомеоморфный образ графа, решает данную задачу и интерпретирует результаты решения.

## 1. Введение

Лазерная резка является одной из основных современных технологий, используемых при обработке листового материала, что делает актуальной задачу определения траектории движения режущего инструмента. Задача определения траектории заключается в определении точной последовательности резов. Развитие автоматиза-

ции производства привело к появлению технологического оборудования с числовым программным управлением, используемого для резки листовых материалов. Новые технологии позволяют осуществлять вырезание по произвольной траектории с достаточной для практики точностью. Преимуществом при использовании лазерной резки является минимальность таких показателей как ширина реза и термические деформации. Целью задачи определения маршрута резки является поиск такого пути режущего инструмента, при котором выполняются условия предшествования, а время, затраченное на вырезание, минимально [1].

Основными ограничениями при лазерной резке является: (1) все элементы внутренних контуров должны быть вырезаны прежде, чем будут полностью пройден охватывающий их контур (ОЕ-охватывание [2]); (2) следует избегать пересечения траектории резки, касания допустимы (НОЕ-ограничение [1,3]); (3) в процессе лазерной резки происходит нагревание металлического листа, поэтому, необходимо учитывать термальные эффекты [4]; (4) ограничения на расположение точки врезки (построение РРОЕ-покрытия [5]); (5) общее время, требуемое на выполнение резки, представляющее суммарное время для осуществления всех вырезаний, времени на выполнение холостых переходов, времени на врезку и пр. желательно сокращать.

В [1] и [6] приводится классификация задач маршрутизации режущего инструмента и отмечается, что технологии ECP (Endpoint Cutting Problem) и ICP (Intermittent Cutting Problem) за счет возможности совмещения границ вырезаемых деталей позволяют сократить расход материала, длину резки и длину холостых проходов [1]. Проблемы уменьшения отходов материала и максимального совмещения фрагментов контуров вырезаемых деталей решаются на этапе составления раскройного плана.

Несмотря на очевидные преимущества технологий ECP и ICP, в настоящее время большинство отечественных [7–11] и зарубежных [1, 6, 12, 13] работ посвящено развитию технологии GTSP (General Travelling Salesman Problem), которая не предполагает совмещение контуров вырезаемых деталей.

Таким образом, при использовании данной технологии длина траектории будет равна сумме периметров всех контуров, а количество точек врезки – количеству контуров. Однако при этом проблема выполнения отмеченных выше условий предшествования оказывается тривиальной.

Для определения последовательности резки фрагментов раскройного плана не используется информация о форме детали, поэтому все кривые без самопересечений и соприкосновений на плоскости, представляющие форму деталей, интерпретируются в виде ребер графа, представляющего гомеоморфный образ раскройного плана, а все точки пересечений и соприкосновений представляются в виде вершин этого графа.

Гомеоморфным образом раскройного плана является плоский граф  $G$  с внешней гранью  $f_0$  на плоскости  $S$ . Для любой части  $J$  графа  $G$  (т.е.  $J \subseteq G$ ) обозначим через  $\text{Int}(J)$  теоретико-множественное объединение его внутренних граней (объединение всех связных компонент  $S \setminus J$ , не содержащих внешней грани). Тогда  $\text{Int}(J)$  можно интерпретировать как отрезанную от листа часть. Множества вершин, ребер и граней графа  $J$  будем обозначать через  $V(J)$ ,  $E(J)$  и  $F(J)$  соответственно.

Топологическое представление плоского графа  $G$  на плоскости  $S$  с точностью до гомеоморфизма определяется заданием для каждого ребра  $e \in E(G)$  следующих функций [2,3]:  $v_k(e)$ ,  $k = 1, 2$  – вершины, инцидентные ребру  $e$ ,  $l_k(e)$ ,  $k = 1, 2$  – ребра, полученные вращением ребра  $e$  против часовой стрелки вокруг вершины  $v_k(e)$ ,  $r_k(e)$ ,

$k = 1, 2$  – ребра, полученные вращением ребра  $e$  по часовой стрелке вокруг вершины  $v_k(e)$ ,  $f_k(e)$  – грань, находящаяся справа при движении по ребру  $e$  от вершины  $v_k(e)$  к вершине  $v_{3-k}(e)$ ,  $k = 1, 2$ .

Таким образом, используя известные координаты прообразов вершин графа  $G$  и размещения фрагментов раскройного плана, являющихся прообразами ребер графа  $G$ , любой маршрут в графе  $G$  можно интерпретировать как траекторию режущего инструмента.

## 2. Представление исходных данных в программе

Как правило, раскройный план содержит большие группы однотипных деталей, а для описания размещения детали на раскройном плане достаточно указания величин  $(x, y, \varphi)$ , где  $(x, y)$  – координаты базовой точки этой детали (обычно это начало координат, к которым привязаны координаты остальных точек),  $\varphi$  – угол поворота детали вокруг ее базовой точки. Поэтому разумно иметь базу данных типовых деталей.

Основными примитивными элементами траекторий маршрута резки являются отрезки прямых и дуги окружностей. Целая окружность представляется как объединение двух дуг с центральными углами  $\varphi$  и  $2\pi - \varphi$ ,  $\varphi > 0$ . Для такой идентификации примитивов достаточно указать координаты  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  крайних точек  $v_1$  и  $v_2$  соответственно, а также  $\tan(\varphi/4)$ , где  $\varphi$  – центральный угол дуги  $(v_1, v_2)$  окружности, проходящей от точки  $v_1$  до точки  $v_2$  (очевидно, что для отрезка можно считать  $\tan(\varphi/4) = 0$ ). С формальной точки плоская деталь представляет часть плоскости, ограниченной внешней границей и внутренними границами по числу дыр. Каждая граница представляет замкнутый контур, состоящий из такой последовательности примитивов, что начало следующего совпадает с концом предыдущего.

Для представления данных о детали используется формат JSON.

Структуры данных, используемые для представления гомеоморфного образа, должны включать всю необходимую информацию для эффективной работы алгоритмов маршрутизации и интерпретации построенных маршрутов [14]. Структура `Vert` содержит поля с указанием декартовых координат соответствующей точки на раскройном плане и ряд вспомогательных полей. Эти данные необходимы для интерпретатора маршрута и при заполнении полей структуры `Edge`. Поля структуры `Edge` содержит номера `v1`, `v2` инцидентных вершин, номера `f1`, `f2` инцидентных граней, номера `l1`, `l2`, `r1`, `r2` соседних в циклическом порядке ребер, значения `v1_ta4`, `v2_ta4` величины  $\tan(\varphi/4)$ , где  $\varphi$  – центральный угол дуг  $(v_1, v_2)$  и  $(v_2, v_1)$  соответственно, а также вспомогательные величины. Контейнеры для приведенных структур, другие вспомогательные данные и все используемые методы их заполнения инкапсулированы в класс `DataHolder` [14].

## 3. Маршрутизация в связных графах

Использование плоского графа в качестве гомеоморфного образа модели режущего плана позволяет формализовать технологические ограничения на порядок вырезания фрагментов плана резки. Граф  $G$  содержит все возможные элементы траектории инструмента, тогда возникает следующая задача построения маршрутов,

удовлетворяющих технологическим ограничениям: условие упорядоченного охвата (ОЕ-маршруты) [2] и определение траектории вырезания без самопересечений (НОЕ-маршруты) [3].

Определение ОЕ-покрытия полностью конструктивно, доказательством этого факта является эффективность алгоритмов, рассмотренных в [2]. Если связный граф  $G$  не является эйлеровым, то он содержит вершины нечетной степени. В этом случае ОЕ-маршрут состоит из  $k$  непересекающихся цепей. Задача построения такого маршрута решается алгоритмом ОЕ-Router [15]. Если плоский граф  $G$ , представляющий образ раскройного плана, не содержит мостов (т. е. ребер инцидентных одной грани), то возможно построить ОЕ-маршрут, в котором ребра произвольного паросочетания  $M$  и только они соответствуют холостым движениям. Отметим, что связанные плоские графы, являющиеся образами раскройных планов, не содержат мостов. Поэтому, если  $M$  является кратчайшим паросочетанием, то алгоритм М-ОЕ-Router строит маршрут с минимальной длиной холостых переходов. Задача построения такого маршрута может быть решена алгоритмом М-ОЕ-Router.

Итак, если граф  $G$ , представляющий гомеоморфный образ раскройного плана, связан и не содержит мостов, то алгоритм М-ОЕ-Router точно решает задачу, но требует определения кратчайшего паросочетания. Алгоритм ОЕ-Router решает задачу для любого графа  $G$ , но, как известно, жадная стратегия выбора холостого хода является только 2-оптимальной. Перечень алгоритмов построения ОЕ-маршрутов для связных графов приведен в таблице 1.

Таблица 1. Алгоритмы построения ОЕ-маршрутов

Тип маршрута	Вычислительная сложность
Eulerian ОЕ-cycle (рекурсивный алгоритм) [2]	$O( V ^2)$
Eulerian ОЕ-cycle (alg. ОЕ-Cycle) [2]	$O( E  \cdot \log_2  V )$
ОЕ-Postman Route (alg. CPP_ОЕ)	$O( E  \cdot  V )$
ОЕ-Cover [15]	$O( E  \cdot \log_2  V )$
Optimal ОЕ-Cover [2]	$O( V ^2)$

## 4. Маршрутизация для несвязных графов

Часто раскройный план содержит детали с отверстиями, а также другие детали, расположенные в этих отверстиях и т.д. Плоский граф, представляющий гомеоморфный образ такого плана резки, оказывается несвязным.

Для построения ОЕ-покрытия в несвязанном графе можно использовать следующие подходы: 1) определение допустимого обхода компонентов; 2) получение связного графа с использованием дополнительных ребер.

Первый подход позволяет получить очевидный алгоритм получения ОЕ-маршрута несвязанного графа. Основная идея этого алгоритма заключается в построении ОЕ-маршрутов для каждого компонента отдельно по его рангу (в порядке уменьшения рангов компонентов).

В этом случае решение проблемы маршрутизации может быть получено для каждого компонента с использованием методов из предыдущего раздела, что позволяет получить ОЕ-маршрут для графа.

## 5. Заключение

Технология, допускающая совмещение границ вырезаемых деталей – современная ресурсосберегающая технология резки. Существует несколько алгоритмов ее реализации. В настоящее время актуален вопрос эффективной программной реализации указанных алгоритмов. В докладе представлены результаты авторов, использованные при разработке функциональных элементов комплекса программ автоматизированной системы технологической подготовки процессов раскроя листового материала.

## Список литературы

1. Dewil R., Vansteenwegen P., Cattrysse D. A Review of Cutting Path Algorithms for Laser Cutters // *International Journal Adv. Manuf. Technol.* 2016. Vol. 87. P. 1865–1884. DOI: 10.1007/s00170-016-8609-1
2. Makarovskikh T.A., Panyukov A.V., Savitsky E.A. Mathematical Models and Routing Algorithms for CAD Technological Preparation of Cutting Processes // *Automation and Remote Control*, 2017, Vol. 78, No. 4. P. 868–882.
3. Makarovskikh T., Panyukov A. The Cutter Trajectory Avoiding Intersections of Cuts // *IFAC-PapersOnLine*. 2017. Vol. 50, No. 1. P. 2284–2289.
4. Li X., Liu Zh., Wang F., Yi B., Song Y. Combining physical shell mapping and reverse-compensation optimisation for spiral machining of free-form surfaces // *International Journal of Production Research*. 2018. DOI: 10.1080/00207543.2018.1512763
5. Makarovskikh T., Panyukov A. Development of routing methods for cutting out details // *CEUR Workshop Proceedings*. 2018, Vol. 2098. P. 249–263.
6. Dewil R., Vansteenwegen P., Cattrysse D., Laguna M., Vossen T. An Improvement Heuristic Framework for the Laser Cutting Tool Path Problem // *International Journal of Production Research*. 2015. Vol. 53, No. 6. P. 1761–1776. DOI: 10.1080/00207543.2014.959268
7. Petunin A., Stylios C. Optimization Models of Tool Path Problem for CNC Sheet Metal Cutting Machines // *IFAC-PapersOnLine*. 2016. Vol. 49, No. 12. P. 23-28.
8. Petunin A., Chentsov A.G., Chentsov P.A. About routing in the sheet cutting // *Bulletin of the South Ural State University, Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*. 2017. Vol. 10, No. 3. P. 25-39. DOI: 10.14529/mmp170303
9. Chentsov A.G., Grigoryev A.M., Chentsov A.A. Solving a Routing Problem with the Aid of an Independent Computations Scheme // *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*. 2018. Vol. 11, No. 1. P. 60-74.
10. Khachay M., Neznakhina K. Towards Tractability of the Euclidean Generalized Travelling Salesman Problem in Grid Clusters Defined by a Grid of Bounded Height // *Communications in Computer and Information Science*. 2018. Vol. 871. P. 68-77.
11. Chentsov A., Khachay M., Khachay D. Linear Time Algorithm for Precedence Constrained Asymmetric Generalized Traveling Salesman Problem // *IFAC-PapersOnLine*. 2016. Vol. 49, No. 12. P. 651-655.
12. Hoefl J., Palekar U. Heuristics for the Plate-cutting Travelling Salesman Problem // *IEE Transactions*. 1997. Vol. 29, No. 9. P. 719-731.
13. Dewil R., Vansteenwegen P., Cattrysse D. Construction heuristics for generating tool paths for laser cutters // *International Journal of Production Research*. 2014. Vol. 52, No. 20. P. 5965-5984.
14. Макаровских Т.А., Панюков А.В., Савицкий Е.А. Программное обеспечение для задачи построения траектории движения режущего инструмента // *Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта (CAD/CAM/PDM-2018)*. Труды XVIII международной молодежной конференции. 2018. С. 172-176.
15. Makarovskikh T.A., Panyukov A.V., Savitskiy E.A. Mathematical models and routing algorithms for economical cutting tool paths // *International Journal of Production Research*. 2018. Vol. 56, No. 3. P. 1171–1188. DOI: 10.1080/00207543.2017.1401746