

УДК 531.3

О СТАБИЛИЗАЦИИ УСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЙ ТРЕХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА УПРАВЛЕНИЕМ С НЕПОЛНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ

Л.С. Тахтенкова

Ульяновский государственный университет
Россия, 432017, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42
E-mail: lubov.s.alex@yandex.ru

Д.С. Макаров

Ульяновский государственный университет
Россия, 432017, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42
E-mail: prostodenis18@mail.ru

Л.В. Колегова

Ульяновский государственный университет
Россия, 432017, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42
E-mail: fv603@mail.ru

Ключевые слова: трехзвенный манипулятор, устойчивость, стабилизация, управление, неполное измерение.

Аннотация: Исследуется в нелинейной постановке задача о стабилизации движений трехзвенного манипулятора. Построено непрерывное ограниченное управление типа нелинейного ПИ-регулятора, обеспечивающего стабилизацию заданного его положения и стационарного вращения вокруг вертикальной оси без измерения угловых скоростей. Получено также решение о стабилизации этих движений посредством релейного ступенчатого управления.

1. Введение

Несмотря на продолжительные многочисленные исследования, проблема управления робототехническими системами остается предметом интенсивной научной деятельности и в настоящее время. Это объясняется значительным расширением среды применения роботов, повышением требований к надежности, точности и эффективности их функционирования. Одна из возможностей улучшения этих и других критериев связана с уменьшением количества измерительных датчиков, использованием цифрового управления, учетом позитивного действия неуправляемых сил.

В данной работе в этом направлении исследуется задача об управлении движением трехзвенного манипулятора, являющегося составной частью робототехнических

систем, и соответственно объектом ряда исследований (см. напр. [1]).

2. Постановка задачи

Рассмотрим математическую модель трехзвенного манипулятора, состоящую из трех абсолютно жестких звеньев G_1, G_2, G_3 , представляющих собой однородные стержни. Манипулятор установлен на неподвижном основании, на которое опирается звено G_1 . Звено G_1 таким образом, может совершать только вращения вокруг вертикальной оси. Звенья соединены между собой двумя идеальными цилиндрическими шарнирами O_1 и O_2 таким образом, что звенья G_2 и G_3 могут совершать движения только в вертикальной плоскости. Центр масс C_1 звена G_1 лежит на луче O_1O_2 . Положение центра масс C_2 звена G_2 не совпадает с положением шарнира O_2 . На конце звена G_3 находится груз, перемещаемый манипулятором.

Введем обозначения, изображенные на рис. 1: $q_i (i = 1, 2, 3)$ – углы поворотов звеньев манипулятора; $Q_i (i = 1, 2, 3)$ – управляющие моменты относительно осей соответствующих звеньев; l_i – длина i -го звена; m_i – масса i -го звена; m_0 – масса перемещаемого груза; $m_{30} = m_0 + m_3$; I_1 – момент инерции первого звена относительно оси вращения; r_2 и r_3 – соответственно расстояния от центров тяжести второго и третьего звеньев с перемещаемым грузом относительно осей соответствующих звеньев; g – ускорение свободного падения.

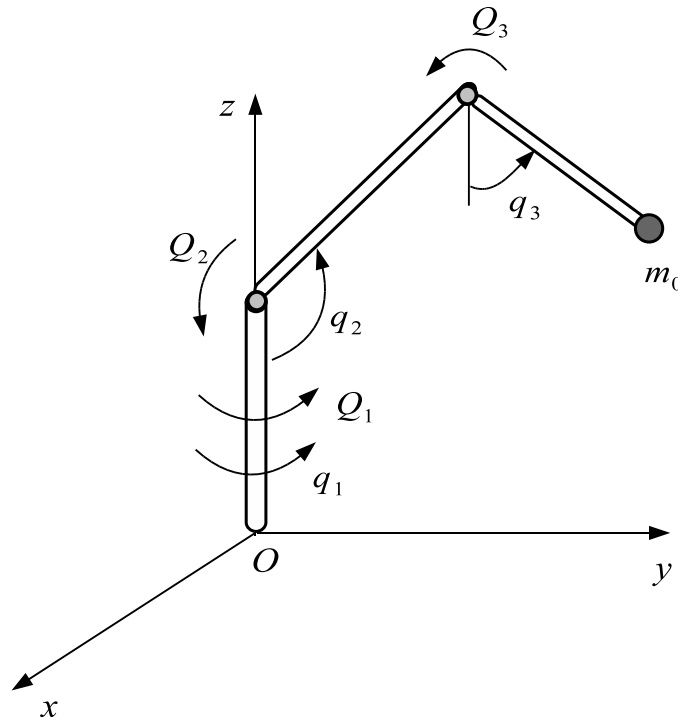


Рис. 1. Модель трехзвенного манипулятора

Решается задача о стабилизации установившихся движений манипулятора без измерения скоростей.

3. Приведение манипулятора в заданное программное положение

Рассмотрена задача приведения без измерения скоростей манипулятора в заданное программное положение

$$q^0(t) \equiv q^0, \quad (q^0)' = (q_1^0, q_2^0, q_3^0), \quad \dot{q}^0(t) \equiv 0.$$

Показано, что поставленная задача решается управлением:

$$\begin{aligned} Q_1 &= -k_1 \sin \frac{x_1(t)}{2} - \cos \frac{x_1(t)}{2} \int_{t-h}^t p_1^0 e^{s_1^0(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_1(t)}{2} - \sin \frac{x_1(\tau)}{2} \right) d\tau, \\ Q_2 &= (m_2 r_2 + m_{30} l_2) g \sin q_2^0 \cos x_2 - k_2 \sin \frac{x_2(t)}{2} - \\ &\quad - \cos \frac{x_2(t)}{2} \int_{t-h}^t p_2^0 e^{s_2^0(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_2(t)}{2} - \sin \frac{x_2(\tau)}{2} \right) d\tau, \\ Q_3 &= m_{30} g r_3 \sin q_3^0 \cos x_3 - k_3 \sin \frac{x_3(t)}{2} - \\ &\quad - \cos \frac{x_3(t)}{2} \int_{t-h}^t p_3^0 e^{s_3^0(\tau-t)} \left(\sin \frac{x_3(t)}{2} - \sin \frac{x_3(\tau)}{2} \right) d\tau, \\ x_1 &= q_1 - q_1^0, \quad x_2 = q_2 - q_2^0, \quad x_3 = q_3 - q_3^0, \end{aligned}$$

где коэффициенты $h > 0, p_j^0 > 0, s_j^0 > 0$, а k_j удовлетворяет неравенствам

$$\begin{aligned} k_1 &> 0, \\ k_2 &> -2(m_2 r_2 + m_{30} l_2) g \sin q_2^0, \\ k_3 &> -2m_{30} g r_3 \sin q_3^0. \end{aligned}$$

Задача решается подбором функционала Ляпунова и использованием результатов работы [2]. При этом достигается глобальное притяжение заданного положения манипулятора в цилиндрическом фазовом пространстве (т.е. со сдвигом на $2\pi k$, $k \in Z$).

4. Стабилизация стационарного вращения манипулятора вокруг вертикальной оси

Координата q_1 , определяющая вращение манипулятора вокруг вертикальной оси, является циклической. Введем соответствующий циклический импульс и функцию Рауса [3]

$$(I_1 + m_2 r_2^2 \sin^2 q_2 + m_{30} (l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3)^2) \dot{q}_1 = v_1.$$

$$\begin{aligned} R &= T - \dot{q}_1 v_1 = \frac{1}{2} (m_2 r_2^2 + m_3 l_2^2) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_{30} l_2 r_3 \cos(q_2 - q_1) \dot{q}_2 \dot{q}_3 + \\ &\quad + \frac{1}{2} m_{30} r_3^2 \dot{q}_3^2 - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{I_1 + m_2 r_2^2 \sin^2 q_2 + m_{30} (l_2 \sin q_2 + r_3 \sin q_3)^2} \equiv R_2 - R_0. \end{aligned}$$

Система может совершать стационарное вращательное движение вокруг вертикальной оси вида

$$\begin{aligned} \dot{q}_2 = 0, \quad q_2 = q_2^0 = \text{const}, \quad \dot{q}_3 = 0, \quad q_3 = q_3^0 = \text{const}, \\ v_1 = v_1^0 = \text{const}, \quad \dot{q}_1 = \dot{q}_1^0 = \frac{v_1^0}{(I_1 + m_2 r_2^2 \sin^2 q_2^0 + m_{30}(l_2 \sin q_2^0 + r_3 \sin q_3^0)^2)} \end{aligned}$$

под действием соответствующих постоянных моментов $Q_1 = 0$, $Q_2 = Q_2^0$, $Q_3 = Q_3^0$.

На основании указанного метода из [2] можно найти, что это стационарное движение будет устойчиво, асимптотически устойчиво по $\dot{q}_2, \dot{q}_3, q_2 - q_2^0, q_3 - q_3^0$ под действием управляющих моментов

$$\begin{aligned} Q_2 = Q_2^0 - k_2^0 \sin x_2(t) + \cos x_2(t) \int_{t-h}^t p_2^0 e^{s_2^0(\tau-t)} \sin x_2(\tau) d\tau, \\ Q_3 = Q_3^0 - k_3^0 \sin x_3(t) - \cos x_3(t) \int_{t-h}^t p_3^0 e^{s_3^0(\tau-t)} \sin x_3(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

где постоянные $p_2^0, p_3^0, s_2^0, s_3^0 > 0$, а k_2^0 и k_3^0 удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} k_2 + (m_2 r_2 + m_{30} l_2) g \cos q_2^0 - \left. \frac{\partial^2 R_0}{\partial q_2^2} \right|_{\substack{q_2=q_2^0 \\ q_3=q_3^0}} = \mu_2 > 0, \\ k_3 + m_{30} g r_2 \cos q_3^0 - \left. \frac{\partial^2 R_0}{\partial q_3^2} \right|_{\substack{q_2=q_2^0 \\ q_3=q_3^0}} = \mu_3 > 0, \\ \mu_2 \mu_3 - \left(\left. \frac{\partial^2 R_0}{\partial q_2 \partial q_3} \right|_{\substack{q_2=q_2^0 \\ q_3=q_3^0}} \right)^2 > 0. \end{aligned}$$

При добавлении момента

$$Q_1 = -k_1^0 f(v_1 - v_1^0), \quad f(\tau) \tau \geq 0 \quad (= 0 \Leftrightarrow \tau = 0)$$

указанное стационарное движение будет также асимптотически устойчиво по \dot{q}_1^0 .

Путем моделирования подбираются параметры управления $k_2, k_3, p_2^0, p_3^0, s_2^0, s_3^0$ в зависимости от параметров системы и выбора программного стационарного движения, определяемых значениями v_1^0, q_2^0, q_3^0 .

5. Заключение

В работе представлено решение задачи о стабилизации движения трехзвенного манипулятора без измерения угловых скоростей. По своей структуре стабилизирующее управление может быть ограниченным. При этом может быть использовано стабилизирующее действие гравитационного момента и диссипации в шарнирах. Соответствующие результаты получены также построением управления дискретного типа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-41-730022р-а) и Министерства науки и высшего образования РФ (9.5994.2017/БЧ).

Список литературы

1. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
2. Андреев А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы без измерения скоростей // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81. Вып. 2. С. 137-153.
3. Карапетян А.В. Устойчивость стационарных движений. М.: УРСС, 1998. 168 с.