

УДК 550.380.14

МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ДАННЫХ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ РАБОТЫ НАВИГАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ, КОРРЕКТИРУЕМОЙ ПО ГРАДИЕНТУ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

М.Ю. Тхоренко

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: tkhorenkom@mail.ru

Е.В. Каршаков

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: karshak@mail.ru

Б.В. Павлов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: pavlov@ipu.ru

Ключевые слова: геофизическая инверсия, регуляризация Тихонова, магнитная градиентометрия, интегрированная навигационная система.

Аннотация: В данной статье описываются методы построения карт вектора и тензора градиента магнитного поля Земли по данным измерений модуля вектора этого поля. Предлагается алгоритм инверсии, основанный на дискретном преобразовании Фурье в пространственной области, дополненный регуляризацией Тихонова. Показывается эффективность работы предложенного алгоритма на примере модельных данных, кроме того, на основе полученной информации проводится моделирование показаний векторных и тензорных магнитоградиометров, установленных на подвижном объекте. Представленные в статье алгоритмы могут использоваться как для моделирования работы интегрированной навигационной системы, корректируемой по магнитным измерениям, так и для подготовки исходных данных (карт градиента магнитного поля) для такой системы.

1. Введение

Хорошо известно, что основным недостатком инерциальных навигационных систем (ИНС) является быстрый рост навигационных ошибок со временем. Существующие в настоящее время подходы к решению данной проблемы используют интеграцию измерений инерциальных датчиков с данными иной природы для периодической коррекции ИНС.

Одним из перспективных источников корректирующей информации для ИНС являются измерения магнитного поля Земли. Существующие магнитометрические систе-

мы способны измерять магнитное поле и его градиент с высокой точностью, и, кроме того, достаточно компактны. Современные экспериментальные и находящиеся в серийном производстве магнитные датчики могут измерять различные параметры магнитного поля с достаточной точностью и высокой частотой, а также достаточно надежны, чтобы использоваться в жестких условиях эксплуатации, например, на борту подвижных объектов [1-4].

При создании навигационных систем, корректируемых по измерениям геомагнитного поля необходимо учитывать тот факт, что магнитное поле Земли включает в себя т.н. вариационную составляющую магнитного поля [5], обусловленную в основном возмущениями ионосферы. Отсутствие точных математических моделей не позволяет учесть и скомпенсировать данную составляющую на борту подвижного объекта. Вместе с тем, в периоды повышенной солнечной активности (т.н. «магнитные бури»), геомагнитные вариации могут достигать единиц (и даже, в редких случаях, десятка) процентов от величины нормального магнитного поля Земли, что обуславливает серьезное снижения точности навигационных систем, корректируемых по измерениям полного магнитного поля.

Для преодоления указанной трудности нами предлагается в качестве корректирующих измерений использовать градиент магнитного поля. Существующие градиентометрические системы основаны на одновременном учете показаний нескольких магнитометрических датчиков с последующим вычислением разности их измерений, что в значительной мере ослабляет вредное воздействие вариаций, описанное выше. Кроме того, вектор и тензор градиента геомагнитного поля обладают рядом других привлекательных для навигации свойств [6]: более высокими пространственными частотами, большей стабильностью показаний со временем.

Одной из основных трудностей, встающих на пути реализации интегрированных навигационных систем с магнитоградиометрами является отсутствие подробных карт градиента магнитного поля Земли. Вместе с тем, к настоящему моменту накоплен большой объем данных о модуле геомагнитного поля, поэтому представляется перспективной разработка численных методов расчета параметров градиента магнитного поля Земли (методов инверсии) по измерениям его модуля. В данной статье описывается один из возможных алгоритмов решения указанной задачи.

2. Инверсия как задача пространственной фильтрации

Для преобразования модуля магнитного поля в вектор и тензор градиента воспользуемся т.н. гармоническим приближением. Действительно, пусть $B, B_n, B_a \in R^3$ - векторы магнитного поля, его нормальной и аномальной составляющей соответственно. Тогда, учитывая что $|B_a| < |B_n|$, можно записать (с точностью до членов 2-го порядка малости) $|B| = \sqrt{2(B_a, B_n) + B_a^2 + B_n^2} \approx (n, B_a) + |B_n|, n = B_n/|B_n|$, что и составляет гармоническое приближение. Отметим также, что данное приближение не работает в случае, когда вектор B_a перпендикулярен вектору B_n , т.к. в этом случае $(B_a, B_n) = 0$ и 1-ым слагаемым под знаком радикала в выражении для $|B|$ пренебрегать нельзя.

В дальнейшем наше изложение в основном повторяет работу [7]. Пусть $\delta B = |B| - |B_n|$ - величина магнитной аномалии. Пренебрегая токами смещения, введем скалярный потенциал аномального поля V_a :

$$(1) \quad B_a = -\nabla V_a.$$

Так как в свободном воздухе отсутствуют источники, справедливо уравнение Лапласа:

$$(2) \quad \Delta V_a = 0.$$

кроме того, в силу гармонического приближения

$$(3) \quad \delta B = -(n, \nabla V_a).$$

Из уравнений (1), (3) получаем:

$$(4) \quad \nabla \delta B = -(n, \nabla) B_a.$$

Введем прямоугольную декартову систему координат с осью OX , направленной на север, осью OY , направленной на восток, и осью OZ , направленной вниз (по местной вертикали). В этой системе запишем разложение величины δB в двумерный пространственный ряд Фурье:

$$(5) \quad \delta B = \sum_{k_x, k_y} F[\delta B](k_x, k_y, z) e^{i k_x x + i k_y y}.$$

Заметим, что из (2) следует, что $F[\delta B]$ удовлетворяет обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial^2 F[\delta B]}{\partial z^2} - k^2 F[\delta B] = 0,$$

где $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Решением данного уравнения (с учетом условий на бесконечности $\lim_{z \rightarrow -\infty} F[\delta B] = 0$) является функция:

$$(6) \quad F[\delta B](k_x, k_y, z) = C(k_x, k_y) e^{kz}.$$

Аналогичные соотношения справедливы также для компонент вектора B_a (B_x, B_y, B_z), т.к. они также удовлетворяют уравнению (2). С учетом этого, на основании (4), (5) и (6) можно записать:

$$(7) \quad \begin{cases} i k_x F[\delta B] = i n_x k_x F[B_x] + i n_y k_y F[B_y] + n_z k F[B_z] \\ i k_y F[\delta B] = i n_x k_x F[B_x] + i n_y k_y F[B_y] + n_z k F[B_z] \\ k F[\delta B] = i n_x k_x F[B_x] + i n_y k_y F[B_y] + n_z k F[B_z] \end{cases}$$

Решая (7) относительно коэффициентов рядов Фурье для компонент вектора B_a , получаем:

$$(8) \quad \begin{cases} F[B_x] = \frac{i k_x F[\delta B]}{i(n_x k_x + n_y k_y) + n_z k} \\ F[B_y] = \frac{i k_y F[\delta B]}{i(n_x k_x + n_y k_y) + n_z k} \\ F[B_z] = \frac{k_z F[\delta B]}{i(n_x k_x + n_y k_y) + n_z k} \end{cases}$$

Соотношения (8) позволяют вычислить компоненты вектора аномального поля по измеренной величине аномалии. Для этого вводится равномерная двумерная пространственная сетка, на которую пересчитываются значения δB , после этого выполняется дискретное преобразование Фурье, вычисляются (с помощью (8)) величины $F[B_x], F[B_y], F[B_z]$ и для них выполняется обратное преобразование Фурье. Полностью аналогично могут быть вычислены компоненты тензора градиента магнитного поля $G_{ij} = -\partial_i \partial_j V_a$, при этом роль соотношений (8) будет играть их тензорный аналог:

$$F[G] = \begin{bmatrix} -\frac{k_x^2}{k} & -\frac{k_x k_y}{k} & i k_x \\ -\frac{k_x k_y}{k} & -\frac{k_y^2}{k} & i k_y \\ i k_x & i k_y & k \end{bmatrix}.$$

Наконец, компоненты вектора градиента: $g_i = \partial_i \delta B = \sum_j n_j G_{ij}$. Таким образом, поставленная выше задача инверсии сведена к задаче двумерной пространственной фильтрации.

3. Регуляризация Тихонова

Задача инверсии в своей первоначальной формулировке является некорректно поставленной. После введения конечной пространственной сетки в строгом математическом смысле задача перестает быть некорректно поставленной, однако обладает неприятным свойством неустойчивости: даже небольшие помехи в исходных данных (которые неизбежно возникают при любой геофизической съемке) ведут к большим ошибкам в решении. Для подавления данной неустойчивости в настоящей работе используется хорошо известный метод регуляризации Тихонова [8, 9].

Проиллюстрируем применение регуляризации на примере вычисления компоненты B_x . Введем линейный оператор двумерной пространственной фильтрации L_x :

$$L_x = \frac{i k_x}{i(n_x k_x + n_y k_y) + n_z k}$$

Заметим, что введенный так оператор обратим почти всюду. Будем искать решение задачи регуляризации в виде:

$$(9) \quad F[B_x]_r = \operatorname{argmin}_p \{ \|L_x^{-1} p - \delta B\|_2^2 + \alpha \|p\|_2^2 \},$$

где α – параметр регуляризации. Решение задачи (9) имеет вид:

$$F[B_x]_r = L_x (I + \alpha |L_x|^2)^{-1} \delta B.$$

Регуляризация других параметров поля проводится полностью аналогично.

Важную роль в методе регуляризации Тихонова играет выбор оптимального значения параметра регуляризации α . В настоящей работе мы пользуемся подходом к определению данного параметра на основе т.н. C -нормы, описанном в [10, 11]. Заметим также, что существуют другие подходы к выбору регуляризирующего параметра (например, основанные на т.н. L -кривой [12]) и форме регуляризатора в задаче типа (9) (например, основанные на L_1 -норме [13]).

4. Численное моделирование

В ходе численного эксперимента магнитное поле Земли моделировалось как сумма нормальной составляющей, определяемой в соответствии с IGRF-12 [14], и аномальной составляющей, для вычисления которой применялась модель на основе системы распределенной под поверхностью земли диполей. Кроме того, к полученным значениям поля добавлялся случайный шум для имитации помех, возникающих в ходе реальных геофизических съемок.

Результаты инверсии для компоненты тензора градиента G_{xx} приведены на рис. 1-2.

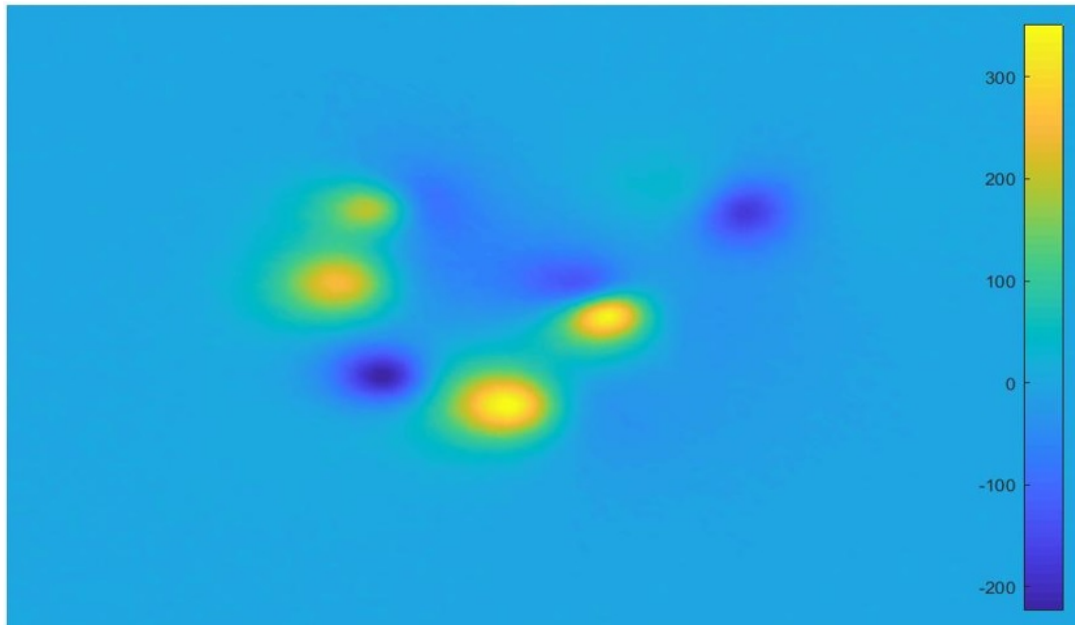


Рис. 1. Аномальное магнитное поле.

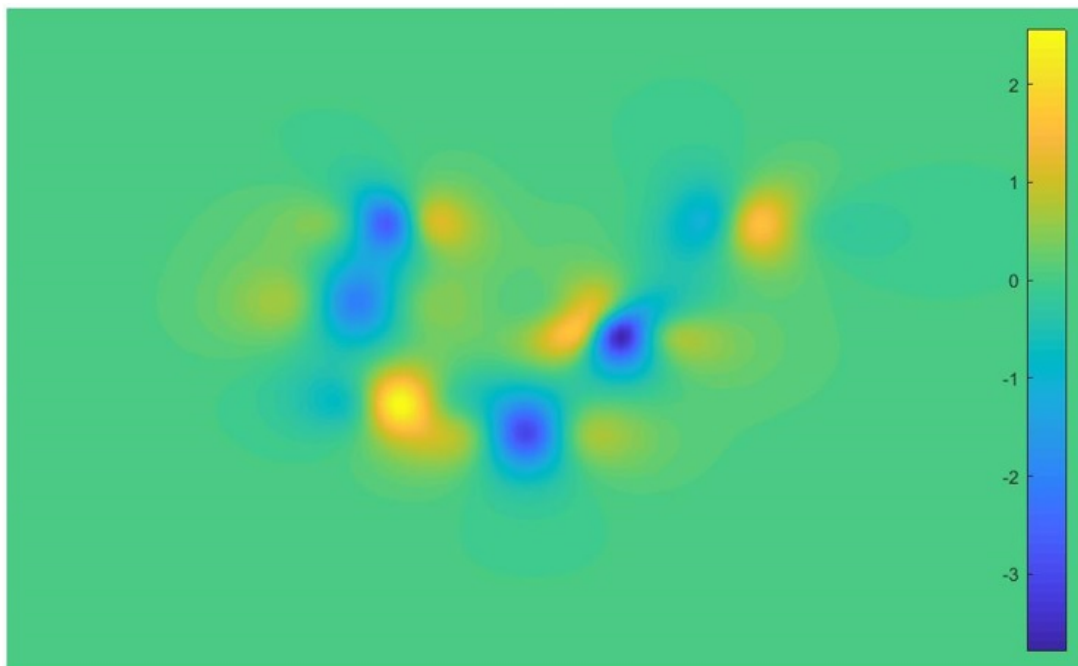


Рис. 2. Компонента тензора градиента G_{xx} .

Для аномального поля в 150-200 нТ, градиента поля 2-2.5 нТ и уровня входных шумов, соответствующих условиям проведения аэрогеофизической съемки, были получены среднеквадратические ошибки оценивания компонент тензора градиента на уровне 0.05 нТ, что, по нашему мнению, подтверждает практическую ценность предложенного в статье алгоритма.

5. Заключение

В настоящей статье описан алгоритм вычисления параметров градиента магнитного поля Земли (инверсии) по картам аномального магнитного поля. Алгоритм основан на сведении задачи инверсии к задаче пространственной фильтрации, а также применении к полученному фильтру регуляризации Тихонова с выбором регуляризирующего параметра методом C -нормы. Работоспособность алгоритма проверена на модельных данных.

Полученные в ходе численного эксперимента результаты применялись также для моделирования измерений магнитоградиометрических датчиков, входящих в состав интегрированной навигационной системы. Моделирование работы ИНС в составе данной системы, а также ее коррекция по данным магнитоградиентных измерений проводилось в соответствии с алгоритмами, изложенными [15-17]. Результаты моделирования (приведенные в работе [18]) подтвердили высокую потенциальную точность и помехоустойчивость данного типа навигационных систем.

Список литературы

1. Groom R.L. Magnetic Compensation of Magnetic Noises Related to Aircraft's Maneuvers in Airborne Survey // SAGEEP '2004. 8 p.
2. Noriega G. Aeromagnetic Compensation in Gradiometry – Performance, Model Stability, and Robustness // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2015. Vol. 12, No. 1. P. 117-121.
3. Burmistrov E.V. Градиентометр на базе ВТСП СКВИДов для работы в неэкранированном пространстве. Дисс. канд. физ-мат. наук. М.: МГУ, 2010.
4. Foley S.K., Tilbrook D.L., Leslie K.E., Binks R.A., Donaldson G.B., Du J., Lam S.K., Schmidt P.W., Clark D.A. Geophysical Exploration Using Magnetic Gradiometry Based on HTS SQUIDS // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. 2001. Vol. 11, No. 1. P. 1375-1378.
5. Vovenko T.A., Volkovitskiy A.K., Pavlov, B.V., Tkhorenko M.Yu. The models and structure of onboard measurements of three-dimensional physical fields // Automation and Remote Control. 2017. Vol. 78, No. 6. P. 1115-1127.
6. Karshakov E.V., Tkhorenko, M.Yu., Pavlov B.V. Aeromagnetic Gradiometry and Its Application to Navigation // Automation and Remote Control. 2018. Vol. 79, No. 5. P. 897-910.
7. Gang Y., Yingtang Z., Songlin M., Hongbo F., Zhining L. Calculation of the Magnetic Gradient Tensor from Total Magnetic Anomaly Field Based on Regularized Method in Frequency Domain // Journal of Applied Geophysics. 2016. Vol. 134. P. 44-54.
8. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. Доклады Академии наук СССР. 1963. Т. 151. С. 501-504.
9. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. Solution of Ill-posed Problems. Washington: Winston & Sons, 1977.
10. Tikhonov A.N., Glasko V.B., Litvinenko O.K., Melichov V.P. Analytic Continuation of a Potential in the Direction of Disturbing Masses by the Regularization Method // Izv., Earth Physics. 1968. Vol. 12. P. 30-48.
11. Pasteka R., Richter F.P., Karcol R., Brazda K., Hajach M. Regularized Derivatives of Potential Fields and their Role in Semi-automated Interpretation Methods // Geophysical Prospecting. 2009. Vol. 57. P. 507-516.
12. Zhdanov M. Inverse Theory and Applications in Geophysics / 2nd Edition. Elsevier Science, 2015.
13. Pasteka R., Karcol R., Kusniraka D., Mojzesa A. REGCONT: A Matlab Based Program for Stable Downward Continuation of Geophysical Potential Fields Using Tikhonov Regularization // Computers & Geosciences. 2012. Vol. 49. P. 278-289.
14. Thébault E. et al. International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation // Earth, Planets and Space. 2015. P. 67-79.
15. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 1. Математические модели инерциальной навигации. М.: МГУ, 2007.
16. Голован А.А., Парусников Н.А. Математические основы навигационных систем. Часть 2. Применение методов оптимального оценивания к задачам навигации / 2-е изд. М.: МГУ, 2012.
17. Pavlov B.V., Karshakov E.V., Tkhorenko M. Yu. On calibration of a navigation system equipped with a magnetic gradiometer // Proceedings of the 24th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS-2017). IEEE. P. 1-3.

18. Tkhorenko M.Yu., Pavlov B.V., Karshakov E.V., Volkovitsky A.K. On integration of a strapdown inertial navigation system with modern magnetic sensors // Proceedings of the 25th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems (ICINS-2018). IEEE. 2018. С. 1-4.