

УДК 519.71

# АЛГОРИТМ АДАПТИВНОЙ КОМПЕНСАЦИИ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В СИСТЕМАХ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

**А.В. Парамонов**

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,  
механики и оптики*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49  
E-mail: [avp.atrax@gmail.com](mailto:avp.atrax@gmail.com)

**Д.Н. Герасимов**

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,  
механики и оптики*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49  
E-mail: [gerasimovdn@mail.ru](mailto:gerasimovdn@mail.ru)

**В.О. Никифоров**

*Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий,  
механики и оптики*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49  
E-mail: [nikiforov@mail.ifmo.ru](mailto:nikiforov@mail.ifmo.ru)

**Ключевые слова:** прямое адаптивное управление, линейные неустойчивые системы, запаздывание по входу, метод внутренней модели, мультигармонические возмущения

**Аннотация:** Предложен алгоритм адаптивной компенсации неизвестного возмущения для класса линейных неустойчивых объектов в условиях запаздывания в канале управления с неизмеряемым вектором состояния. Возмущение может быть рассмотрено в качестве мультигармонического сигнала. Алгоритм синтезирован с использованием метода прямого адаптивного управления, основанного на принципе внутренней модели без проведения процедуры идентификации параметров возмущения.

## 1. Введение

Исследования возмущенных динамических систем с запаздыванием в канале управления мотивировано широким практическим применением и внедрением подобных систем в различных областях (системы виброзащиты, робототехнические системы, системы управления морскими, летательными и космическими объектами, антенные системы, гидравлические системы).

Среди существующих алгоритмов компенсации мультигармонических возмущений в объектах управления с запаздыванием в канале управления можно выделить идентификационный подход, при котором оцениваются частоты, фазы и амплитуды гармоник возмущения и обеспечивается информационная поддержка регулятора [1-3].

Однако при отсутствии неисчезающего возбуждения [4] идентификационный подход оказывается неэффективным. К недостаткам идентификационного подхода относятся необходимость в использовании априорных данных, связанных с минимальной разностью между частотами соседних гармоник, нижней оценкой частот внешнего возмущения и количеством гармоник.

В рамках настоящего доклада рассматривается решение компенсации неизвестного возмущения с помощью метода прямого адаптивного управления [5-8], при котором проводится непосредственная настройка алгоритма управления с целью обеспечения желаемых свойств замкнутой системы. Из априорной информации о возмущении известно только верхнее количество гармоник.

## 2. Постановка задачи

Рассматривается линейный стационарный объект управления вида:

$$(1) \quad y(t) = \frac{\beta(s)}{\alpha(s)} [u(t - \tau) + \delta],$$

где  $u$  – управляющий вход;  $y$  – выходная переменная;  $\tau$  – известное запаздывание по входу;  $\delta$  – неизмеряемое ограниченное внешнее возмущение. Полиномы  $\alpha(s)$  и  $\beta(s)$  с известными постоянными коэффициентами  $a_i$  и  $b_j$  являются такими, что

$$\begin{aligned} \alpha(s) &= s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0, \\ \beta(s) &= b_qs^q + b_{q-1}s^{q-1} + \dots + b_1s + b_0, \end{aligned}$$

где  $n > q$ . Полином  $\beta(s)$  является гурвицевым.

Внешнее возмущение моделируется с помощью автономного генератора:

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{\delta}(t) = Hz(t) \\ \dot{z}(t) = \Gamma z(t) \end{cases}$$

где  $z \in \mathbb{R}^m$  – неизмеряемый вектор состояния генератора;  $\Gamma \in \mathbb{R}^{m \times m}$  – матрица постоянных коэффициентов, все собственные значения которой являются некрратными и лежат на мнимой оси;  $H \in \mathbb{R}^{1 \times m}$  – постоянный вектор. Без потери общности пару  $(\Gamma, H)$  будем считать полностью наблюдаемой. Размерность автономного генератора  $m$  предполагается известной, коэффициенты матрицы  $\Gamma$  и вектора  $H$  неизвестны.

Иными словами возмущающее воздействие рассматривается в виде смещенного мультигармонического сигнала. Такие параметры сигнала как амплитуды, частоты и фазовые сдвиги гармоник являются априорно неизвестными, известна только верхняя граница числа гармоник в возмущающем воздействии.

Рассматриваемая задача состоит в синтезе закона управления, обеспечивающего при любых начальных условиях ограниченность всех сигналов в замкнутой системе и выполнение следующего целевого условия:

$$(3) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0.$$

## 3. Синтез замкнутой системы адаптивной компенсации

### 3.1 Параметризация модели возмущения и синтез наблюдателя

Поскольку вектор состояния объекта управления недоступен прямым измерениям, а в общем случае объект (1) может быть неустойчивым, то для параметризации модели

возмущения (2) и построения физически реализуемого наблюдателя возмущения был сформирован специальный вспомогательный фильтр [6,7]:

$$(4) \quad \dot{\hat{x}} = A_E \hat{x} + ky - ay + bu(t - \tau),$$

где вектор  $k = \text{col}(k_1, k_2, \dots, k_n)$  выбран таким образом, что полином  $\alpha_E(s) = s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_{n-1} s + k_n$  гурвицев,  $A_E$  – сопровождающая матрица полинома  $\alpha_E(s)$ ,  $a = \text{col}(a_{n-1}, \dots, a_0)$ ,  $b = \text{col}(0, \dots, b_q, \dots, b_0)$ .

Регулируемую переменную  $y$  можно записать в виде

$$(5) \quad y = \bar{y} + \bar{\delta},$$

где  $\bar{y} = e_1^T \hat{x}$ ,  $e_1 = \text{col}(1, 0, \dots, 0)$ ,  $\bar{\delta} = e_1^T \bar{x}$  является отфильтрованным возмущением:

$$(6) \quad \begin{aligned} \bar{\delta} &= W(s)[\delta], \\ W(s) &= e_1^T (sI - A_E)^{-1} b. \end{aligned}$$

Наблюдатель возмущения формируем в виде [6,7]:

$$(7) \quad \dot{\varphi} = G\varphi + l(y - \bar{y}),$$

где  $\varphi \in \mathbb{R}^m$  – вектор состояния наблюдателя,  $G \in \mathbb{R}^{m \times m}$  – произвольная гурвицева матрица, образующая с вектором  $l \in \mathbb{R}^m$  полностью управляемую пару. Тогда, как показано в [6,7], отфильтрованное возмущение (6) может быть представлено в виде линейной регрессионной модели

$$(8) \quad \bar{\delta} = \theta^T \varphi,$$

где  $\theta \in \mathbb{R}^m$  – вектор неизвестных постоянных коэффициентов. С учетом выражений (5) и (8), наблюдатель (7) может быть представлен в виде автономной модели

$$(9) \quad \dot{\varphi} = (G + l\theta^T)\varphi.$$

### 3.2 Структура алгоритма управления

Искомый алгоритм управления строится в виде суммы двух компонент:

$$(10) \quad u = u_s + u_c,$$

где  $u_s$  – стабилизирующая компонента,  $u_c$  – компенсирующая компонента.

Для построения компенсирующей компоненты перепишем представление регулируемой переменной с учетом (5)-(8)

$$(11) \quad y = e_1^T (sI - A_E)^{-1} (k - a)[y] + W(s)[u(t - \tau)] + \theta^T \varphi.$$

Поскольку объект работает в условиях запаздывания по управлению, то на основе фундаментального решения автономной модели (9) определим будущие значения вектора состояния наблюдателя:

$$\varphi(t + \tau) = \exp\{(G + l\theta^T)\tau\} \varphi(t).$$

и возмущения:

$$\bar{\delta}(t + \tau) = \psi^T \varphi(t),$$

где  $\psi^T = \theta^T \exp\{(G + l\theta^T)\tau\}$ .

Тогда структура компенсирующей компоненты определяется в соответствии с принципом непосредственной компенсации:

$$(12) \quad u_c(t) = -\frac{\alpha_E(s)}{\beta(s)} [\hat{\theta}^T \varphi(t + \tau)] = -\frac{1}{\beta(s)} [\hat{\psi}^T \varphi],$$

где вектор  $\varphi$  формируется наблюдателем (7), вектор настраиваемых параметров  $\hat{\psi}$  – алгоритмом адаптации, синтезируемым ниже.

### 3.3 Синтез алгоритма адаптации

Чтобы построить алгоритм адаптации, который бы обеспечил формирование настраиваемых параметров  $\hat{\psi}$  для неустойчивого объекта с произвольным запаздыванием в канале управления, был введен в рассмотрение сигнал расширенной ошибки [9,10]:

$$(13) \quad \hat{y} = y + \tilde{y},$$

где  $\tilde{y} = \frac{1}{\alpha_E(s)} [\hat{\psi}^T(t-\tau)\varphi(t-\tau)] - \hat{\psi}^T \bar{\varphi}(t-\tau) - e_1^T (sI - A_E)^{-1} (k-a)[y] - W(s)[u_s(t-\tau)],$

$$\bar{\varphi}(t-\tau) = \frac{1}{\alpha_E(s)} [\varphi(t-\tau)].$$

Принимая во внимание выражения (11), (12) и (13) можно вывести следующее равенство:

$$(14) \quad \hat{y} = \tilde{\psi}^T \bar{\varphi}(t-\tau),$$

где  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$  – вектор параметрических ошибок.

Модель ошибки (14) позволяет синтезировать алгоритм адаптации вида [5,7]

$$(15) \quad \dot{\hat{\psi}} = \gamma \bar{\varphi}(t-\tau) \hat{y}.$$

Тогда контур компенсации (1), (4), (10), (12), (13), (15) при любых положительных значениях запаздывания  $\tau$  и коэффициента адаптации  $\gamma$  обеспечивает в системе ограниченность вектора параметрических ошибок  $\tilde{\psi}$ , асимптотическую сходимость величин  $\hat{y}$  и  $\tilde{\delta}$  к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , где  $\tilde{\delta} = u_c(t-\tau) + \psi^T \hat{\xi}(t-\tau)$  – ошибка компенсации внешнего возмущения.

### 3.4 Синтез стабилизирующего управления

Для решения задачи стабилизации был построен наблюдатель вектора состояния объекта управления с учетом контура компенсации:

$$(16) \quad \dot{\hat{x}}_c = A_{Ec} \hat{x}_c + k_c y - ay + bu_s(t-\tau),$$

где вектор  $k_c = \text{col}(k_{c1}, k_{c2}, \dots, k_{cn})$  выбран таким образом, что полином  $\alpha_{Ec}(s) = s^n + k_{c1}s^{n-1} + \dots + k_{cn-1}s + k_{cn}$  гурвицев,  $A_{Ec}$  – сопровождающая матрица полинома  $\alpha_{Ec}(s)$ .

Используя (16) построим стабилизирующую компоненту управления в следующем виде[11]:

$$(17) \quad u_s(t) = K \left( e^{A\tau} \hat{x}_c(t) + \int_{t-\tau}^t e^{A(\tau-\mu)} bu_s(\mu) d\mu \right),$$

где  $A = E - ae_1^T$ , вектор  $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  выбран такой, что матрица  $A_s = A + bK$  гурвицева.

Тогда выполняется условие  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{x}_c(t)\| = 0$ . А поскольку  $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\delta} = 0$ , то  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{x}_c = x$  [12], где  $x$  – неизменяемый вектор состояния объекта управления (1), представленного в базе вход-состояние-выход. Следовательно, выполняется условие  $\lim_{t \rightarrow \infty} y = 0$ . Таким образом, в замкнутой системе, состоящей из (1), (4), (10), (12), (13), (15), (16), (17) обеспечивается ограниченность всех сигналов и выполнение целевого условия (3) задачи 1.

#### 4. Числовой пример работы замкнутой системы адаптивной компенсации

Проиллюстрируем работу синтезированной системы адаптивного управления на числовом примере. Рассмотрим модель второго порядка с запаздыванием  $\tau = 5$  с

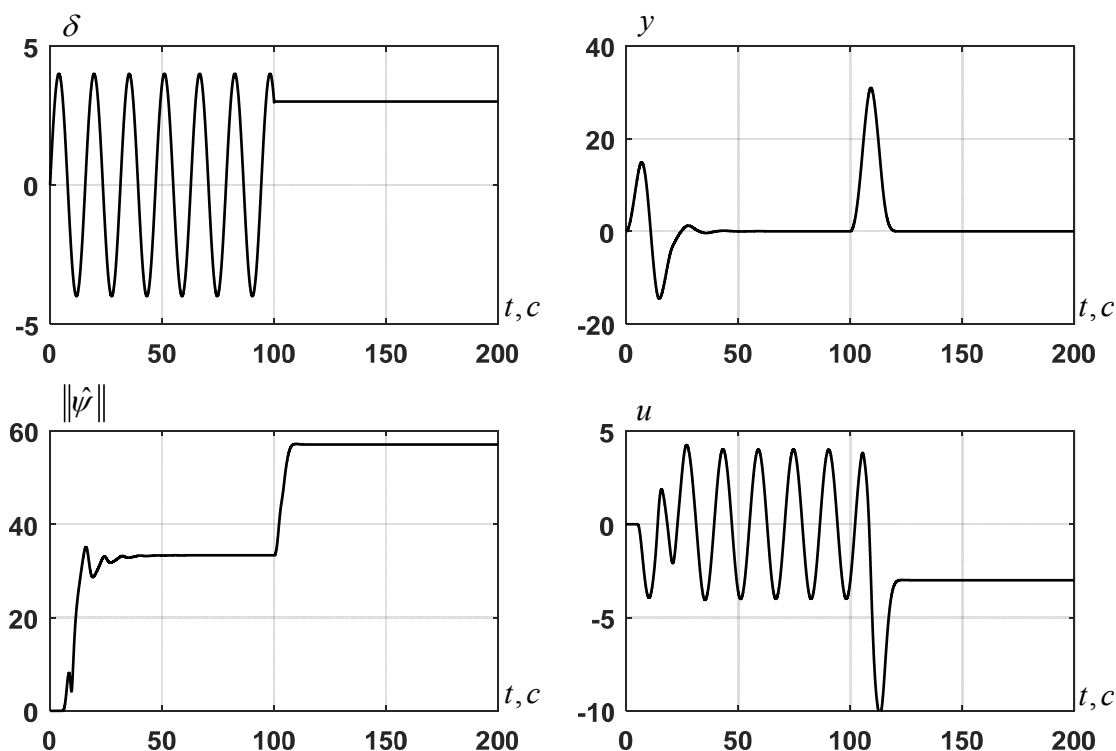
$$y(t) = \frac{2s + 7}{s^2 + 9s - 0,1} [u(t - \tau) + \delta],$$

где класс возмущающих воздействий  $\delta$  задается моделью (2) второго порядка.

Вектор состояния вспомогательного фильтра  $\hat{x}$  формируется моделью (4) с  $k = \text{col}(5, 4)$ . Вектор  $\varphi$  является состоянием наблюдателя (10) со следующими параметрами

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & -5 \end{bmatrix}, \quad l = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Вектор настраиваемых параметров  $\hat{\psi}$  генерируется алгоритмом адаптации (15) с коэффициентом адаптации  $\gamma = 30$ . Вектор состояния наблюдателя состояния  $\hat{x}_c$  формируется моделью (16) с  $k_c = \text{col}(3, 2)$ . Стабилизирующее управление формируется в виде (17) с  $K = [-9 \quad -4]$ .



**Рис. 1.** Переходные процессы в замкнутой адаптивной системе компенсации при наличии возмущения:  $\delta = 4 \sin(0,4t)$  при  $t \in [0, 100 \text{ с}]$ ,  $\delta = 3$  при  $t \in [100 \text{ с}, \infty)$ .

Результаты моделирования процессов адаптивной стабилизации при разных видах возмущающего воздействия, генерируемого моделью (2) второго порядка, приведены на рис. 1. Анализ результатов моделирования переходных процессов (рис. 1) показывает способность синтезированной системы обеспечивать асимптотическую сходимость регулируемой переменной  $y$  к нулю и ограниченность всех сигналов в системе. При-

чем, замкнутая система обеспечивает выполнение целевых условий для различных видов заранее неизвестных внешних возмущений (в данном случае, на интервале времени до 100 с действует гармоническое возмущение с заранее неизвестными амплитудой, частотой и фазой, а после 100 с – постоянное возмущение неизвестной амплитуды).

## 5. Заключение

В рамках исследования был разработан метод прямой адаптивной компенсации возмущения и запаздывания для линейных неустойчивых объектов. Построенная система адаптивной компенсации внешних возмущений для линейных объектов с запаздыванием по входу обеспечивает ограниченность всех сигналов в системе и сходимость регулируемой переменной  $U$  к нулю и не требует проведения процедуры идентификации параметров возмущающего воздействия.

Использование схемы с расширенной ошибкой обеспечивает сохранение устойчивости системы с произвольными значениями запаздывания и коэффициента адаптации. Контур стабилизации системы работает независимо от контура компенсации, что позволяет решить задачу компенсации внешних возмущений для неустойчивых объектов.

Работа выполнена при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 074-U01) и поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.Z50.31.0031).

## Список литературы

1. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikiforov V., Vediakov A., Kolyubin S., Borisov O. Output Control Approach for Delayed Linear Systems with Adaptive Rejection of Multiharmonic Disturbance // IFAC Proceedings Volumes. 2014. Vol. 47, No. 3. P. 12110-12115.
2. Wang J., Vedyakov A.A., Vediakova A.O., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Shavetov S.V. Output Adaptive Controller for a Class of MIMO Systems with Input Delay and Multisine Disturbance // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 11. P. 892-899.
3. Пыркин А.А., Бобцов А.А., Никифоров В.О., Колюбин С.А., Ведяков А.А., Борисов О.И., Громов В.С. Компенсация полигармонического возмущения, действующего на состояние и выход линейного объекта с запаздыванием в канале управления // Автоматика и телемеханика. 2015. № 12. С. 43-64.
4. Narendra K., Annaswamy A. Stable Adaptive Systems. New Jersey: Prentice Hall, 1989. 496 p.
5. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами / Под редакцией Леонова Г.А. и Фрадкова А.Л. СПб.: Наука, 2000. 549 с.
6. Никифоров В.О. Наблюдатели внешних возмущений. 1. Объекты с известными параметрами // Автоматика и телемеханика. 2004. № 10. С. 13-23.
7. Никифоров В.О. Адаптивное и робастное управление с компенсацией возмущений. СПб: Наука, 2003. 282 с.
8. Герасимов Д.Н., Парамонов А.В., Никифоров В.О. Алгоритм компенсации мультигармонических возмущений в линейных системах с произвольным запаздыванием: метод внутренней модели // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016. Т. 16, № 6 (106). С. 1023-1030.
9. Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Схемы адаптивного управления с расширенной ошибкой. Обзор // Автоматика и телемеханика. 1994. № 9. С.3-22.
10. Monopoli R.V. Model reference adaptive control with an augmented signal // IEEE Transactions on Automatic Control. 1974. Vol.19, No. 5. P. 474-484.
11. Manitius A.Z., Olbrot A.W. Finite spectrum assignment problem for systems with delays // IEEE Transactions on Automatic Control. 1979. Vol. 24, No. 4. P. 541-552.
12. Дашковский С.Н., Ефимов Д.В., Сонгаг Э.Д., Устойчивость от входа к состоянию и смежные свойства систем // Автоматика и телемеханика. 2011. № 8. С. 3-40.