УДК 681.5.013

СИНТЕЗ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ПО СОСТОЯНИЮ НАБЛЮДАТЕЛЯ ДЛЯ МНОГОСВЯЗНЫХ СИСТЕМ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

А.И. Маликов

Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН,
Россия, 420111, Казань, Лобачевского ул., 2/31
Казанский национальный исследовательский технический университет им.А.Н.Туполева – КАИ,
Россия, 420111, Казань, К.Маркса ул., 10
E-mail: a_i_malikov@mail.ru

Ключевые слова: многосвязные нелинейные системы, неопределенные возмущения, децентрализованный регулятор, наблюдатель, дифференциальные линейные матричные неравенства, ограниченность на конечном интервале, H_∞-свойство.

Аннотация: Предлагаются способы синтеза децентрализованного управления по состоянию наблюдателя, обеспечивающие ограниченность на конечном интервале исходной системы и ошибки оценивания относительно заданных множеств начальных состояний и допустимых траекторий для неавтономных непрерывных многосвязных систем. Они основываются на численном решении задач оптимизации с дифференциальными линейными матричными неравенствами. Результаты иллюстрируются на примере двух связанных перевернутых маятников.

1. Введение

Проблема децентрализованного управления многосвязными системами широко исследуется в литературе, поскольку представляют собой эффективное средство для разработки алгоритмов управления, особенно для систем со слабыми взаимосвязями [1]. В ряде публикаций предложены способы синтеза децентрализованного управлению по состоянию, робастного децентрализованного управления и децентрализованного управления с обратной связью по выходу [2–4]. Возможность управления взаимосвязанной системой посредством децентрализованной обратной связи по состоянию в большой степени зависит от доступности состояний в каждой подсистеме для измерения. В большинстве практических случаев полные измерения состояния недоступны в каждой отдельной подсистеме. Следовательно, для реализации управления многосвязной системой с помощью децентрализованной обратной связи по состоянию требуется восстановление неизмеримых состояний подсистем. Для этого используются наблюдатели состояния. Способ синтеза наблюдателя, в структуре которого использовались взаимосвязи, был предложен в работе [4]. Кроме того, были разработаны способы синтеза децентрализованных наблюдателей, где отсутствует обмен информацией между локальными наблюдателями [4–6].

Как отмечалось в работах [1, 4], проблема синтеза децентрализованного управления с обратной связью по состоянию наблюдателя для взаимосвязанных систем неочевидна, поскольку принцип разделения не может быть применим в этой ситуации. Таким образом, необходимо одновременно рассмотреть проблему синтеза управления и наблюдателя для обеспечения требуемых свойств полной системы.

Обычно многосвязные системы моделируются динамическими уравнениями с постоянными коэффициентами, состоящими из взаимосвязи подсистем небольшой размерности. Синтез управления, как правило, производится из условия асимптотической устойчивости или обеспечения H_∞-свойства замкнутой системы.

В данной работе решается проблема децентрализованного управления с обратной связью по состояния наблюдателя для неавтономных непрерывных систем с неопределенными, ограниченными по L_2-норме, возмущениями. Используется подход, развитый в работах [7–10] для синтеза наблюдателей и регуляторов для оценивания и стабилизации неавтономных нелинейных систем с неопределенными возмущениями, основанный на методе матричных систем сравнения и технике дифференциальных линейных матричных неравенств (ДЛМН). При этом на конечном интервале обеспечивается ограниченность относительно заданных множеств начальных состояний и допустимых траекторий исходной системы с помощью обратной связи по состоянию децентрализованного наблюдателя, который, в свою очередь, обеспечивает ограниченность для ошибки оценивания. Определение коэффициентов усиления регулятора и наблюдателя производится с помощью решения задачи оптимизации, которая формулируется в терминах ДЛМН. Это позволяет минимизировать в каждый момент времени из рассматриваемого интервала влияние внешних возмущений на динамику системы и процесс оценивания. Результаты иллюстрируются на примере двух связанных маятников.

2. Постановка задачи

Рассматривается система, состоящая из k взаимосвязанных подсистем, представленных уравнениями с переменными коэффициентами

$$\begin{aligned} &\dot{x}_i = A_i(t)x_i + B_i(t)u_i(t) + D_{1i}(t)w_i + \Phi_i(t)\varphi_i(t,x) + \sum_{j=1,\, j\neq i}^{k} H_{ij}x_j,\ x_i(t_0) = x_{i0}, \\ &y_i = C_i(t)x_i + D_{2i}(t)w_i, \end{aligned} \tag{1}$$

где $x_i \in R^{n_i}$ – вектор состояния, $w_i(t) \in R^{r_i}$ – неопределенные внешние возмущения и погрешности измерений, $u_i \in R^{m_i}$ – управление, $y_i \in R^{l_i}$ – вектор измеряемого выхода, $A_i(t) \in R^{n_i \times n_i}, B_i(t) \in R^{n_i \times m_i}$, $D_{1i}(t) \in R^{n_i \times r_i}, D_{2i}(t) \in R^{l_i \times r_i}, \Phi_i(t) \in R^{n_i \times q_i}, C_i(t) \in R^{l_i \times n_i}$ – заданные матрицы с непрерывными и ограниченными элементами при $t \in [t_0, T]$, где $T>t_0$ – заданная константа.

Вводя обозначения $x = (x_1^T, x_2^T, ..., x_k^T)^T$, $u = (u_1^T, u_2^T, ..., u_k^T)^T$, $y = (y_1^T, y_2^T, ..., y_k^T)^T$, $w = (w_1^T, w_2^T, ..., w_k^T)^T$, $\varphi = (\varphi_1^T, \varphi_2^T, ..., \varphi_k^T)^T$, $A = \mathrm{diag}(A_i)$, $B = \mathrm{diag}(B_i)$, $\Phi = \mathrm{diag}(\Phi_i)$, $C = \mathrm{diag}(C_i)$, $D_1 = \mathrm{diag}(D_{1i})$, $D_2 = \mathrm{diag}(D_{2i})$, $H = (H_{ij})$ с $H_{ii} = 0$, полная модель исходной системы представляется в виде

$$\begin{aligned} &\dot{x} = A(t)x + H(t)x + B(t)u + \Phi(t)\varphi(t,x) + D_1(t)w,\ x(t_0) = x_0, \\ &y = C(t)x + D_2(t)w, \end{aligned} \tag{2}$$

Предполагается, что пара $(A(t), B(t))$ управляема, пара $(A(t), C(t))$ наблюдаема, и матрица $D_2(t)$ является матрицей полного ранга строк, так что неравенство $D_2^T(t)D_2(t) > 0$ выполняется для всех $t>t_0$.

Предполагается, что начальное состояние рассматриваемой системы принадлежит заданному эллипсоиду

(3) $$x(t_0) = x_0 \in E(R_0) = \{x \in R^n : x^T R_0^{-1} x \le 1\},$$

где $R_0 = \mathrm{diag}(R_{0i})$ – известная положительно определенная симметрическая блочно-диагональная матрица.

Нелинейная вектор функция $\varphi(t, x) \in R^q$, $\varphi(t,0) = 0$ удовлетворяет ограничению (условию Липшица):

(4) $$\|\varphi(t, x') - \varphi(t, x'')\|^2 \le \mu \|C_f(t)(x'(t) - x''(t))\|^2, \ \forall t \in [t_0, T], x', x'' \in R^n,$$

где $C_f(t) \in R^{q \times n}$ – известная матрица с непрерывными и ограниченными элементами при $t \in [t_0, T]$, μ – известная константа (константа Липшица).

Допустим, что в системе (2) неопределенные возмущения являются непрерывными функциями времени, ограниченными по L_2-норме (возмущения конечной энергии):

(5) $$W = \{w : \int_0^T \|w(t)\|^2 dt \le d \le \int_0^\infty \|w(t)\|^2 dt < \infty\},$$

где d – константа, которая считается известной.

Чтобы реализовать управление в виде обратной связи по состоянию требуется построить наблюдатель, который будет давать оценку $\hat{x}(t)$ вектора состояния $x(t)$ в каждый момент времени t. Тогда это управление берется в виде обратной связи по состоянию наблюдателя, т.е.

(6) $$u(t) = K(t)\hat{x}(t).$$

Ставится задача синтеза децентрализованного регулятора в виде (6), обеспечивающего стабилизацию на конечном интервале системы (2), и наблюдателя, обеспечивающего восстановление состояния каждой подсистемы по результатам измерения ее выхода без использования информации о выходах других подсистем.

3. Синтез децентрализованного управления и наблюдателя, обеспечивающих на конечном интервале ограниченность относительно заданных множеств

Децентрализованный регулятор задается в виде (6), где матрица $K = \mathrm{diag}(K_i)$ коэффициентов усиления регулятора будет выбираться из условия ограниченности относительно заданных множеств.

Наблюдатель полного порядка для i-й подсистемы находится в виде

(7) $$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= A_i(t)\hat{x}_i + \Phi_i(t)\varphi_i(t, \hat{x}_i) + L_i(t)(y_i - \hat{y}_i), \ \hat{x}_i(t_0) = 0, \\ \hat{y}_i &= C_i(t)\hat{x}_i, \end{aligned}$$

где матрица $L(t) = \mathrm{diag}(L_i(t))$ коэффициентов усиления наблюдателя будет выбираться из условия получении требуемого эволюционирующего во времени эллипсоида $E(S(t))$, ограничивающего ошибку оценивания $\varepsilon_i = x_i - \hat{x}_i$ на рассматриваемом интервале $[t_0, T]$.

Выпишем уравнение для ошибки оценивания

(8) $\dot{\varepsilon}_i = \dot{x}_i - \dot{\hat{x}}_i = [A_i(t) - L_i(t)C_i(t)]\varepsilon_i + [D_{1i}(t) - L_i(t)D_{2i}(t)]w_i + \Phi_i(t)[\varphi_i(t,x) - \varphi_i(t,\hat{x})] + \sum_{j=1, j\neq i}^{k} H_{ij}x_j$.

Наблюдатель (7) для многосвязной системы (2) может быть представлен в виде

(9)
$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x} + H(t)\hat{x} + \Phi(t)\varphi(t,\hat{x}) + L(y - \hat{y}),\ \hat{x}(t_0) = 0,$$
$$\hat{y} = C(t)\hat{x},$$

где $\hat{x} = (\hat{x}_1^T, \hat{x}_2^T, ..., \hat{x}_k^T)^T$, $\hat{y} = (\hat{y}_1^T, \hat{y}_2^T, ..., \hat{y}_k^T)^T$, $L = \operatorname{diag}(L_i)$. Уравнение (8) для ошибки $\varepsilon = x - \hat{x}$ оценивания вектора состояния полной системы представляется в виде

(10) $$\dot{\varepsilon} = [A(t) - L(t)C(t)]\varepsilon + H(t)x + \Phi(t)[\varphi(t,x) - \varphi(t,\hat{x})] + [D_1(t) - L(t)D_2(t)]w.$$

Пусть задано в виде эллипсоидов $E(R(t)) = \{x \in R^n : x^{\mathrm{T}} R^{-1}(t) x \le 1\}$, $E(S(t)) = \{x \in R^n : x^{\mathrm{T}} S^{-1}(t) x \le 1\}$, ($R(t) = \operatorname{diag}(R_i(t)),\ S(t) = \operatorname{diag}(S_i(t))$ – известные симметрические положительно определенные матрицы) допустимые множества для траекторий исходной системы и для ошибки оценивания при $t \in [t_0, T]$.

Определение 1. *Будем говорить, что регулятор* (6) *обеспечивает на* $[t_0, T]$ *для системы* (2) *ограниченность относительно заданных множеств* $\{E(R_0), E(R(t))\}$, *а наблюдатель* (7) *обеспечивает ограниченность ошибки оценивания относительно заданных множеств* $\{E(R_0), E(S(t))\}$, *если для всех* $x_0 \in E(R_0)$, $\varepsilon_0 \in E(R_0)$ *имеет место* $x(t, t_0, x_0) \in E(R(t))$ и $\varepsilon(t, t_0, x_0) \in E(S(t))$ *при всех* $t \in [t_0, T],\ w(t) \in W$ *и всех нелинейностях из* (4).

Введем вспомогательную систему, которая включает исходную систему (2) и уравнение (10) для ошибки оценивания

(11) $$\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}(t)\tilde{x} + \tilde{\Phi}(t)\tilde{\varphi}(t,x) + \tilde{D}(t)w,$$

где

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ \varepsilon \end{bmatrix},\ \tilde{\varphi} = \begin{bmatrix} \varphi(t,x) \\ \varphi(t,x) - \varphi(t,\hat{x}) \end{bmatrix},\ \tilde{A}(t) = \begin{bmatrix} A(t) + H(t) + BK(t) & 0 \\ H(t) & A(t) - L(t)C(t) \end{bmatrix},$$
$$\tilde{D}(t) = \operatorname{diag}(D_1(t),\quad D_1(t) - L(t)D_2(t)),\ \tilde{\Phi}(t) = \operatorname{diag}(\Phi(t), \Phi(t)).$$

Непосредственное применение Леммы 2 из [11] к вспомогательной системе (11) приводит к следующему утверждению.

Теорема 1. *Для того чтобы на заданном интервале* $[t_0, T]$ *децентрализованный регулятор обеспечил системе* (2) *ограниченность относительно заданных множеств* $\{E(R_0), E(R(t))\}$, *а децентрализованный наблюдатель* (9) *обеспечил ограниченность ошибки оценивания относительно заданных множеств* $\{E(R_0), E(S(t))\}$, *достаточно, чтобы при некоторых* $\alpha = \operatorname{diag}(\alpha_1 I, \alpha_2 I) > 0, \beta = \operatorname{diag}(\beta_1 I, \beta_2 I) > 0$ *существовали при всех* $t \in [t_0, T]$ *симметрическая матрица* $P(t) = \operatorname{diag}(P_1(t), P_2(t))$ *и матрицы* $K(t) = \operatorname{diag}(K_i(t))$, $L(t) = \operatorname{diag}(L_i(t))$ *такие, что выполняются следующие неравенства*:

(12) $$dP/dt + \tilde{A}^T P + P\tilde{A} + \alpha P + \beta^{-1} P\tilde{\Phi}\tilde{\Phi}^T P + \beta\mu \tilde{C}_f^T \tilde{C}_f + \tilde{d} P\tilde{D}\tilde{D}^T P < 0;$$

(13) $$P(t) \ge \operatorname{diag}(R^{-1}(t), S^{-1}(t)),\ P(t_0) \le \tilde{d}^{-1}\operatorname{diag}(R_0^{-1}, R_0^{-1}).$$

Здесь $\tilde{d} = \operatorname{diag}((1+d)I, (1+d)I)$, I – $n \times n$-единичная матрица, а матрицы $P_1(t)$, $P_2(t)$ представлены в блочном виде: $P_1(t) = \operatorname{diag}(P_{1i}(t))$, $P_2(t) = \operatorname{diag}(P_{2i}(t))$.

Задача синтеза децентрализованного управления по состоянию децентрализованного наблюдателя решается в два этапа. Сначала находятся матрицы $Q_1 = P_1^{-1}, Y_1 = KQ_1$ из ДЛМН, полученных из (12), (13) вычеркиванием строк и столбцов для наблюдателя. Затем при найденных $K(t), Y_1(t), Q_1(t)$ решается задача минимизации $\mathrm{trace}(P_2^{-1}(t))$ при ограничениях (12),(13), представленных в виде ДЛМН.

4. Заключение

Предложен способ синтеза децентрализованного управления по состоянию децентрализованного наблюдателя для многосвязных непрерывных систем с неопределенными внешними возмущениями. Способ основан на решении задач оптимизации с дифференциальными линейными матричными неравенствами. При наличии взаимосвязей ограниченность обеспечиваются одновременно как для исходной системы, так и для уравнения ошибки оценивания. Предложенный способ применен для стабилизации с помощью децентрализованного регулятора по состоянию наблюдателя двух связанных перевернутых маятников при действии неопределенных возмущений и неполной информации об их векторе состояния. Результаты моделирования полной нелинейной модели показали работоспособность и эффективность предложенного подхода.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-08-01045а) и программы президиума РАН №30 «Теория и технологии многоуровневого децентрализованного группового управления в условиях конфликта и кооперации»

Список литературы

1. Siljak D.D. Decentralized Control of Complex Systems. N.Y: Academic Press, 1991.
2. Zecevic A.I. Šiljak D.D. Control of Complex Systems. Structural Constraints and Uncertainty / Series Communications and Control Engineering. N.Y: Springer Science+Business Media, LLC, 2010.
3. Yan M.G. et al. Decentralized Control of Nonlinear Large-scale Systems Using Dynamic Output feedback // Journal of Optimization Theory and Applications. 2000. Vol. 104. P. 459-475.
4. Pagilla P.R., Zhu Y. A Decentralized Output Feedback Controller for a Class of Large-scale Interconnected Nonlinear Systems // IMA Journal of Mathematical Control and Information. 2007. Vol. 24. P. 57-69.
5. Dhbaibi S., Tlili A.S., Benhadj B. N. Decentralized Observer Based H_∞ Decentralized Control for Interconnected Systems // ICGST-ACSE Journal. 2008. Vol. 8, No. 2. P. 43-53.
6. Frej G.B.H. et al. Decentralized Observers for Optimal Stabilization of Large Class of Nonlinear Interconnected Systems // International Journal of Computer Applications, Foundation of Computer Science. 2016. Vol. 137 (14). P. 1-7.
7. Маликов А.И. Синтез наблюдателей состояния для нелинейных липшицевых систем с неопределенными ограниченными по L_∞ норме возмущениями // Вестник КГТУ им. А.Н. Туполева. 2016. № 3. С. 128-140.
8. Маликов А.И. Синтез наблюдателей состояния по результатам измерений для нелинейных липшицевых систем с неопределенными возмущениями // Автоматика и телемеханика. 2017. № 5. С. 16-35.
9. Маликов А.И. Синтез наблюдателей состояния и неизвестных входов для нелинейных липшицевых систем с неопределенными возмущениями // Автоматика и телемеханика. 2018. № 3. С. 21-43.
10. Маликов А.И. Диагностирование неисправностей приводов и датчиков в нелинейной системе с применением наблюдателей // Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева. 2017. Т. 73, № 3. С. 119-129.
11. Маликов А.И. Управление на конечном интервале одного класса непрерывных нелинейных систем с H_∞ критерием качества // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. № 3. С. 25-46.