УДК 62.506 – 12

ОБЕСПЕЧЕНИЕ ЗАДАННОГО УРОВНЯ БОГАТСТВА ВХОДНОГО СИГНАЛА АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ С МОДЕЛЬЮ

А.В. Силаев
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: avsilaev@mail.ru

Т.А. Силаева
Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)
Россия, 125993, Москва, Волоколамское ш., 4
E-mail: ta.silaeva@mail.ru

Ключевые слова: адаптивная система с эталонной моделью, равномерная асимптотическая устойчивость, богатство входного сигнала, постоянство возбуждения.

Аннотация: Рассматривается алгоритм обеспечения заданного уровня богатства входного сигнала адаптивной системы с эталонной моделью, основанный на периодической проверке соответствующих условий. Алгоритм предусматривает в случае невыполнения указанных условий подачу на вход системы дополнительного сигнала, гарантирующего ее асимптотическую устойчивость. Для поддержания заданного значения критерия богатства входного сигнала осуществляется автоматическая настройка уровня дополнительного сигнала. Доказывается работоспособность системы при данном алгоритме.

1. Введение

Работоспособность адаптивной системы с эталонной моделью (АСЭМ), рассматриваемая в смысле сведения к нулю координатных и параметрических рассогласований, связана с обеспечением равномерной асимптотической устойчивости ее движения. Известно, что для этого входной сигнал системы должен обладать свойством, которое в зарубежных работах получило название постоянство возбуждения, или богатство (как правило, в отечественных). Этой теме уделяется достаточное внимание и в современной научной литературе. В [5] приведен краткий обзор зарубежных работ по данной проблеме. В [1-3] предложены различные количественные показатели богатства входного сигнала (в дальнейшем будем использовать именно этот термин). В [4] проведено исследование этих показателей, доказано их взаимно однозначное соответствие, вследствие которого на основе результатов, полученных в [2], удалось расширить условия, доказанные в [1,3] только как достаточные, обосновав также их необходимость.

В [6] разработана структура АСЭМ, в которой осуществляется проверка показателя богатства входного сигнала, предложенного в [3], как наиболее удобного для технической реализации. Работоспособность этой системы в случае недостаточного богатства основного входного сигнала обеспечивается путем подачи дополнительного входного сигнала постоянного уровня. Но это постоянство может привести к преобладанию дополнительного входного сигнала над основным. Поэтому было бы целесообразно настраивать уровень дополнительного входного сигнала с целью поддержания заранее заданного значения показателя богатства входного сигнала.

2. Постановка задачи

Пусть основной контур АСЭМ описывается уравнением вида

$$\dot{\varphi} = [A_0 + \Delta A(t) + \Delta K(t)]\varphi + [B_0 + \Delta B(t) + \Delta N(t)]g,$$

где $\varphi \in R^n$ – вектор состояния основного контура АСЭМ; $g \in R^m$ – вектор непрерывных ограниченных управляющих воздействий; A_0 – гурвицева матрица $n \times n$; B_0 – матрица $n \times m$; $\Delta A(t), \Delta B(t)$ – матрицы параметрических возмущений; $\Delta K(t), \Delta N(t)$ – матрицы перестраиваемых коэффициентов основного контура.

Эталонная модель задается уравнением $\dot{\varphi}_{\text{м}} = A_0\varphi_{\text{м}} + B_0 g$, где $\varphi_{\text{м}} \in R^n$ – вектор состояния эталонной модели.

Движение АСЭМ описывается уравнениями

(1) $$\dot{\varepsilon} = A_0\varepsilon + Y\varphi + Z g\ ,\ \dot{Y} = -\varkappa P\varepsilon\varphi^T + R_y(t)\ ,\ \dot{Z} = -\varkappa P\varepsilon g^T + R_z(t)\ ,$$

где $\varepsilon = \varphi - \varphi_{\text{м}}$, $Y = \Delta A(t) + \Delta K(t)$, $Z = \Delta B(t) + \Delta N(t)$ – соответственно координатные и параметрические рассогласования; $R_y(t) = d\Delta A(t)/dt$ и $R_z(t) = d\Delta B(t)/dt$ – скорости параметрических возмущений; $\varkappa = const > 0$ – число; P – положительно определенная матрица, определяемая равенством $A_0^T P + PA_0 = Q$, где Q – отрицательно определенная матрица. Алгоритмы адаптации синтезированы прямым методом Ляпунова.

Требуется сведение к нулю координатных и параметрических рассогласований, а именно обеспечение равномерной асимптотической устойчивости движения

(2) $$(\varepsilon \equiv 0, Y \equiv 0, Z \equiv 0).$$

Известно [1] с учетом результатов [4], что движение (2) системы (1) при $R_y(t) \equiv 0, R_z(t) \equiv 0$ равномерно асимптотически устойчиво тогда и только тогда, когда компоненты векторов $\varphi_{\text{м}}(t)$ и $g(t)$ образуют линейно независимую, равномерно неисчезающую систему функций, т.е. для любого $t \geqslant t_0$ существует число T_1>0, такое, что для любой линейной комбинации $\theta_w(t) = \sum_{i=1}^{n} w_i\, \varphi_{\text{м}i}(t) + + \sum_{j=1}^{m} w_{n+j} g_j(t)$ компонентов векторов $\varphi_{\text{м}}(t)$ и $g(t)$, где $w \in R^{n+m}$, $\|w\| > 0$, существует число $\rho_w > 0$, такое, что $|\theta_w(t)| \geqslant \rho_w$ по крайней мере в одной точке любого отрезка времени $[t, t + T_1]$. Это и есть одна из форм условий богатства входного сигнала.

В процессе работы системы выполнение этого свойства поддерживается путем определенного формирования входного сигнала $g(t) = g_{\text{осн}}(t) + g_{\text{доп}}(t)$, где $g_{\text{осн}}(t)$ – основной входной сигнал, отрабатываемый системой, а $g_{\text{доп}}(t) -$ дополнительный входной сигнал, обеспечивающий выполнение условий равномерной асимптотической устойчивости движения (2) и формирующийся следующим образом $g_{\text{доп}}(t) = C(t)\bar{g}_{\text{доп}}(t)$, где $C(t) \epsilon R$ – переменная «амплитуда» компонентов вектора $\bar{g}_{\text{доп}}(t)$.

Различные подходы к определению богатства сигнала подробно рассмотрены в [4].

Необходимо синтезировать алгоритм изменения $C(t)$, при котором обеспечивалась бы равномерная асимптотическая устойчивость движения (2) системы (1) при сохранении заданного значения показателя богатства входного сигнала.

3. Основной результат

С точки зрения реализации удобнее форма условий, предложенная в [3]: движение (2) системы (1) при $R_y(t) \equiv 0, R_z(t) \equiv 0$ будет равномерно асимптотически устойчивым тогда и только тогда, когда для любого $t \geqslant t_0$ существует число T_2>0, такое, что можно указать множество моментов времени $\{t_1, t_2, \dots, t_{n+m}\} \subset [t, t+T_2]$, при которых матрица $G = \begin{bmatrix} \varphi_{\text{м}}(t_1) & \cdots & \varphi_{\text{м}}(t_{n+m}) \\ g(t_1) & \dots & g(t_{n+m}) \end{bmatrix}$ была бы неособенной.

Неособенность матрицы G может быть количественно оценена минимально допустимой абсолютной величиной δ ее определителя, т.е. $\Delta = |det\ G| \geqslant \delta$, δ=const>0. Между двумя показателями δ и ρ_w справедливо соотношение $\delta = (n+m)!\,{\rho_w}^{n+m}$.

Таким образом, результаты, полученные в [3,4], позволяют реализовать проверку линейной независимости компонентов векторов $\varphi_{\text{м}}(t)$ и $g(t)$ в виде вычисления определителя матрицы, образованной значениями этих векторов в дискретные моменты времени, а проверку их равномерной неисчезаемости – в виде периодической проверки линейной независимости.

Алгоритм изменения уровня $C(t)$ дополнительного сигнала примем следующим:

1) в начальный момент времени t_0 $C(t_0) = 0$;

2) в выбранные некоторым образом моменты времени $t_1, t_2, \dots, t_{n+m}$ (например, периодически с периодом ΔT) формируется матрица G;

3) в момент полного заполнения матрицы G вычисляется среднее абсолютное значение ее определителя $\Delta = \Delta(t) = |det\ G|$;

4) для заданного числа δ=const>0 определяется $C(t)$ следующим образом: если $\Delta \geqslant \delta$, то $C(t) \equiv 0$, иначе $\dot{C}(t) = -\lambda(\Delta - \delta)$, где λ =const>0;

5. далее с периодом ΔT столбец матрицы G обновляется новыми выборками векторов $\varphi_{\text{м}}(t)$ и $g(t)$, и пункты 3-5 данного алгоритма повторяются, т.е. в реальном времени реализуется проверка выполнения условий богатства входного сигнала.

Обнуление $C(t)$ при выполнении условия $\Delta \geqslant \delta$ введено для того, чтобы исключить подачу дополнительного входного сигнала в том случае, когда основной входной сигнал $g_{\text{осн}}(t)$ достаточно богат.

Доказана следующая

Теорема. *Движение (2) системы (1) при $R_y(t) \equiv 0, R_z(t) \equiv 0$ при формировании уровня $C(t)$ дополнительного входного сигнала в соответствии с приведенным выше алгоритмом является равномерно асимптотически устойчивым.*

В условиях равномерной асимптотической устойчивости движения АСЭМ [3] речь идет только о существовании моментов $t_1, t_2, \dots, t_{n+m}$, но нет алгоритма их выбора. Кроме того, в [3] Δ – это мгновенное значение определителя матрицы G. Поэтому невыполнение условия $\Delta \geqslant \delta$ еще не означает недостаточного богатства входного сигнала, так как это невыполнение может быть обусловлено неудачным выбором моментов $t_1, t_2, \dots, t_{n+m}$ получения выборок векторов $\varphi_{\text{м}}(t)$ и $g(t)$. В этом случае будет подаваться дополнительный входной сигнал, хотя в нем нет необходимости. В данной работе мгновенное абсолютное значение определителя заменяется на среднее по всему периоду наблюдения, которое при бедном входном сигнале стремится к нулю. Тогда невыполнение условия $\Delta \geqslant \delta$ при малом δ говорит о том, что основной входной сигнал действительно недостаточно богат.

4. Пример

Применение описанных выше алгоритмов рассмотрим на примере АСЭМ второго порядка с настраиваемыми коэффициентами k_0, k_1 и n, описываемой уравнением

$$\ddot{\varphi} + (a_{1M} - \Delta a_1 + k_1)\dot{\varphi} + (a_{0M} - \Delta a_0 + k_0)\varphi = (b_M + \Delta b - n)g ,$$

а эталонная модель имеет вид $\ddot{\varphi}_M + a_{1M}\dot{\varphi}_M + a_{0M}\varphi_M = b_M g$, Δa_0 , Δa_1 и Δb – параметрические возмущения, g – скалярный входной сигнал, φ и φ_M – скалярные координаты состояния объекта и эталонной модели. Примем следующие параметры эталонной модели: $a_{0M} = 42{,}25$, $a_{1M} = 3{,}9$, $b_M = 0{,}44$ и параметрические возмущения $\Delta a_0 = -21{,}75$, $\Delta a_1 = -2{,}5$, $\Delta b = 0{,}38$. Алгоритмы настройки имеют вид $\dot{k}_0 = \varkappa\sigma\varphi$, $\dot{k}_1 = \varkappa\sigma\dot{\varphi}$, $\dot{n} = \varkappa\sigma g$, где $\varkappa = const > 0$, $\sigma = \alpha_1\varepsilon + \alpha_2\dot{\varepsilon}$, α_1 и α_2 – числа, а $\varepsilon = \varphi - \varphi_M$.

Известно, что в такой системе и параметрические рассогласования $k_0 - \Delta a_0$, $k_1 - \Delta a_1$ и $\Delta b - n$, и сигнал ошибки ε сходятся асимптотически к нулю, если входной сигнал g содержит не менее двух гармонических составляющих. Выберем g следующим образом. Первые 50 с он равен сумме двух синусоид $0{,}01(sin\,4t + sin10t)$. Далее включается алгоритм настройки $C(t)$, а сигнал $sin10t$ периодически то пропадает в течение 100 с, то возникает снова на 100 с. Матрица G формируется путем выборки с периодом 0,2 с значений сигналов φ_M, $\dot{\varphi}_M$ и g; при каждой выборке вычисляется среднее абсолютное значение ее определителя Δ, и осуществляется настройка коэффициента $C(t)$ по описанному ранее алгоритму. В качестве $g_{доп}(t)$ берется сигнал $sin10t$ с настраиваемой амплитудой $C(t)$, хотя можно взять другой достаточно богатый сигнал.

В результате моделирования было установлено, что при отсутствии настройки коэффициента $C(t)$ и входном сигнале $g = 0{,}01(sin\,4t + sin10t)$ будет сохраняться постоянное значение Δ, приблизительно равное $1{,}58 \times 10^{-9}$. При $g = 0{,}01 sin\,4t$ без настройки $C(t)$ значение Δ стремится к нулю. Выберем в качестве значения δ показателя богатства входного сигнала, которое требуется поддерживать, величину $1{,}5 \times 10^{-9}$.

На рис. 1 представлены процессы изменения значения Δ от времени t (рис.1,а) и настройки коэффициента $C(t)$ (рис.1,б).

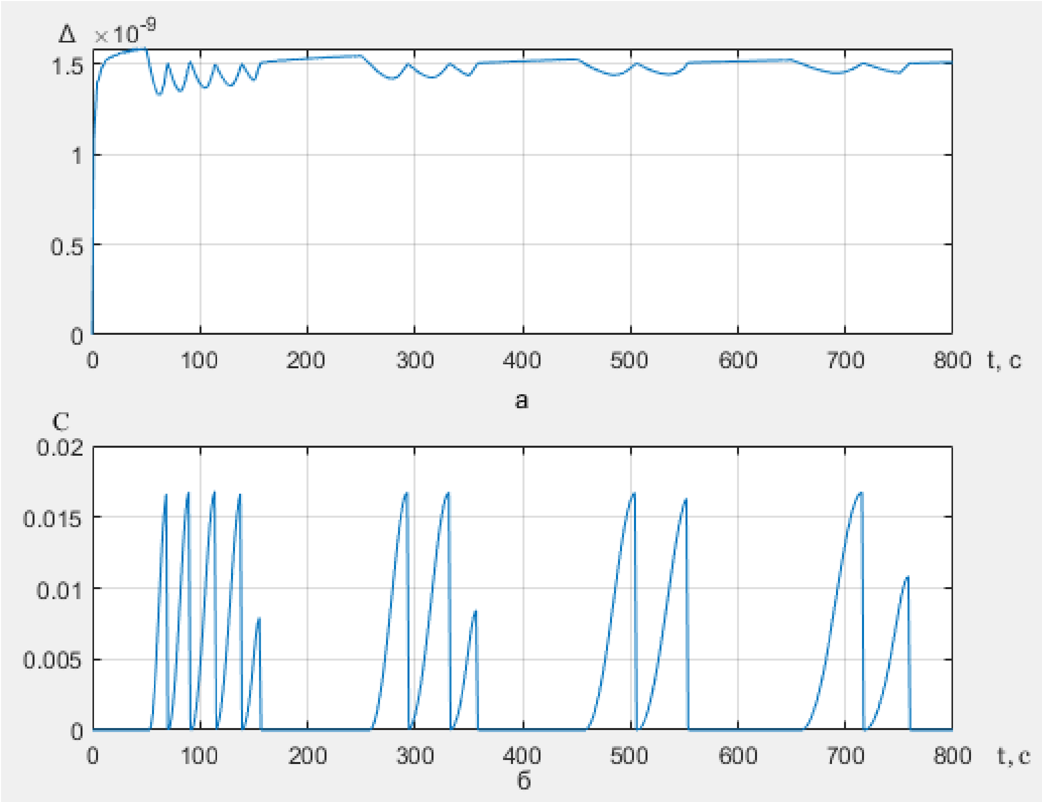

Рис. 1. Процессы изменения от времени значения Δ (а) и настройки параметра C (б).

Из рисунка видно, что на отрезках времени, где $\Delta \geqslant \delta$, настройка $C(t)$ не осуществляется, в то время как при $\Delta < \delta$ производится настройка $C(t)$ с целью поддержания заданного значения δ, и при достижении значения $\delta = 1{,}5 \times 10^{-9}$ коэффициент $C(t)$ обнуляется. С течением времени отклонения Δ от заданного значения δ постепенно снижаются. При этом максимумы значений $C(t)$ составляют примерно 0,0168.

Также было исследовано влияние заданного значения δ на скорость процессов настройки коэффициентов k_0, k_1 и n. В результате было установлено, что с ростом δ скорость настройки повышается.

5. Заключение

В работе обоснован принцип двухуровневой адаптации, позволяющий поддерживать работоспособность АСЭМ при изменении динамических свойств входного сигнала. Этот принцип предполагает подачу на систему в случае необходимости дополнительного входного сигнала с настраиваемым уровнем, обеспечивающим заданное значение количественной меры богатства (постоянства возбуждения). Предложен интегральный алгоритм настройки уровня дополнительного входного сигнала (второй уровень адаптации) с целью поддержания заданного значения показателя богатства входного сигнала, доказана работоспособность системы при этом алгоритме. В дальнейшем могут быть рассмотрены и другие алгоритмы, позволяющие уменьшить колебательность процесса стабилизации показателя богатства. Полученные результаты позволят разработать интеллектуальные средства генерирования входных сигналов минимального уровня, достаточного для работоспособности системы.

Список литературы

1. Земляков С.Д., Рутковский В.Ю. Синтез систем координатно-параметрического управления на основе беспоисковых самонастраивающихся систем с эталонной моделью// Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1973. № 2. С.168-178.
2. Morgan A.P., Narendra K.S. On the stability of nonautonomous differential equations $\dot{x} = [A + B(t)]x$, with skew symmetric matrix $B(t)$ // SIAM J. Control and Optimization. 1977. Vol. 15, No. 1. P.163-176.
3. Yuan J.S.-C., Wonham W.M. Probing signals for model reference identification // IEEE Trans. Automat. Control. 1977. Vol. 22. No. 4. P. 530-538.
4. Земляков С.Д., Рутковский В.Ю., Силаев А.В. Условия асимптотической устойчивости адаптивных систем с моделью // Автоматика и телемеханика. 1991. № 6. С.105-114.
5. Padoan A., Scarciotti G., Astolfi A. A geometric characterization of the persistence of excitation condition for the solutions of autonomous systems // IEEE Trans. Automat. Control. 2017. Vol. 62, No. 11. P. 5666-5677.
6. Земляков С.Д., Рутковский В.Ю., Силаев А.В. Настраиваемая функциональная работоспособность адаптивных систем с эталонной моделью // Автоматика и телемеханика. 1997. № 6. С. 125-134.