УДК 681.5

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ИДЕНТИФИКАЦИИ МНОГОМЕРНЫХ СИСТЕМ

Н.Р. Антропов
Сибирский государственный университет науки и технологий им. акад. М.Ф. Решетнева
Россия, 660037, Красноярск, пр. им. газ. «Красноярский рабочий», 31
E-mail: antropovnr@iss-reshetnev.ru

Е.Д. Агафонов
Сибирский федеральный университет
Россия, 660041, Красноярск, пр. Свободный, 79
E-mail: antropovnr@iss-reshetnev.ru

Ключевые слова: моделирование, идентификация, гидравлическая сеть.

Аннотация: Статья посвящена вопросам построения моделей многомерных безынерционных систем, имеющих неявную функциональную или стохастическую зависимость между входными и выходными переменными. Предложен алгоритм, позволяющий производить идентификацию и прогноз выхода многомерных безынерционных систем после однократного обучения модели для любого входного воздействия из допустимой области. Исследования и апробация предложенного алгоритма произведена в ходе решения задачи идентификации и прогноза выхода гидравлической сети.

1. Введение

Одной из актуальных на сегодняшний день проблем является задача идентификации многомерных систем, в которых входные или выходные переменные связаны между собой функциональными или стохастическими зависимостями, что довольно часто можно встретить на практике [1]. Это обстоятельство привод к неявному характеру зависимости между входными и выходными переменными, которая, в большинстве случаев, неизвестна. Процессы, протекающие в системах с описанной природой, получили название *Т*-процессы, первые упоминания о которых можно встретить в работах [1, 2]. Моделирование и управление такими процессами является не тривиальной задачей и требует применение методов, учитывающих особенности протекания таких процессов.

На сегодняшний день существует три основных подхода к идентификации систем – параметрический, непараметрический, и гибридный. Построение параметрических моделей процессов *Т*-процессов связано с большими вычислительными трудностями: в ходе идентификации для каждого нового входного воздействия необходимо решить систему неявных уравнений, что накладывает существенные ограничение на их практическое применение при принятии решений и управлении. Системы управления для процессов с неявными функциональными и стохастическими зависимостями могут быть только системы управления с идентификатором, в которых модель при достижении поставленной цели управления передает управляющее воздействие на сам процесс.

В связи с этим, к моделям *T*-процессов предъявляются высокие требования, как по точности, так и по скорости вычислений.

На сегодняшний день разработано множество алгоритмов идентификации, позволяющих строить модели сложных систем. Применение того или иного алгоритма зависит от того, к какому классу относится система, каковы её цели и задачи, какие имеются ограничения, в каких условиях она функционирует, имеется ли информация о входных и выходных переменных и о структуре предполагаемой зависимости между ними. Эти сведения формируются по имеющейся априорной и текущей информации об исследуемой системе и формализуются в постановке задачи, от которой, в конечном итоге, зависит выбор того или иного алгоритма идентификации.

В такой ситуации широкое распространение и развитие получили непараметрические методы идентификации многомерных систем, и, в частности, Т-процессов. Один из наиболее проработанных подходов к построению моделей таких систем является метод генерации решений [2], который позволяет производить идентификацию многомерных систем с неявным характером описывающих их операторов в условиях комбинированной априорной информации. Дальнейшее развитие идеи непараметрического подхода к идентификации *T*-процессов получили в работе [3], в которой рассматривается проблема идентификации в условиях непараметрической неопределенности, когда информация о структуре зависимости, описывающей процесс, неизвестна. Кроме непараметрических методов, во множестве случаев достаточно качественные модели получаются в результате применения ансамблей [4] и деревьев решений [5].

Цель настоящей работы состоит в исследовании модификации алгоритма идентификации и прогноза выхода многомерных систем, а также его апробации на примере задачи идентификации и прогноза выхода гидравлической сети. Основными методами исследования является модельный эксперимент и методы статистической обработки информации.

2. Алгоритм идентификации многомерных систем

Введем следующие обозначения: $x=(x_1,...,x_k)$ – вектор входных переменных системы; $y=(y_1,...,y_l)$ – вектор выходных переменных системы; $\{x[t], y[t]\}, t=\overline{1,s}$ – выборка статистически независимых наблюдений вектора состояний системы $\{x, y\}$ в дискретные моменты времени $t=\overline{1,s}$; $F(x, y, \alpha) = f_j(x^{(j)}, y^{(j)}, \alpha_{1j},..., \alpha_{pj}), j=\overline{1,l}$ – система уравнений, в которой f_j – функции, известные с точностью до набора параметров $\alpha_{1j},..., \alpha_{pj}$; $x^{(j)}, y^{(j)}$ – векторы, составленные из компонент векторов $x, y,$ входящих в *j*-ое уравнение; $N_{\varepsilon_j}, N_{x_i}$ – множества, состоящие из компонент векторов невязок ε и входов *x*, которые формируются при участии компонент векторов ε и *x*.

Произведем постановку задачи идентификации. Имеется многомерная статическая система, подверженная влиянию неконтролируемых случайных воздействий $\xi[t]$, имеющих нулевое математическое ожидание и ограниченную дисперсию, для которой могут быть осуществлены наблюдения входных и выходных переменных $\{x[t], y[t]\}, t=\overline{1,s}$. Функциональная связь входных и выходных переменных системы имеет неявный характер. Необходимо, на основании имеющейся выборки наблюдений $\{x[t], y[t]\}, t=\overline{1,s}$, построить модель системы $F(x, y, \alpha)$, позволяющей производить оценку выхода системы *y* для любого входного воздействия *x*.

Алгоритм идентификации состоит из трех шагов.

На первом шаге производится вычисление матрицы невязок системы:

$$\varepsilon_j[k,t] = f_j(x^{(j)}[k], y^{(j)}[t]),\ j = \overline{1,l}, k,t = \overline{1,s}\,.$$

На втором шаге для каждого t-го наблюдения вектора невязок $\varepsilon[k,t], k,t = \overline{1,s}$ производится оценка решения системы:

$$y_j^s[t] = \sum_{t=1}^{s} y_j[t] \prod_{j\in N_\varepsilon} \Phi\left(\frac{0-\varepsilon_j[k,t]}{c_{jk}^{\varepsilon}(s)}\right) \Bigg/ \sum_{t=1}^{s} \prod_{j\in N_\varepsilon} \Phi\left(\frac{0-\varepsilon_j[k,t]}{c_{jk}^{\varepsilon}(s)}\right), j = \overline{1,l}, k,t = \overline{1,s}\,.$$

На третьем шаге по выборке $\{x[t], y^s[t]\}, t = \overline{1,N}$ осуществляется построение непараметрической оценки регрессии:

$$y_j[x] = \sum_{t=1}^{s} y_j^s[t] \prod_{i\in N_x} \Phi\left(\frac{x - x_i[t]}{c_i^x(s)}\right) \Bigg/ \sum_{t=1}^{s} \prod_{i\in N_x} \Phi\left(\frac{x - x_i[t]}{c_i^x(s)}\right), j = \overline{1,l}, i = \overline{1,m}, t = \overline{1,s}\,.$$

Ядерные функции $\Phi(\cdot)$ и параметры размытости $c_{jk}^{\varepsilon}(s)$ и $c_i^x(s)$ удовлетворяют условиям сходимости [1].

В приведенных выше оценках N_ε, N_x – множества, состоящие из компонент векторов невязок ε и входов x, которые формируются при участии компонент ε_j и x_i. То есть, вычисление каждой j-ой компоненты вектора оценки решения y^s и вектора выхода y производится только по тем компонентам векторов ε и x, которые непосредственно участвуют и влияют на формировании этой компоненты.

3. Экспериментальное исследование алгоритма

Численное исследование и апробация предложенного алгоритма производится на примере 3-х кольцевой гидравлической сети, модель которой имеет следующий вид:

$$\begin{cases} -y_1[t] + y_8[t] = x_1[t] \\ y_1[t] + y_2[t] - y_4[t] = x_2[t] \\ -y_2[t] + y_5[t] = x_3[t] \\ -y_5[t] + y_9[t] = x_4[t] \\ -y_3[t] + y_4[t] + y_7[t] - y_9[t] = 0 \\ -y_7[t] + y_{10}[t] = x_5[t] \\ y_6[t] - y_{10}[t] = x_6[t] \\ \alpha_1|y_1[t]|y_1[t] + \alpha_3|y_3[t]|y_3[t] + \alpha_4|y_4[t]|y_4[t] + \alpha_8|y_8[t]|y_8[t] = x_7[t] \\ \alpha_2|y_2[t]|y_2[t] + \alpha_4|y_4[t]|y_4[t] + \alpha_5|y_5[t]|y_5[t] + \alpha_9|y_9[t]|y_9[t] = 0 \\ \alpha_3|y_3[t]|y_3[t] + \alpha_6|y_6[t]|y_6[t] + \alpha_7|y_7[t]|y_7[t] + \alpha_{10}|y_{10}[t]|y_{10}[t] = 0 \end{cases} \qquad (1)$$

В системе (1) приняты следующие обозначения: размерность вектора входных воздействий m=7; размерность вектора выходных переменных l=10; входные воздействия $x_i = q_i, i = \overline{1,m-1}$ – отборы в узлах сети, $x_m = H$ – активный напор; выходные переменные $y_j, j = \overline{1,l}$ – расходы каждой из труб; $\alpha_j = s_j, j = \overline{1,l}$ – вектор параметров системы.

Генерация обучающих выборок вектора входов x и выходов y производится в ходе выполнения следующих последовательных операций.

Произведем генерацию вектора входных воздействий:

$$\tilde{x}[t] = x + 2\cdot p\cdot(\mu[t] - q),\ t = \overline{1,s}\,,$$

где x – вектор входных воздействий, p – разброс выборочных значений от начального состояния, $\mu[t], t=\overline{1,s}$ – последовательность случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0,1]$, q – параметр сдвига.

Наложение шума на систему произведем по формуле:

$$x[t]=\tilde{x}[t]+2\cdot\xi\cdot(r[t]-q), t=\overline{1,s},$$

где ξ – шум на объекте, $r[t], t=\overline{1,s}$ – последовательность случайных чисел, равномерно распределенных на отрезке $[0,1]$.

Генерация выборочных значений выхода $y[t]=(y_1[t],...,y_l[t])$ при заданном входе $x[t]=(x_1[t],...,x_k[t])$ осуществим в ходе решения системы (1) методом Ньютона.

Таким образом, в качестве исходной обучающей выборки вектора состояний трубопроводной сети $\{x,y\}$ примем выборку $\{x[t],y[t]\}, t=\overline{1,s}$.

В качестве критерия качества идентификации использовался среднеквадратический критерий:

$$MSE=\frac{1}{s}\sum_{t=1}^{s}(y[t]-y^*[t])^2,$$

где y – прогнозируемое значение выхода, y^* – реальное значение выхода.

Численное исследование алгоритма идентификации производилось в ходе многократной реализации вычислительного эксперимента при следующих параметрах:

- число реализаций вычислительного эксперимента $N = 100$;
- разброс выборки от начального состояния $p = 25\%$;
- уровень шума $\xi = 5\%$, $\xi = 10\%$, $\xi = 25\%$;
- параметр сдвига $q = 0.5$;
- объем обучающих выборок $s = 100, 150, 300$;
- вектор параметров модели $\alpha=(1.47\quad 2.3\quad 4.31\quad 1.74\quad 5.22\quad 5.14\quad 5.14\quad 1.74\quad 1.74\quad 5.22)\times 10^{-3}$;
- вектор входных воздействий $x=(-89\quad 16.5\quad 19.2\quad 23.1\quad 17.4\quad 12.8\quad 12.2)$.

Результаты численного исследования предложенного алгоритма идентификации в сравнении с алгоритмом [2] приведены в таблице 1, где приводятся результаты вычислений критерия MSE и времени оценок выходных переменных T для различного уровня шума ξ и объема обучающих выборок s. Усреднение производилось по числу реализаций вычислительного эксперимента N.

Таблица 1. Результаты вычисления критерия качества и времени работы алгоритмов.

	Базовый алгоритм			***Разработанный алгоритм***		
s	**100**	**150**	**300**	**100**	**150**	**300**
ξ = 5%						
MSE	$1.4789\cdot10^{-4}$	$8.8372\cdot10^{-5}$	$4.7507\cdot10^{-5}$	$1.4522\cdot10^{-4}$	$8.6311\cdot10^{-5}$	$4.4636\cdot10^{-5}$
T	0.0425	0.0691	0.1862	0.0230	0.0293	0.0708
ξ = 10%						
MSE	$2.2526\cdot10^{-4}$	$1.5019\cdot10^{-4}$	$8.3073\cdot10^{-5}$	$2.2061\cdot10^{-4}$	$1.4882\cdot10^{-4}$	$7.9786\cdot10^{-5}$
T	0.0373	0.0635	0.2101	0.0202	0.0296	0.0823
ξ = 25%						
MSE	$9.0610\cdot10^{-4}$	$7.7164\cdot10^{-4}$	$4.5179\cdot10^{-4}$	$8.9630\cdot10^{-4}$	$7.4954\cdot10^{-4}$	$4.3147\cdot10^{-4}$
T	0.0408	0.0591	0.2227	0.0257	0.0297	0.1018

Результаты вычислительных экспериментов показывают следующее. Наблюдается сходимость предложенного алгоритма. С увеличением объемов обучающих выборок точность идентификации возрастает. Наличие шумов негативно сказывается на работе алгоритма. При этом наблюдается более высокая точность прогноза выхода разработанного алгоритма идентификации и прогноза выхода, в сравнении с базовым алгоритмом. Кроме того, скорость вычисления прогнозных значений выхода предложенным алгоритмом в среднем в 2 раза выше в сравнении с базовым алгоритмом.

Увеличение точности, демонстрируемое предложенным алгоритмом, связано с тем, что в соответствующих оценках решения и оценках выхода системы применяются не все компоненты вектора входных переменных, а только те компоненты, которые непосредственно влияют на формирование этой оценки. Применение такого подхода к формированию оценок прогноза выхода позволяет снизить размерность соответствующих оценок, что, в свою очередь, уменьшает время, необходимое для их вычисления.

4. Заключение

В работе рассмотрен подход к построению алгоритмов идентификации и прогноза выхода многомерных систем. Предложен алгоритм, позволяющий качественно повысить точность и скорость идентификации за счет оптимального построения непараметрических оценок выхода многомерных систем, при формировании которых используется не просто все множество входных воздействий, а только те входные воздействия, которые непосредственно влияют на формирование соответствующего выхода. На основании разработанного алгоритма предложен новый класс непараметрических моделей многомерных систем, позволяющий производить прогноз выхода системы для любого входного воздействия после однократного обучения.

Список литературы

1. Медведев А.В. Основы теории адаптивных систем / Монография. Красноярск: СибГАУ, 2015. 526 с.
2. Красноштанов А.П. Комбинированные многосвязные системы. Новосибирск: Наука, 2001. 176 с.
3. Медведев А.В., Низамеев А.Р. Непараметрическое моделирование и управление многосвязными системами // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнева. 2006. № 1. С. 44-47.
4. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. М.: Мир, 1993. 349 с.
5. Zhou Z.-H. Ensemble Methods: Foundations and Algorithms. Machine Learning & Pattern Recognition series. Chapman & Hall/CRC, 2012. 236 p.
6. Breiman L. Random Forests // Machine Learning, 2001. Vol. 45, No. 1. P. 5-32.