

В ПОИСКАХ МИНИМАЛЬНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ (ЧАСТЬ 1: МЕТОД)

О.Ю. Копысов

Декартов Научен Център
Болгария, 9002, гр. Варна, ж.к. Чайка, бл.185, ап.13
E-mail: iainstitute@inbox.ru

Ключевые слова: объект, модель, экспериментальные данные, класс моделей, ЛСМодель с невязкой, вспомогательная ЛСМодель, идентификация, общее решение задачи идентификации, сингулярное разложение, метод смешанных наименьших и тотальных наименьших квадратов.

Аннотация: в докладе предложена методика получения общего решения задачи идентификации неизвестных параметров и уже на основе полученного общего решения вычисления минимальной реализации и состояния нелинейного динамического объекта.

1. Введение

Любой поиск предполагает наличие некоторого количества претендентов, из которых выбирается необходимый. Для поиска минимальной реализации с помощью идентификации параметров нужно: 1) выбрать класс моделей, содержащий всех претендентов; 2) получить общее решение задачи идентификации параметров и 3) найти в нем частное решение, удовлетворяющее нашим требованиям.

Рассмотрим это на аналитическом примере.

1) Пусть класс моделей имеет вид:

$$\alpha_1 \ddot{y}(t) + \alpha_2 \dot{y}(t) + \alpha_3 y(t) + \alpha_4 y^3(t) + \alpha_5 w(t) = 0.$$

Этот класс содержит модели, как второго порядка, так и первого, и нулевого.

2) Пусть при подаче на вход объекта $w(t) = \sin(t) + \cos(3t)$ на выходе мы получили $y(t) = -\cos(t)$. Подставим полученные экспериментальные данные в уравнение класса моделей, с учетом того что $\cos^3(t) = 0.75 \cos(t) + 0.25 \cos(3t)$, получим: $\alpha_1 \cos(t) + \alpha_2 \sin(t) - \alpha_3 \cos(t) - \alpha_4 [0.75 \cos(t) + 0.25 \cos(3t)] + \alpha_5 [\sin(t) + \cos(3t)] = 0$.

Отсюда: $\alpha_1 - \alpha_3 - 0.75\alpha_4 = 0$ (при $\cos(t)$), $\alpha_2 + \alpha_5 = 0$ (при $\sin(t)$), $-0.25\alpha_4 + \alpha_5 = 0$ (при $\cos(3t)$). Положим $\alpha_5 = -1$ и получим общее решение вида: $\alpha_5 = -1$, $\alpha_4 = -4$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 - \alpha_3 + 3 = 0$.

3) В полученном общем решении есть частное решение с минимальной реализацией: $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 1$, $\alpha_3 = 3$, $\alpha_4 = -4$, $\alpha_5 = -1$, или $\dot{y}(t) + 3y(t) - 4y^3(t) = w(t)$.

Теперь все это будем реализовывать в вычислительный алгоритм, работающий в условиях неполных и неточных экспериментальных данных без расчетов производных от дискретных сигналов. Но сначала аналитический метод решения таких задач идентификации параметров.

2. Вспомогательная модель с невязкой

Рассмотрим класс моделей линейной структуры (ЛСМоделей) с невязкой вида:

$$(1) \quad \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S a_{ks} f_k^{(S-s)}(t, y, w) = \varepsilon(t),$$

где $\varepsilon(t)$ – невязка; a_{ks} – параметры модели; $f_k^{(S-s)}(t, y, w) = \frac{d^{S-s}}{dt^{S-s}} f_k(t, y, w)$ – соответствующие производные от элементов модели $f_k(t, y, w)$, зависящих от $w(t)$ – измеряемого входа объекта, $y(t)$ – измеряемого выхода объекта и независимой переменной t .

Следуя [1,2] введем вспомогательный вектор состояния $\mathbf{z}(t)$ с компонентами вида:

$$(2) \quad \begin{aligned} z_1(t) &= e(t), \\ z_2(t) &= z_1^{(1)}(t) - c_1 z_1(t) - \sum_{k=1}^K a_{k1} f_k(t, y, w), \\ z_3(t) &= z_2^{(1)}(t) - c_2 z_2(t) - \sum_{k=1}^K a_{k2} f_k(t, y, w), \\ &\vdots \\ z_S(t) &= z_{S-1}^{(1)}(t) - c_{S-1} z_{S-1}(t) - \sum_{k=1}^K a_{k,S-1} f_k(t, y, w). \end{aligned}$$

Покажем, что $\mathbf{z}(t)$ удовлетворяет уравнению вспомогательной модели вида:

$$(3) \quad \frac{d}{dt} \mathbf{z}(t) = \mathbf{C} \mathbf{z}(t) + \sum_{k=1}^K \mathbf{a}_k f_k(t, y, w),$$

при этом невязка $e(t)$ удовлетворяет уравнению:

$$(4) \quad e^{(S)}(t) - \sum_{s=1}^S c_s e^{(S-s)}(t) = \varepsilon(t).$$

Здесь $\mathbf{z}(t) = [z_1(t), \dots, z_S(t)]'$ – вспомогательный вектор-столбец; $\mathbf{a}_k = [a_{k1}, \dots, a_{kS}]'$ – вектор-столбец параметров при функции $f_k(t, y, w)$ и ее производных;

$$\mathbf{C} - \text{матрица с произвольными коэффициентами } c_s \ (s=1, \dots, S) \text{ вида: } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ c_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{S-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ c_S & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Подставив первую компоненту вектора состояния во вторую компоненту, получим:

$$z_2(t) = e^{(1)}(t) - c_1 e(t) - \sum_{k=1}^K a_{k1} f_k(t, y, w),$$

теперь полученную вторую в третью

$$\begin{aligned} z_3(t) &= [e^{(2)}(t) - c_1 e^{(1)}(t) - \sum_{k=1}^K a_{k1} f_k^{(1)}(t, y, w)] - c_2 e(t) - \\ &\quad \sum_{k=1}^K a_{k2} f_k(t, y, w) = \\ &= e^{(2)}(t) - c_1 e^{(1)}(t) - c_2 e(t) - \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^2 a_{ks} f_k^{(2-s)}(t, y, w), \end{aligned}$$

и так далее и полученную $(S-1)$ -ую компоненту в S -тую. В итоге получим

$$\begin{aligned} z_S(t) &= e^{(S-1)}(t) - c_1 e^{(S-2)}(t) - \dots - c_{S-1} e(t) - \\ &\quad \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^{S-1} a_{ks} f_k^{(S-1-s)}(t, y, w). \end{aligned}$$

Продифференцируем полученное выражение

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} z_S(t) &= \\ &= [e^{(S)}(t) - c_1 e^{(S-1)}(t) - \dots - c_{S-1} e^{(1)}(t)] - \{ \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^{S-1} a_{ks} f_k^{(S-s)}(t, y, w) \} = \\ &= [\varepsilon(t) + c_S e(t)]_{\text{из (4)}} - \{ \varepsilon(t) - \sum_{k=1}^K a_{kS} f_k^{(S-S)}(t, y, w) \}_{\text{из (1)}} = \\ &= c_S z_1(t) + \sum_{k=1}^K a_{kS} f_k(t, y, w), \end{aligned}$$

что и доказывает наше утверждение.

Запишем решение задачи Коши для вспомогательной модели с начальными условиями $\mathbf{z}(0) = [z_{10}, \dots, z_{S0}]'$ на отрезке наблюдения $\mathbf{t} = [0, \dots, t, \dots]$ в виде:

$$(5) \quad \mathbf{z}(t) = \Phi(t) \mathbf{z}(0) + \sum_{k=1}^K R_k(t) \mathbf{a}_k,$$

где матрицы $\Phi(t)$ и $R_k(t)$ являются решениями следующих задач Коши:

$$(6) \quad \frac{d}{dt} \Phi(t) = \mathbf{C} \Phi(t), \quad \Phi(0) = \mathbf{E};$$

$$(7) \quad \frac{d}{dt} R_k(t) = CR_k(t) + f_k(t, y, w)E, \quad R_k(0) = 0;$$

здесь E – единичная матрица. Все матрицы имеют размер $S \times S$.

Вспомним, что $z_1(t) = e(t)$, тогда первая строка решения $\mathbf{z}(t)$ (5) примет вид:

$$(8) \quad \sum_{s=1}^S z_{s0} \phi_{1s}(t) + \sum_{k=1}^K \sum_{s=1}^S a_{ks} r_{k,1s}(t) = e(t),$$

здесь $\phi_{1s}(t)$, $r_{k,1s}(t)$ – элементы первых строк матриц $\Phi(t)$, $R_k(t)$ соответственно.

Таким образом, мы получили вспомогательную ЛСМодель с невязкой $e(t)$, причем кроме параметров a_{ks} , в нее входят координаты z_{s0} вектора начального состояния $\mathbf{z}(0)$. Замечу, что полученная вспомогательная модель не зависит от измеряемых и/или вычисляемых функций $f_k(t, y, w)$, а состоит из $r_{k,1s}(t)$ – решений задач Коши, можно сказать, результатов фильтрации функций $f_k(t, y, w)$ линейным фильтром (7).

Из изложенного следует следующий метод идентификации параметров не требующий вычисления производных: 1) по измерениям элементов объекта вычисляются $f_k(t, y, w)$ и решаются задачи Коши для матриц $\Phi(t)$ и $R_k(t)$; затем 2) решается эквивалентная задача идентификации посредством вспомогательной ЛСМодели с невязкой.

Важно, что все решения задачи идентификации параметров, полученные по вспомогательной ЛСМодели, являются решениями исходной задачи и наоборот.

Приведу без доказательства, необходимые для дальнейших расчетов, свойства матриц $\Phi(t)$ и $R_k(t)$ [2]:

$$(9) \quad \boldsymbol{\phi}_{s-1}(t) = C \cdot \boldsymbol{\phi}_s(t); \quad \mathbf{r}_{k,s-1}(t) = C \cdot \mathbf{r}_{k,s}(t).$$

Здесь $\boldsymbol{\phi}_i(t)$ и $\mathbf{r}_{k,i}(t)$ – i -тые столбцы соответствующих матриц. Отсюда следует, что для расчета матриц $\Phi(t)$ и $R_k(t)$ необходимо решить задачи Коши для последних столбцов $\boldsymbol{\phi}_S(t)$ и $\mathbf{r}_{k,S}(t)$ этих матриц, а остальные столбцы получать умножением на матрицу C .

Продемонстрируем предложенный метод на примере из введения. Пример специально сконструирован так, чтобы можно было решить задачи Коши аналитически.

Класс моделей (1) будет иметь вид:

$$a_{11}\ddot{y}(t) + a_{12}\dot{y}(t) + a_{13}y(t) + a_{23}y^3(t) + a_{33}w(t) = 0,$$

здесь $K=3$, $S=3$, $f_1(t, y, w)=y(t)$, $f_2(t, y, w)=y^3(t)$, $f_3(t, y, w)=w(t)$, $a_{21}=a_{22}=0$, $a_{31}=a_{32}=0$, $w(t)=\sin(t)+\cos(3t)$, $y(t)=-\cos(t)$.

Вспомогательный вектор состояния (2) имеет вид:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= e(t), \\ z_2(t) &= z_1^{(1)}(t) - c_1 z_1(t) - a_{11}y(t), \\ z_3(t) &= z_2^{(1)}(t) - c_2 z_2(t) - a_{12}y(t). \end{aligned}$$

Возьмем $c_1=c_2=c_3=0$, тогда задача Коши (7) для третьего последнего столбца матрицы $R_1(t)$ будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_{1,13} \\ \dot{r}_{1,23} \\ \dot{r}_{1,33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{1,13} \\ r_{1,23} \\ r_{1,33} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} r_{1,13}(0) \\ r_{1,23}(0) \\ r_{1,33}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{aligned} \dot{r}_{1,13} &= r_{1,23}(t), \\ \dot{r}_{1,23} &= r_{1,33}(t), \\ \dot{r}_{1,33} &= -\cos(t). \end{aligned}$$

В обратном порядке решая каждое уравнение с учетом нулевых начальных условий, получим: $r_{1,33} = -\sin(t)$, $r_{1,23} = \cos(t) - 1$, $r_{1,13} = \sin(t) - t$. И с учетом свойства матриц $\Phi(t)$ и $R_k(t)$ (9) получим $\mathbf{r}_{1,2}(t) = C \cdot \mathbf{r}_{1,3}(t)$, $\mathbf{r}_{1,1}(t) = C \cdot \mathbf{r}_{1,2}(t)$. В итоге

$$R_1(t) = \begin{bmatrix} -\sin(t) & \cos(t) - 1 & \sin(t) - t \\ 0 & -\sin(t) & \cos(t) - 1 \\ 0 & 0 & -\sin(t) \end{bmatrix}. \quad \text{Аналогично } \Phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & t & \frac{t^2}{2} \\ 0 & 1 & t \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

С учетом того что $\cos^3(t) = \frac{3}{4}\cos(t) + \frac{1}{4}\cos(3t)$, получим задачу Коши для расчета последней координаты последнего столбца матрицы $R_2(t)$ вида:

$$\dot{r}_{2,33} = y^3(t) = -\cos^3(t) = -\frac{3}{4}\cos(t) - \frac{1}{4}\cos(3t), \quad r_{2,33}(0) = 0. \quad \text{Тогда}$$

$$\begin{aligned} r_{2,11} &= r_{2,22} = r_{2,33} = -\frac{3}{4}\sin(t) - \frac{1}{4 \cdot 3}\sin(3t), \\ r_{2,12} &= r_{2,23} = \frac{3}{4}[\cos(t) - 1] + \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 3}[\cos(3t) - 1], \\ r_{2,13} &= \frac{3}{4}\sin(t) - \frac{3}{4}t + \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 3}\sin(3t) - \frac{1}{4 \cdot 3}t. \end{aligned}$$

Решим задачу Коши для последней координаты последнего столбца матрицы $R_3(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{r}_{3,33} &= w(t) = \sin(t) + \cos(3t), \quad r_{3,33}(0) = 0. \text{ Отсюда} \\ r_{3,11} &= r_{3,22} = r_{3,33} = -\cos(t) + 1 + \frac{1}{3}\sin(3t), \\ r_{3,12} &= r_{3,23} = -\sin(t) + t - \frac{1}{3 \cdot 3}\cos(3t) + \frac{1}{3 \cdot 3}, \\ r_{3,13} &= \cos(t) - 1 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3}\sin(3t) + \frac{1}{3 \cdot 3}t. \end{aligned}$$

Так как $a_{21} = a_{22} = a_{31} = a_{32} = 0$, вспомогательная ЛСМодель будет иметь вид:

$$z_{10}\phi_{11}(t) + z_{20}\phi_{12}(t) + z_{30}\phi_{13}(t) + a_{11}r_{1,11}(t) + a_{12}r_{1,12}(t) + a_{13}r_{1,13}(t) + a_{23}r_{2,13}(t) + a_{33}r_{3,13}(t) = e(t).$$

Будем искать решение с минимальной невязкой $e(t) = 0(t)$, что гарантирует получение невязки исходной ЛСМодели $\varepsilon(t) = 0$, так как из (4) $e^{(3)}(t) = \varepsilon(t)$. Тогда

$$\begin{aligned} z_{10} \cdot 1 + z_{20}t + z_{30}\frac{1}{2}t^2 + a_{11}[-\sin(t)] + a_{12}[\cos(t) - 1] + a_{13}[\sin(t) - t] + a_{23}[\frac{3}{4}\sin(t) - \frac{3}{4}t + \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 3}\sin(3t) - \frac{1}{4 \cdot 3}t] + a_{33}[\cos(t) - 1 + \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3}\sin(3t) + \frac{1}{3 \cdot 3}t] = 0. \end{aligned}$$

Отсюда получим:

$$\begin{aligned} \text{при } 1: & \quad z_{10} - a_{12} - a_{33} = 0, \\ \text{при } t: & \quad z_{20} - a_{13} - a_{23}[\frac{3}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 3}] + \frac{1}{3 \cdot 3}a_{33} = 0, \\ \text{при } \frac{t^2}{2}: & \quad z_{30} + a_{33} = 0, \\ \text{при } \sin(t): & \quad -a_{11} + a_{13} + \frac{3}{4}a_{23} = 0, \\ \text{при } \cos(t): & \quad a_{12} + a_{33} = 0, \\ \text{при } \sin(3t): & \quad \frac{1}{4 \cdot 3 \cdot 3}a_{23} - \frac{1}{3 \cdot 3 \cdot 3}a_{33} = 0. \end{aligned}$$

Как и во введении возьмем $a_{33} = -1$ и получим общее решение: $a_{23} = -4$, $a_{12} = 1$, $a_{11} - a_{13} + 3 = 0$, которое совпадает с общим решением, полученным во введении. Кроме того, при $a_{11} = 0$, получим $a_{13} = 3$, $z_{10} = 0$, $z_{20} = 0$, $z_{30} = 1$. Легко убедиться, что любое другое частное решение удовлетворяет уравнениям вспомогательной и основной ЛСМоделей.

Кроме того, подставив в (5) вычисленные параметры и матрицы получим, что $z_1(t) = 0(t)$, $z_2(t) = 0(t)$, $z_3(t) = \cos(t)$. Далее из (3) получим $\frac{d}{dt}z_1(t) = 0(t)$, $\frac{d}{dt}z_2(t) = 0(t)$, $\frac{d}{dt}z_3(t) = -\sin(t)$. Теперь из (2) $y(t) = -z_3(t)/a_{12}$, отсюда $\frac{d}{dt}y(t) = -\frac{d}{dt}z_3(t)/a_{12} = \sin(t)$ и без дифференцирования $y(t)$ мы рассчитали его производную.

Ясно, что в алгоритме мы не сможем рассчитать общее решение задачи идентификации таким способом, ведь после решения задач Коши численными методами мы будем иметь только дискретные значения матриц $\Phi(t)$ и $R_k(t)$. Однако аналитический пример играет значительную роль во время отладки алгоритма.

3. Общие решения алгебраических уравнений

Следуя стратегии метода смешанных наименьших и тотальных наименьших квадратов (mixed LS-TLS) [3] запишем уравнение вспомогательной ЛСМодели в виде:

$$(10) \quad P\beta + R\alpha = \mathbf{0} \text{ или } [P \quad | \quad (R^0 + \Delta R)] \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = \mathbf{0},$$

здесь в P собраны все столбцы известные точно, а в $R=R^0+\Delta R$ – неточно.

Пусть в примере $w(t)$ известно точно, а $y(t)$ – неточно, тогда:

$$P = \begin{bmatrix} \phi_{11}(t_1) & \phi_{12}(t_1) & \phi_{13}(t_1) & r_{3,13}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{11}(t_m) & \phi_{12}(t_m) & \phi_{13}(t_m) & r_{3,13}(t_m) \end{bmatrix}, \quad \beta = \begin{bmatrix} z_{10} \\ z_{20} \\ z_{30} \\ a_{33} \end{bmatrix};$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{1,11}(t_1) & r_{1,12}(t_1) & r_{1,13}(t_1) & r_{2,13}(t_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{1,11}(t_m) & r_{1,12}(t_m) & r_{1,13}(t_m) & r_{2,13}(t_m) \end{bmatrix}, \quad \alpha = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{23} \end{bmatrix}.$$

При числе строк больше чем число столбцов QR-разложение матрицы полного ранга P будет иметь вид: $P=Q \begin{bmatrix} T \\ O \end{bmatrix}$, здесь Q – ортогональная, T – невырожденная квадратная верхняя треугольная и O – нулевая матрицы. Умножим (10) на Q' , тогда:

$$Q' \cdot [P \mid (R^0 + \Delta R)] \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = Q' \cdot \mathbf{0} \text{ или } \left(\begin{bmatrix} T & R1 \\ O & R2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} O & O \\ O & \Delta R2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

и мы получили два уравнения

$$(R2 + \Delta R2) \alpha = \mathbf{0} \text{ и } T\beta + R1 \alpha = \mathbf{0}.$$

Для первого мы будем искать общее решение методом тотальных наименьших квадратов (Total LS) [4] и нужное нам частное решение $\hat{\alpha}$ подставлять во второе уравнение, которое имеет решение $\hat{\beta} = -T^{-1} R1 \hat{\alpha}$.

Для $(m \times n)$ -матрицы $(R2 + \Delta R2)$ первого уравнения получим сингулярное разложение $(R2 + \Delta R2) = U S V'$, здесь U и V – ортогональные матрицы, а S – диагональная матрица, содержащая сингулярные числа s_i . Если $s_1 \geq \dots \geq s_r > s_{r+1} = \dots = s_n$, то любая нормированная линейная комбинация столбцов v_{r+1}, \dots, v_n матрицы V дает решение уравнения с минимальной нормой Фробениуса ошибки $\Delta R2$, причем [4]

$$\min_{rank(R2 + \Delta R2) < n} \|\Delta R2\|_F = s_n.$$

Другими словами, столбцы v_{r+1}, \dots, v_n являются базисом общего решения задачи идентификации параметров. А выбирая нужную нам линейную комбинацию, мы получим решения с необходимыми свойствами. Надо учитывать, что на практике мы не можем рассчитывать на получение точного равенства последних сингулярных чисел, поэтому равенства $s_{r+1} = \dots = s_n$ надо понимать приближенно.

В примере $n=4$ и даже в отсутствие неточностей сигнала $y(t)$ были получены

```
singular_value =
5.2296e+000  1.7437e-001  1.1044e-006  4.4859e-007.
```

Видно, что последние два сингулярных числа, конечно не равны друг другу, но намного меньше двух первых и взяв их линейную комбинацию $v = v_{13}v_4 - v_{14}v_3$, а в качестве частного решения $\hat{\alpha} = v/v_2$, получим $a_{11}=0$, $a_{12}=1$.

Список литературы

1. Копысов О.Ю., Прокопов Б.И., Пупков К.А. Идентификация параметров и состояния одного класса нелинейных систем // Problems of Control and Information Theory. Издательство Академии наук Венгрии. 1982. Vol. 11(3). P. 205-216.
2. Копысов О.Ю. Идентификация посредством моделей линейной структуры. 2-ое издание. Издательство Декартов Научен Център, Варна, 2013. 425 с. ISBN 978-954-92807-4-6.
3. Van Huffel S., Vandewalle J. The Total Least-Squares Problem: Computational Aspects and Analysis. SIAM, Philadelphia/PA, 1991. 300 p.
4. Golub G., Van Loan C. An analysis of the Total Least-Squares problem // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1980. Vol. 17, No. 6. P. 883-893.