УДК 531.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕТВЛЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ И ПОЛУЧЕНИЕ СЛОЖНЫХ ДРЕВОВИДНЫХ СТРУКТУР МНОГОЗВЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ПЛОСКИХ МЕХАНИЗМОВ СО ЗВЕНЬЯМИ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ*

А.В. Борисов
Филиал ФГБОУ ВО НИУ «МЭИ» в г. Смоленске
Россия, 214013, Смоленск, Энергетический проезд, дом 1
E-mail: BorisowAndrej@yandex.ru

Л.В. Кончина
Филиал ФГБОУ ВО НИУ «МЭИ» в г. Смоленске
Россия, 214013, Смоленск, Энергетический проезд, дом 1
E-mail: la_kon@mail.ru

Г.М. Розенблат
Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ)
Россия, 125319, Москва, Ленинградский проспект, дом 64
E-mail: gr51@mail.ru

Ключевые слова: плоский механизм, трение, шарнир, звено переменной длины, многозвенная модель, ветвление, древовидная структура, рекуррентный алгоритм, матричный метод, система дифференциальных уравнений движения.

Аннотация: В работе рассматриваются методы получения многозвенных моделей плоских механизмов со звеньями переменной длины. При этом возникает необходимость исследования вопросов ветвления звеньев и получения сложных древовидных структур при моделировании плоских механизмов. Вводится понятие точки ветвления. Проводится анализ влияния ветвления на систему дифференциальных уравнений движения и на матрицы, входящие в векторно-матричную форму записи этой системы. Актуальность исследования заключается в широких возможностях практического применения разработанных моделей благодаря организации плоского механизма со звеньями переменной длины в сеть и возможностям, возникающим при этом, недоступным другим устройствам.

1. Введение

Разрабатываются змееподобные механизмы различного назначения. Над ними работают ученые разных стран. Разработчики плоских механизмов используют биологи-

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 18-01-00139 А)

ческие прототипы в живой природе для того, чтобы найти решение конкретной проблемы в области развития змееподобных механизмов.

Активно работают над роботами-змеями американские инженеры и ученые. Так в университете Карнеги-Меллон разрабатывают модели роботов-змей для спасателей, которые могут передвигаться по различным поверхностям, в том числе и по сложным – типа деревьев, камней и т.п. [1]. С этой же целью для спасателей создан в Мичиганском университете робот-змея OmniTread [2]. Ползающим змеям посвящена разработка канадских инженеров компании eatART Lab, которая называется Titanoboa и представляет собой робота-змею длиной 15 метров [3]. Сведения о биомеханике ползающих существ содержатся в работах [4]. В Массачусетском технологическом институте разработали робота, способного двигаться, как змея [5]. В этом же университете разработали и робота-змею, в будущем способного заменить статичные гаджеты и стать динамическим помощником человека, превращаясь в различные устройства [6].

Японские инженеры и ученые из Hitachi Ltd и Hitachi-GE Nuclear Energy Ltd разработали роботов-змей для ликвидации последствий на атомных электростанциях, способных перемещаться внутри труб, находится в агрессивной среде и плавать в радиоактивной воде [7].

Созданы змееподобные роботы для лечебных целей, проведения операций внутри организма человека, в том числе и на сердце [8,9].

В России ведутся разработки по созданию змееподобных устройств. Основным разработчиком является ИПМех РАН, в котором создано много различных моделей подобных устройств и алгоритмов их передвижения [10-13]. Недостатком имеющихся моделей змееподобных механизмов является то, что все они представляют собой модели с жесткими звеньями, за исключением [14,15], в которых рассматривается модель с изменяемыми длинами звеньев, но конфигурация механизма при этом является замкнутой. Большинство новых разработок роботов-змей сосредоточены на конструкции с абсолютно твердыми звеньями, шарнирно-соединенных между собой, и приводами, обеспечивающими повороты звеньев относительно друг друга. Имеющиеся модели перемещаются за счет поперечного волнообразного движения тела. Моделей перемещающихся за счет изменения длины звеньев тела как у червя или гусеницы, продольного волнообразного переноса тела, на данный момент не выявлено.

Из проведенного обзора имеющихся в открытом доступе разработок змееподобных механизмов и их отдельных компонентов следует, что еще не существует в мире модели, реально перемещающейся за счет изменения длин звеньев, объединенных в сеть.

2. Модель звена переменной длины плоского механизма

Рассмотрим модель, состоящую из двух точечных масс m_1, m_2, которые могут совершать движение по шероховатой плоскости xOy вдоль горизонтального стержня A_1A_2. Массы соединены друг с другом при помощи невесомого гладкого стержня. На одном конце стержня жестко закреплена точка A_1. Точка A_2 может свободно без трения перемещаться вдоль стержня так, что её расстояние до точки A_1 не обращается в нуль (нет соударений) и не превосходит величины l_0 (точки далеко не разъезжаются).

На стержне установлен двигатель, который может развивать управляющую силу $F(t)$ («действие»), приложенную к точке A_1 и удовлетворяющую ограничению $\left|F(t)\right| < F_0$. Ясно, что при этом к точке A_2 (вместе с несущим её невесомым стержнем) будет приложена сила $-F(t)$ («противодействие») (рис. 1). На практике ее можно реализовать шаговым электродвигателем или же она является результатом действия пневматического или гидравлического цилиндра, вызывающего удлинение звена и пружин, вызывающих сжатие звена. Таким образом, в результате совместного действия реализуется растяжение-сжатие звена. Приводы предполагаются невесомыми.

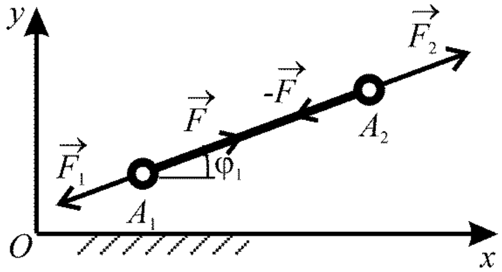

Рис. 1. Модель звена переменной длины с двумя сосредоточенными массами и невесомым звеном под действием внутренних усилий, действующих вдоль звена и обеспечивающих изменение его длины.

Постановка задачи. Точки совершают движение по горизонтальной шероховатой плоскости xOy под действием указанных (внутренних) управляющих сил и (внешних) сил сухого трения.

Пусть (x_1,y_1) и (x_2,y_2) – координаты точек A_1 и A_2 соответственно. Обобщенными координатами, однозначно характеризующими положение механизма, в данном случае являются координаты точки A_1, угол φ_1, который составляет с осью Ox звено A_1A_2 и переменная длина звена l_1, все обобщенные координаты являются функциями времени.

Кинетическая энергия механизма определяется путем подсчета суммы кинетических энергий каждой точечной массы на звене

$$T = [(m_1 + m_2)(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + m_2(\dot{l}_1^2 + l_1^2\dot{\varphi}_1^2)]/2 +$$
$$+ m_2[l_1\dot{\varphi}_1(-\dot{x}_1\sin\varphi_1 + \dot{y}_1\cos\varphi_1) + \dot{l}_1(\dot{x}_1\cos\varphi_1 + \dot{y}_1\sin\varphi_1)].$$

Тогда дифференциальные уравнения движения таковы

$$m\ddot{x}_1 - m_2l_1\sin\varphi_1\ddot{\varphi}_1 - m_2l_1\cos\varphi_1\dot{\varphi}_1^2 - 2m_2\sin\varphi_1\dot{l}_1\dot{\varphi}_1 + m_2\cos\varphi_1\ddot{l}_1 = Q_x,$$
$$m\ddot{y}_1 + m_2l_1\cos\varphi_1\ddot{\varphi}_1 - m_2l_1\sin\varphi_1\dot{\varphi}_1^2 + 2m_2\cos\varphi_1\dot{l}_1\dot{\varphi}_1 + m_2\sin\varphi_1\ddot{l}_1 = Q_y,$$
$$-m_2l_1\sin\varphi_1\ddot{x}_1 + m_2l_1\cos\varphi_1\ddot{y}_1 + m_2l_1^2\ddot{\varphi}_1 + 2m_2l_1\dot{l}_1\dot{\varphi}_1 = Q_{\varphi 1},$$
$$m_2\cos\varphi_1\ddot{x}_1 + m_2\sin\varphi_1\ddot{y}_1 - m_2l_1\dot{\varphi}_1^2 + m_2\ddot{l}_1 = Q_{l1},$$

где $m = m_1 + m_2$ – масса всего механизма, Q_x, Q_y, $Q_{\varphi 1}$, $Q_{l1} = F$ – обобщенные силы, обусловленные силами сухого трения, управляющим моментом в шарнире, управляющими продольными силами, обеспечивающими изменение длины звена. F_1, F_2 – силы сухого трения (скольжения или покоя), описываемые стандартными уравнениями. Выражения для обобщенных сил и сил трения получены в работах [15,16].

Требуется получить обобщения для модели, состоящей из произвольного конечного числа звеньев, соединенных последовательно, и провести анализ влияния ветвления звеньев при древовидной структуре плоского механизма.

3. Модель плоского механизма с последовательным соединением звеньев переменной длины

Пусть механизм имеет произвольное конечное количество звеньев n (рис. 2).

Составляя последовательно дифференциальные уравнения для механизма с двумя, тремя и четырьмя звеньями, проводя анализ полученных уравнений, получаем матричную форму записи (1). Нижние индексы у матриц указывают на описание соответствующей обобщенной координаты: $\text{к} = 1, 2$, где 1 соответствует обобщенной координате φ, 2 – обобщенной координате l.

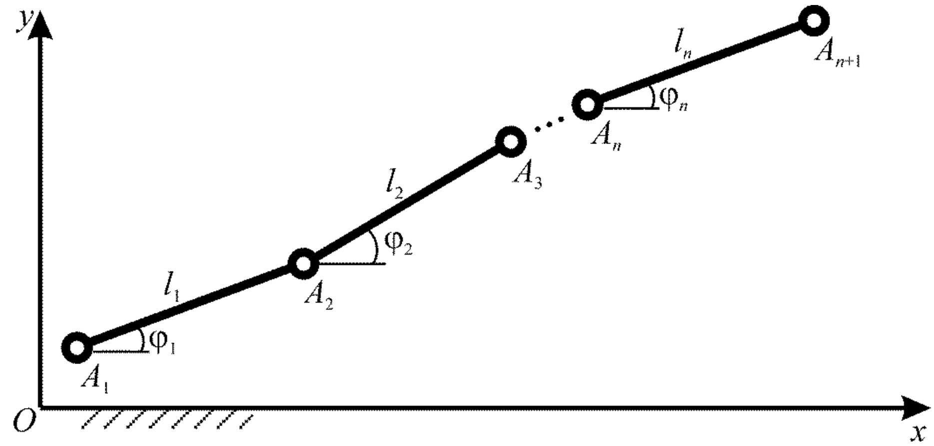

Рис. 2. Модель механизма с *n* подвижными звеньями переменной длины, соединенные последовательно.

(1) $$A_\text{к}(\varphi,l)\ddot{\varphi} + \Lambda_\text{к}(\varphi,l)\ddot{l} + D_\text{к}(\varphi,l)\dot{\Phi}\,\dot{\varphi} + 2H_\text{к}(\varphi,l)(\dot{\Phi}\,\dot{l}) = M_\text{к}(\varphi,l),$$

где: $\varphi = (\varphi_1, \ldots, \varphi_n)^T$ – вектор угловых обобщенных координат; $l = (l_1, \ldots, l_n)^T$ – вектор обобщенных координат, описывающих изменения длин звеньев; $\dot{\varphi}$ – вектор угловых скоростей; $\ddot{\varphi}$ – вектор угловых ускорений; $\dot{\Phi} = \mathrm{diag}(\dot{\varphi}_1, \ldots, \dot{\varphi}_n)$ – диагональная матрица; $A_\text{к}$, $D_\text{к}$ – матрицы, учитывающие инерционные свойства; $H_\text{к}$, $\Lambda_\text{к}$ – матрицы, учитывающие переменную длину звеньев; $M_\text{к}$ – векторы обобщенных сил. Обобщения по индукции для матриц и на их основе разработанные матричный метод и рекуррентный алгоритм составления систем дифференциальных уравнений движения описаны в [17].

4. Модель плоского механизма с соединением звеньев с ветвлением и древовидной структурой

Рассмотрим плоский механизм древовидной структуры с ветвлением (рис. 3).

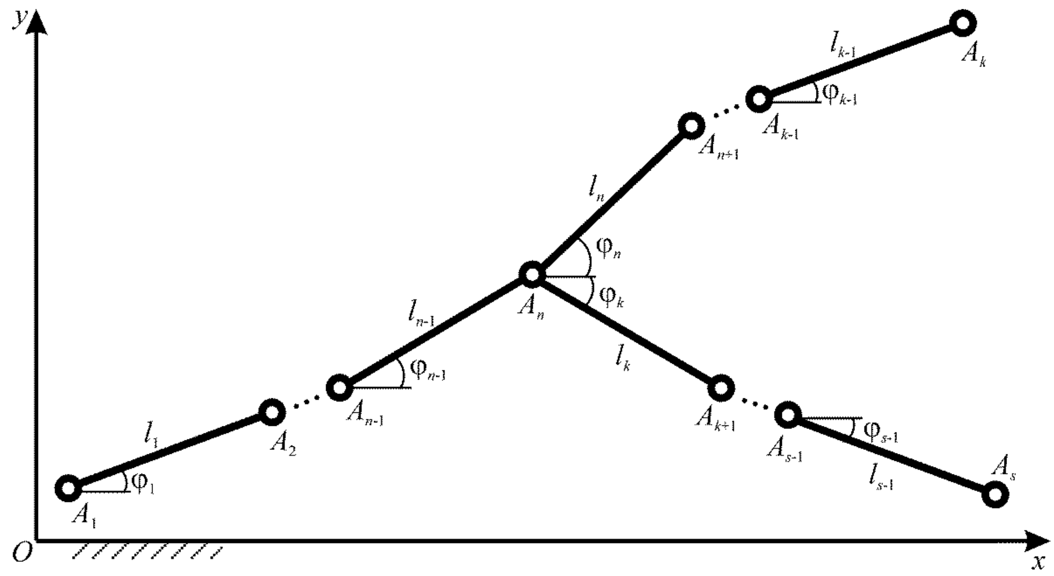

Рис. 3. Модель плоского механизма с точкой ветвления древовидной структуры.

Количество звеньев такого механизма равно $k + s$. Точка A_n является точкой ветвления. Точкой ветвления назовем точку механизма, из которой выходит более одного звена или после нее изменяется способ отсчета угла. С точки зрения технической реализации в этой точке находится два или более шарниров, каждый из которых соединяет строго по два звена. Анализируя системы дифференциальных уравнений движения для моделей с тремя и более звеньями, установлено, что различия заключаются в знаках перед некоторыми слагаемыми в тригонометрических функциях стоящих после точки ветвления, т.е. необходимо изменить знаки на противоположные после перехода через точку ветвления перед соответствующими элементами матрицы. Также необходимо остановить суммирование при достижении последнего звена одной части конструкции. При этом для другой части конструкции следует пропустить номера, соответствующие присоединенной части конструкции, и продолжить суммирование, начиная с номера звена, следующего за последним номером звена присоединенной части конструкции.

5. Заключение

Таким образом, впервые предложены модели древовидных конструкций плоских механизмов со звеньями переменной длины с ветвлением, введено понятие точки ветвления, проведено исследование влияния ветвления звеньев на систему дифференциальных уравнений движения и на обобщения матриц в векторно-матричной форме записи этой системы. Подобные модели могут найти практическое применение при создании плоского механизма в виде подвижной управляемой сети на плоскости.

Список литературы

1. http://biorobotics.ri.cmu.edu/projects/modsnake/gaits.html
2. http://www.dailytechinfo.org/robots/899-omnitread-robotzmeya-razrabotannyj-dlya.html
3. http://eatart.org/
4. Alexander R. M. Principles of Animal Locomotion. Princeton University Press, 2003.
5. https://hi-news.ru/robots/specialisty-iz-mit-sozdali-robota-sposobnogo-dvigatsya-kak-zmeya.html

6. http://trinixy.ru/121141-amerikancy-razrabotali-universalnogo-pomoschnika-zmeyu-robota-3-foto-video.html
7. http://www.japantimes.co.jp/news/2014/03/20/national/hitachi-develops-robots-to-probe-fukushima-no-1-plant/#.WVfvEU9HNcm
8. http://www.motherjones.com/media/2014/04/everything-you-need-know-about-terrifying-robotic-snakes/
9. http://www.prorobot.ru/15/robot_zmeya.php
10. Черноусько Ф.Л. Волнообразные движения многозвенника по горизонтальной плоскости // Прикладная математика и механика. 2000. Т. 64. Вып. 4. С. 518-531.
11. Смышляев А.С, Черноусько Ф.Л. Оптимизация движения многозвенников на горизонтальной плоскости // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 2. С. 176-184.
12. Сорокин К.С. Динамика змееподобных и вибрационных роботов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Институт проблем механики Российской академии наук, Москва, 2009.
13. Черноусько Ф.Л., Шундерюк М.М. Влияние сил трения на динамику двузвенного мобильного робота // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74, Вып. 1. С. 22-36.
14. Борисенко И.Н., Фигурина Т.Ю., Черноусько Ф.Л. О квазистатических движениях системы трех тел на плоскости // Прикладная математика и механика. 2014. Т. 78. Вып. 3. С. 316-327.
15. Черноусько Ф. Л., Болотник Н. Н. Локомоция многозвенных систем на плоскости: динамика, управление, оптимизация. М. : Издательство ИПМех РАН (Препринт № 1128), 2016. 154 с.
16. Борисов А.В., Кончина Л.В., Розенблат Г.М. Моделирование двухзвенного механизма, движущегося по горизонтальной плоскости // Справочник. Инженерный журнал. 2018. № 10. С. 29-41.
17. Борисов А.В., Розенблат Г.М., Чигарев А.В. Применение матричного метода и рекуррентного алгоритма к модели плоского многозвенного механизма со звеньями переменной длины, движущегося по горизонтальной плоскости // Теоретическая и прикладная механика : международный научно-технический сборник. Минск: БНТУ. 2018. Вып. 33. С. 370-380.