УДК 681.5.011

УПРАВЛЕНИЕ МНОГОКАНАЛЬНЫМИ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ ВИДА ЛУРЬЕ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОМПЕНСАТОРА

А.А. Пыркин
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: a.pyrkin@gmail.com

С.А. Колюбин
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: s.kolyubin@gmail.com

Н.А. Николаев
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: nikona@yandex.ru

О.В. Слита
Университет ИТМО
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49
E-mail: o-slita@yandex.ru

Ключевые слова: нелинейные системы, многоканальные системы, последовательный компенсатор, управление по выходу, параметрическая неопределенность.

Аннотация: Рассматривается проблема управления по выходу многоканальными функционально и параметрически неопределенными системами. На основе использования метода последовательного компенсатора предлагается подход к синтезу закона управления, обеспечивающего стабилизацию многоканальной нелинейной системы типа Лурье (системы, состоящей из линейной части (строго минимально фазового звена) и нелинейного статического звена в обратной связи).

1. Введение

Данная работа является развитием результата [1] для случая многоканального объекта с нелинейными перекрестными связями, где размерности векторов входных и выходных переменных совпадают. В [1] был предложен метод управления одноканальной нелинейной системой, состоящей из линейного минимально фазового звена и нелинейного статического звена обратной связи. В предположении, что измеряется только выходная переменная системы, а параметры линейного блока, также как и нелинейность, неизвестны, был синтезирован линейный последовательный компенсатор размерности ρ (где ρ – относительная степень передаточной функции линейного блока), обеспечивающий выполнение условия $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$. Решение данной задачи было получено в классе так называемых регуляторов с сильной обратной связью, которые нашли широкое распространение в задачах стабилизации нелинейных систем (см., например, [3]) и адаптивного управления с эталонной моделью (см., например, [4]).

Задача управления объектами в условиях параметрической неопределенности со скалярным входом–выходом является одной из классических задач современной теории управления. Для ее решения используются различные методы синтеза, см. [2-10]. Чтобы сравнить результат [1] с близкими к нему по времени публикациями известных зарубежных ученых, рассмотрим серию статей научной группы П. Кокотовича [7-9] и В. Лина [10], посвященных стабилизации нелинейных систем. В [7-9] рассматривается нелинейная система, составленная из линейного звена и нелинейного блока отрицательной обратной связи, статическая характеристика которого является известной и лежит в секторе, образованном первым и третьим квадрантами. В [7-9], допуская, что линейная часть объекта представлена известными матрицами с постоянными коэффициентами, синтезирован пропорциональный регулятор по измерениям вектора состояния с добавлением обратной связи по известной нелинейности. В [10] была решена задача стабилизации системы треугольного вида. Базируясь на [11], в [10] был синтезирован специальный линейный наблюдатель размерности n, использующий только измерения выходной переменной $y(t)$. Закон управления, представленный в [10], ограничен классом треугольных систем с указанными выше допущениями на функцию $\varphi_i(t, z, u)$. В отличие от [7-9] в [1] представлен регулятор по выходу, а в усилении [10] получено решение для параметрически и функционально неопределенных систем. Также следует отметить, что применяемый в рамках данной работы метод последовательного компенсатора позволяет существенно снизить размерность регулятора в сравнении с классическими аналогами, широко используемыми в адаптивном управлении (см., например, [2, с. 430]).

В последнее время все больше и больше наблюдается рост интереса к проблемам управления многоканальными объектами, в том числе к управлению группой взаимосвязанных объектов, мультиагентных систем, что в свою очередь делает поставленную в данной работе задачу крайне актуальной. На сегодняшний день опубликовано множество подходов для управления многоканальными объектами:

– в [5] предложен метод вложения систем, позволяющий синтезировать статические регуляторы, обеспечивающие инвариантность по отношению к возмущениям;

– в [12] представлен метод вспомогательного контура для компенсации возмущений, обобщенный далее на линейные [13,14], нелинейные [15] и неминимально-фазовые [16] многоканальные объекты;

–в [17] описан подход, концептуально близкий к данной работе, позволяющий синтезировать простые алгоритмы компенсации возмущений;

– в [18] рассмотрено адаптивное управление многосвязными объектами с неминимальной реализацией эталонной модели.

Несмотря на большое количество результатов в области управления многоканальными системами, актуальной задачей остается поиск простых методов синтеза регуляторов с низким динамическим порядком. Одним из таковых методов является “последовательный компенсатор”, впервые предложенный в [19]. Близкой к данной работе является публикация [20], в которой на базе метода последовательного компенсатора для линейного двухканального параметрически неопределенного стационарного объекта синтезирован регулятор, обеспечивающий асимптотическую устойчивость замкнутой системы.

2. Постановка задачи управления

Рассмотримо модель в форме вход–состояние–выход вида

(1)
$$\begin{aligned}\dot z_1 &= F_1 z_1 + L_1 u_1 + D_1\varphi_1(\cdot), y_1 = R_1^T z_1,\\ &\vdots\\ \dot z_n &= F_{\rm n} z_{\rm n} + L_{\rm n} u_{\rm n} + D_{\rm n}\varphi_{\rm n}(\cdot), y_{\rm n} = R_{\rm n}^T z_{\rm n},\end{aligned}$$

где $z_i(t) \in R^{n_i}$ – вектор переменных состояния модели (1); F_i, L_i, D_i и R_i – неизвестные постоянные матрицы размеров $n_i \times n_i$, $n_i \times 1$, $n_i \times 1$ и $n_i \times 1$ соответственно; $y_i(t) \in R$ – выходная переменная системы (1); $u_i(t) \in R$ – сигнал управления; $\varphi_i(\cdot)$ – неизвестная скалярная функция, удовлетворяющая допущениям:

(2) $$\phi_i(0) = 0, \varphi_i^2(\cdot) \le \mathrm{C}(y_1^2 + y_2^2) \text{ для любых } y_i \neq 0,$$

где коэффициент $\mathrm{C} > 0$ является неизвестным.

Замечание 1. Следует отметить, что неравенство (2) является достаточно общим. Например, для двухканальной системы данному условию удовлетворяют нелинейные функции $\varphi_1(y_1) = y_1\, siny_1$ и $\varphi_2(y_2) = y_1 + y_2\, siny_2$. Отметим, что функция $\varphi_1(y_1)$ удовлетворяет классическим секторным ограничениям. Легко видеть, что для указанных функций найдется коэффициент $\mathrm{C} > 0$ такой, что неравенство (2) будет выполнено. В частности, для обоих случаев достаточно $\mathrm{C} \ge 2$:

$$\varphi_1^2 \le 2y_1^2 + 2y_2^2, \varphi_2^2 = (y_1 + y_2\, siny_2)^2 \le y_1^2 + 2|y_1||y_2| + y_2^2 \le 2y_1^2 + 2y_2^2.$$

Рассмотрим модель в форме вход–выход:

(3)
$$\begin{aligned}y_1(t) &= \frac{b_1(p)}{a_1(p)} u_1(t) + \frac{c_1(p)}{a_1(p)}\varphi_1,\\ &\vdots\\ y_{\rm n}(t) &= \frac{b_{\rm n}(p)}{a_{\rm n}(p)} u_n(t) + \frac{c_{\rm n}(p)}{a_{\rm n}(p)}\varphi_{\rm n},\end{aligned}$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования; выходные переменные $y_1(t)$, $y_{\ 2}(t)$ (но не их производные) измеряются, $a_i(p) = p^{n_i} + a_{n_i-1}p^{n_i-1} + \ldots + a_1 p + a_0$, $b_i(p) = b_{m_i}p^{m_i} + \ldots + b_1 p + b_0$ и $c_i(p) = c_{r_i}p^{r_i} + c_{r_i-1}p^{r-1} + \ldots + c_1 p + c_0$, – операторы с неизвестными коэффициентами; $m_1 \le n_1 - 1$ и $m_2 \le n_2 - 1$; передаточные функции $W_1(p) = \frac{b_1(p)}{a_1(p)}$, … , $W_{\rm n}(p) = \frac{b_{\rm n}(p)}{a_{\rm n}(p)}$ имеют относительные степени $\rho_1 = n_1 - m_1$, … , $\rho_{\rm n} = n_{\rm n} - m_{\rm n}$; полиномы $b_i(p)$ – гурвицевы и коэффициент $b_{m_i} > 0$.

Цель управления: найти закон управления $u_i(t)$, обеспечивающий стремление выходных переменных $y_i(t)$ объекта (1) к нулю при $t \to \infty$.

3. Синтез закона управления

Рассмотрим систему вида

(4) $$\dot z_i = F_i z_i + L_i u_i + D_i\varphi_i, y_i = R_i^T z_i,$$

где $i = \overline{1,\beta}$, все допущения сохраняются, исключая функцию φ_i, для которой выполнено

$$\varphi_i^2 \le C(y_1^2 + y_2^2 + \ldots + y_\beta^2).$$

Сформируем закон управления вида:

(5) $$u_i = -\tilde k\alpha_i(p)\xi_{i1}(t),$$

(6)
$$\begin{cases}\dot\xi_{i1} = \sigma\xi_{i2},\\ \vdots\\ \dot\xi_{\rho_i-1} = \sigma(-k_{i1}\xi_{i1} - k_{i2}\xi_{i2} - \ldots - k_{\rho_i-1}\xi_{\rho_i-1} + k_{i1}y_i),\end{cases}$$

(7) $\qquad \tilde{k} = \kappa + \mu,$

где $i = \overline{1, \beta}$.

После подстановки закона управления (5)-(7) в (4) и выполнения простых преобразований модель каждого из каналов можно представить в виде

(8) $\qquad y_i = \frac{b_i(p)\alpha_i(p)}{a_i(p)+\mu b_i(p)\alpha_i(p)}[-\kappa y_i + (\kappa+\mu)\varepsilon_i] + \frac{c_i(p)}{a_i(p)+\mu b_i(p)\alpha_i(p)}\varphi_i.$

Введем в рассмотрение векторы отклонений

(9) $\qquad \eta_i = \Gamma_i y_i - \xi_i,$

Дифференцируя (9) и выполняя простейшие преобразования, получаем

(10) $\qquad \dot{\eta}_i = h_i \dot{y}_i + \sigma \Gamma_i \eta_i,\ \varepsilon_i = \Gamma_i^T \eta_i,$

где $i = \overline{1, \beta}$, матрицы Γ_i – гурвицевы в силу расчета параметров k_{i1} системы (6) и, следовательно, $\Gamma_i{}^T N_i + N_i \Gamma_i = -S_i < 0$.

Модель вход-выход (8) можно переписать в виде модели вход-состояние-выход

(11) $\qquad \dot{x}_i = A_i x_i + b_i(-\kappa y_i + (\mu+\kappa)\varepsilon_i) + q_i\varphi_i,\ y_i = c_i^T x_i,$

где $i = \overline{1, \beta}$, матрицы A_i такие, что $A_i{}^T P_i + P_i A_i = -Q_i < 0$, $P_i b_i = c_i$,

Утверждение 1. Пусть числа $\delta > 0$, κ и σ такие, что выполнены следующие матричные неравенства:

(12) $\qquad -Q_i + \delta(\mu+\kappa)P_i b_i b_i^T P_i + \kappa^{-1}C(\beta P_i q_i q_i^T P_i + \sum_{i=1}^{\beta} c_i c_i^T) +$
$\qquad +\delta A_i A_i^T \le -\bar{Q}_i < 0,$

(13) $\qquad -\sigma S_i + \delta^{-1}(\mu+\kappa)\Gamma_i\Gamma_i^T + \delta^{-1}c_i^T c_i N_i \Gamma_i \Gamma_i^T N_i + \kappa\beta(c_i^T b_i)^2 N_i \Gamma_i \Gamma_i^T N_i +$
$\qquad +(\mu+\kappa)c_i^T c_i N_i \Gamma_i \Gamma_i^T N_i + (\mu+\kappa)b_i^T b_i \Gamma_i \Gamma_i^T + \kappa(c_i^T q_i)^2 N_i \Gamma_i \Gamma_i^T N_i \le -\bar{S}_i < 0,$

тогда система (10), (11) асимптотически устойчива.

Доказательство утверждения 1 базируется на анализе функции Ляпунова вида

(14) $\qquad V = \sum_{i=1}^{\beta} x_i^T\, P_i x_i + \sum_{i=1}^{\beta} \eta_i^T\, N_i \eta_i.$

Дифференцируя (14), получаем

$$\dot{V} = \sum_{i=1}^{\beta} x_i^T(A_i^T P_i + P_i A_i)x_i + \sum_{i=1}^{\beta} 2(\mu+\kappa)x_i^T P_i b_i h_i^T \eta_i + \sum_{i=1}^{\beta} 2x_i^T P_i q_i \varphi_i -$$
$$-\sum_{i=1}^{\beta} 2\kappa x_i^T P_i b_i y_i + \sum_{i=1}^{\beta} \sigma\eta_i^T(\Gamma_i^T N_i + N_i\Gamma_i)\eta_i + \sum_{i=1}^{\beta} 2\eta_i^T N_i \Gamma_i c_i^T A_i x_i +$$
$$+\sum_{i=1}^{\beta} 2(\mu+\kappa)\eta_i^T N_i h_i c_i^T b_i h_i^T \eta_i + \sum_{i=1}^{\beta} 2\eta_i^T N_i h_i c_i^T q_i \varphi_i - \sum_{i=1}^{\beta} 2\kappa\eta_i^T N_i \Gamma_i c_i^T b_i y_i.$$

Далее, после ряда преобразований и применения матричных неравенств (12) и (13), приведенных в утверждении 1, можно показать, что

(15) $\qquad \dot{V} \le -\sum_{i=1}^{\beta} x_i^T\, \bar{Q}_i x_i - \sum_{i=1}^{\beta} \eta_i^T\, \bar{S}_i \eta_i.$

Из (15) следует асимптотическая устойчивость системы (10), (11).

4. Заключение

В работе рассмотрена проблема синтеза закона управления для стабилизации многоканальных функционально и параметрически неопределенных систем с перекрестными связями. Показано, что алгоритм управления «последовательный компенсатор» [1, 19] может быть успешно применен и в случае многоканальных систем. В перспективе планируется изучение более сложного случая, подразумевающего неравное число входов и выходов объекта управления.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08).

Список литературы

1. Бобцов А.А., Николаев Н.А. Синтез управления нелинейными системами с функциональными и параметрическими неопределенностями на основе теоремы Фрадкова // Автоматика и телемеханика. 2005. № 1. С. 118-129.
2. Khalil H.K. Nonlinear Systems / 3rd Ed. N.J.: Prentice Hall, 2002.
3. Мирошник И.В., Никифоров В.О., Фрадков А.Л. Нелинейное адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000.
4. Nikiforov V.O. Robust High-order Tuner of Simplified Structure // Automatica. 1999. Vol. 35, No. 8. P. 1409-1415.
5. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука, 2002.
6. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во науч. лит–ры Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
7. Arcak M., Kokotovic P. Feasibility Conditions for Circle Criterion Design // Syst. Control Lett. 2001. Vol. 42, No. 5. P. 405-412.
8. Arcak M., Larsen M., Kokotovic P. Circle and Popov Criteria as Tools for Nonlinear Feedback Design // IFAC Proceedings Volumes. 2002. Vol. 45, No. 2. P. 405-412.
9. Arcak M., Larsen M., Kokotovic P. Circle and Popov Criteria as Tools for Nonlinear Feedback Design // Automatica. 2003. Vol. 39, No. 4. P. 643-650.
10. Qian C., Lin W. Output Feedback Control of a Class of Nonlinear Systems: a Nonseparation Principle Paradigm // IEEE Trans. Automat. Contr. 2002. Vol. 47, No. 10. P. 1710-1715.
11. Tsinias J. A Theorem on Global Stabilization of Nonlinear Systems by Linear Feedback // Syst. Control Lett. 1991. Vol.17, No. 5. P. 357-362.
12. Цыкунов А.М. Алгоритмы робастного управления с компенсацией ограниченных возмущений // Автоматика и телемеханика. 2007. № 7. С. 103-115.
13. Фуртат И.Б. Робастная синхронизация динамической сети с компенсацией возмущений // Автоматика и тедемеханика. 2011. № 12. С. 104-114.
14. Фуртат И.Б. Консенсусное управление линейной динамической сетью по выходу с компенсацией возмущений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2011. № 4. С. 12-18.
15. Фуртат И.Б. Субоптимальное управление нелинейными мультиагентыми системами // Науч.-технич. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2013. № 1 (83). С. 19–23.
16. Фуртат И.Б. Робастное управление определенным классом неминимально-фазовых динамических сетей // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2014. № 1. С. 35-48.
17. Цыкунов А.М. Адаптивное и робастное управление динамическими объектами. М.: Физматлит, 2009.
18. Паршева Е.А. Адаптивное децентрализованное управление многосвязными объектами со скалярными входом и выходом с неминимальной реализацией эталонной модели // Автоматика и телемеханика. 2005. № 8. С. 118-127.
19. Бобцов А.А. Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002. № 11. С. 108-117.
20. Bobtsov A.A., Faronov M.V., Furtat I.B., Pyrkin A.A., Arustamov S.A. Adaptive Control of Linear MIMO Systems // 2014 6th Int. Congr. on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT). St. Petersburg, 2014. P. 584-589.