УДК 517.977.58

ПРЯМОЙ МЕТОД ФОРМИРОВАНИЯ ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ОБЪЕКТОМ, СРАВНЕНИЕ С КЛАССИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

О.Н. Корсун
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125167, Москва, ул. Викторенко, 7
E-mail: marmotto@rambler.ru

А.В. Канышев
Государственный летно-испытательный центр им. В.П. Чкалова
Россия, 416510, Ахтубинск, в/ч 15650
E-mail: astra_kanysheva@mail.ru

А.В. Стуловский
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125167, Москва, ул. Викторенко, 7
E-mail: avstlv2@gmail.com

Ключевые слова: оптимальное программное управление, прямые методы, популяционные алгоритмы, принцип максимума Понтрягина.

Аннотация: в работе рассматривается задача поиска программного управления для нелинейного нестационарного объекта. Использование известных подходов часто требует решения двухточечной краевой задачи, что в общем случае сопряжено с принципиальными трудностями. Поэтому предлагается прямой метод решения, осуществляющую параметризацию входного сигнала с последующей непосредственной минимизацией функционала при помощи популяционного алгоритма. На примере пространственного движения летательного аппарата приводится сравнение решений, полученных прямым методом, с решениями, полученными на основе классической теории оптимального управления, в первую очередь принципа максимума Понтрягина.

1. Введение

Сложность решения задачи формирования программного управления существенно возрастает, если объект управления представляет собой многомерную нелинейную динамическую систему. Для этой цели разработан широкий спектр методов, существенным недостатком многих из них является необходимость решения двухточечной краевой задачи, что зачастую связано с преодолением принципиальных трудностей [1,2].

В данной работе планируется исключить необходимость решения двухточечной краевой задачи, для чего предлагается прямой метод формирования управления. Существо метода заключается в предположении о возможности задавать управляющие сигналы конечным (и желательно малым) набором параметров. Таким образом, управление представляется как функция вектора параметров, а задача по его поиску как задача нахождения оценки этих параметров, которая в свою очередь может быть сведена к задаче однокритериальной безусловной многопараметрической оптимизации. За счет этого преобразования пропадает потребность в решении двухточечной краевой задачи.

К сожалению, в общем случае легко может оказаться, что управление описывается большим числом параметров. Учитывая, что уже при нескольких десятках параметрах эффективность градиентных методов заметно снижается, при решении данной задачи оптимизации имеет смысл применить другой тип алгоритмов - генетические или популяционные алгоритмы. В данной работе использовался алгоритм, относящийся к так называемому методу роя частиц [3].

Кроме того, в работе приводится сравнение результатов, полученных описанным выше методом, с классическими результатами теории управления, получаемыми при решении задачи Лагранжа на основе вариационного исчисления и принципа максимума Понтрягина.

2. Постановка задачи

Пусть модель объекта управления задается в виде

(1) $$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathrm{t})$$

где $\mathbf{x}$ и $\dot{\mathbf{x}}$ – векторы фазовых координат, или выходных сигналов, и их производных по времени; $\mathbf{u}$ – искомый вектор управления, или входной сигнал; $\mathbf{f}(\cdot)$ - известная векторозначная функция векторных аргументов. Начальные условия $\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x_0}$ принимаются заданными.

Минимизируемый скалярный функционал представляется в виде

(2) $$J(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}) = \int_{t_0}^{T} F(\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, t)\, dt$$

где $\tilde{\mathbf{x}}$ – вектор желаемых значений фазовых координат, t_0, T – время начала и конца участка соответственно.

В совокупности выражения (1-2) представляют известную задачу Лагранжа со свободным концом [4, 5]. Традиционно для ее решения рекомендуется перейти к двухточечной задаче, для чего записывается функция Гамильтона

$$H = (\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{f}) - F,$$

где $(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{f})$ – скалярное произведение векторов $\boldsymbol{\lambda}$ и $\mathbf{f}$, а сама сопряженная вектор-функция $\boldsymbol{\lambda}$ удовлетворяет уравнению

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = -\mathbf{f}_x^T \boldsymbol{\lambda} + F_x = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

с начальными условиями $\boldsymbol{\lambda}(T) = 0$.

Оптимальное управление $\tilde{\mathbf{u}}$ находится из необходимого условия минимума функции Гамильтона

(3) $$\frac{\partial H}{\partial \tilde{\mathbf{u}}} = \boldsymbol{\lambda} \mathbf{f}_u - F_u = 0\,.$$

В случае, если на управление накладываются ограничения, вместо условия (3) рассматривается принцип максимума Понтрягина

$$H(\tilde{\mathbf{x}}, \tilde{\mathbf{u}}, \psi, \tau) = \max_{\mathbf{u} \in G_u} H(\tilde{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \psi, \tau)\,,$$

где $\widetilde{\mathbf{u}}$ – оптимальное управление, выбираемое среди управлений с ограничением $\mathbf{u} \in G_{\mathbf{u}}$.

Предлагаемый метод заключается в том, что параметризованные сигналы управления, представленные в виде Эрмитовых сплайнов третьего порядка, подставляются в систему (1). Зная полученные при интегрировании этой системы выходные сигналы, вычисляется функционал (2). Минимизация этого функционала в пространстве параметров сплайнов производится непосредственно при помощи алгоритма роя частиц [6,7]. Сравнение описанных выше методов производится на примере тестовой задачи, описывающей движение маневренного самолета.

Объект управления задается следующей системой дифференциальных нелинейных уравнений, выводимой из уравнений пространственного движения летательного аппарата [8]

$$\dot{\alpha} = \omega_z - \frac{qS}{mV(t)} c_{ye}(\alpha) - \frac{P_x}{mV(t)} \sin\alpha(t) +$$
$$+ \frac{g}{V(t)} (\sin\alpha(t)\sin\upsilon(t) + \cos\alpha(t)\cos\upsilon(t)\cos\gamma(t)),$$
$$\dot{V} = -\frac{qS}{m} c_{xe}(\alpha) + \frac{P_x}{m} \cos\alpha(t) + g(-\cos\alpha(t)\sin\upsilon(t) + \sin\alpha(t)\cos\upsilon(t)\cos\gamma(t)),$$
$$\dot{h} = V(t)(\cos\alpha(t)\sin\upsilon(t) - \sin\alpha(t)\cos\upsilon(t)\cos\gamma(t)),$$
$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos\upsilon(t)} \omega_z \sin\gamma(t),$$

где α – угол атаки, рад; ω_z – угловая скорость относительно оси Oz связанной системы координат, рад./с; υ, γ, ψ – углы тангажа, крена, рыскания, рад.; V – истинная воздушная скорость, м/с; h – высота полета, м; $c_{ye}(\alpha)$ - коэффициент подъемной силы в полусвязанной системе координат; $c_{xe}(\alpha)$ - коэффициент силы сопротивления в полусвязанной системе координат; m – масса самолета, кг; S – эквивалентная площадь крыла, м^2; $q = \rho_h V^2/2$ – скоростной напор, Па; ρ_h – плотность воздуха на высоте полета, кг/м^3; P_x - проекция тяги двигателей на ось Ox связанной системы координат, Н.

Данная система дифференциальных уравнений дополняется алгебраическим уравнением для угловой скорости ω_z

$$\omega_z = \dot{\upsilon}(t)\cos\gamma(t) - \dot{\tilde{\psi}}\cos\upsilon(t)\sin\gamma(t),$$

где $\widetilde{\psi}$ – желаемое значение угла рыскания.

Управление осуществляется с помощью углов тангажа и крена. Данный выбор управляющих сигналов основан на их достаточной гладкости, которая позволяет описывать их сплайнами с малым числом узлов.

Указанная модель использовалась для сравнительного анализа представленных выше методов. Вначале выполнялась генерация исходных данных путем численного интегрирования уравнений объекта при заданных входных сигналах. Затем полученные выходные сигналы использовались в качестве желаемых, для которых определялось управление, минимизирующее отклонение от этих сигналов. Поскольку входные сигналы априорно известны, это позволяет оценить качество сравниваемых методов формирования программного управления.

3. Результаты

Сравнение решений, получаемых прямым методом и путем решения задачи Лагранжа на основе равенства нулю производных функции Гамильтона по управлению (3), показало, что в обоих случаях удалось добиться достаточно высокой степени соответствия для выходных сигналов, что соответствует минимуму функционала. Степень соответствия найденных управлений значениям, заданным при моделировании, в обоих методах была достаточно хорошей, при этом точность прямого метода оказалась несколько лучше.

При наличии ограничений на управление прямой метод сравнивался с алгоритмом, основанным на определении максимума функции Гамильтона. При этом преимущества прямого метода оказались более существенными. Это проявилось в том, что алгоритм, основанный на принципе максимума, предъявлял более жесткие требования к точности начального приближения.

4. Заключение

В работе рассматривается прямой метод нахождения оптимального программного управления для нелинейного нестационарного объекта на примере задачи управления пространственным движением маневренного самолета. Работоспособность данного метода подтверждается по данным математического моделирования.

На примере тестовой задачи проводилось сравнение прямого метода с двумя классическими решениями, основанными на условии равенства нулю производных Гамильтона по управлению и на условии максимума функции Гамильтона по управлению.

Результаты всех трех алгоритмов оказались примерно сопоставимы. Практическое значение выполненных исследований состоит в том, что реализация прямого метода требует существенно меньшего объема вычислений и предварительных аналитических преобразований.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-08-00921а).

Список литературы

1. Математическая теория оптимальных процессов / Под ред. Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. М.: Наука, 1983. 392 с.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. М.: Изд. МГТУ им. Баумана, 2004. 656 с.
3. Olsson A.E. Particle swarm optimization: theory, technique and applications. Hauppage, USA: Nova Science Publishers, 2011. 305 p.
4. Малышев В.В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления. М.: Изд. МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
5. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем. М.: Наука, 1971. 424 с.
6. Буковский Г.А., Корсун О.Н., Стуловский А.В. Формирование оптимального управления самолетом на закритических углах атаки на основе популяционного алгоритма оптимизации // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2018. № 6. С. 27-37.
7. Дивеев А.И., Константинов С.В. Исследование практической сходимости эволюционных алгоритмов оптимального программного управления колесным роботом // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2018. № 4. С. 80-106.
8. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998. 816 с.