

УДК 531.36

ПЕРЕМЕННАЯ ДИССИПАЦИЯ В ЗАДАЧЕ О ТОРМОЖЕНИИ ОПЕРЕННОГО ТЕЛА В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

В.А. Самсонов

НИИ механики МГУ

Россия, 119192, Москва, Мичуринский пр-т, 1

E-mail: samson@imec.msu.ru

Ю.М. Окунев

НИИ механики МГУ

Россия, 119192, Москва, Мичуринский пр-т, 1

E-mail: samson@imec.msu.ru

О.Г. Привалова

НИИ механики МГУ

Россия, 119192, Москва, Мичуринский пр-т, 1

E-mail: privalova@imec.msu.ru

Ключевые слова: переменная диссипация, устойчивость, фазовые траектории, аэродинамическое качество, торможение оперенного тела.

Аннотация: В работе исследуется торможение динамически симметричного оперенного тела в атмосфере. Показывается, что силы, действующие на тело, могут носить как диссипативный, так и антидиссипативный характер. Рассматривается влияние переменной диссипации на характер устойчивости установившихся режимов торможения. Исследуется зависимость характера диссипации от параметров задачи.

1. Введение

Использование оперения для торможения тела в атмосфере имеет прикладное значение. В работах [1, 2] были рассмотрены некоторые вопросы, возникающие при решении этой задачи. В настоящей работе проводится исследование поступательно-вращательного движения тела в воздухе, оперение (лопасти) которого симметрично расположено относительно его оси. Изучается характер сил, действующих на лопасти со стороны среды. Находятся стационарные режимы торможения. Показывается, что на характер устойчивости этих режимов влияют силы переменной диссипации, действующие на тело, которые зависят от формы лопасти, углов их установки и расположения лопастей на теле.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о торможении динамически симметричного оперенного тела в невозмущенной атмосфере. На тело действуют только аэродинамические силы. Исследование движения проведем в рамках точечной квазистатической модели воздействия среды на тело [3].

Оперение тела состоит из четырех одинаковых лопастей, симметрично расположенных на теле. Лопасти на теле размещены таким образом, чтобы точки O_i центры лопастей оказались в плоскости, ортогональной оси симметрии тела, на расстоянии r от этой оси и образовывали вершины квадрата. Лопасти устанавливаются на углы β_i , каждый из которых определяется как угол между нормалью n_i к плоскости лопасти и плоскостью, проходящей через центры давления лопастей. Угол α_i атаки i -ой лопасти вводится как угол между вектором скорости точки O_i и плоскостью, жестко связанной с лопастью.

3. Вращательно-поступательное движение вдоль оси динамической симметрии

Рассмотрим движение, при котором тело вращается с угловой скоростью $\Omega(t)$ вокруг своей оси симметрии и движется вдоль нее со скоростью $V(t)$. Тогда модули скоростей V_i центров давления O_i относительно среды одинаковы между собой для всех лопастей и равны V_r . В данном случае α_i также одинаковы между собой и обозначим их α .

Для скорости V_r и угла атаки α имеют место соотношения

$$(1) \quad V_r = \sqrt{V^2 + (r\Omega)^2}, \quad \frac{r\Omega}{V} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta).$$

Уравнения продольного движения и вращения имеют вид

$$(2) \quad \begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= 2\rho S \sqrt{V^2 + (r\Omega)^2} [c_l(\alpha)r\Omega - c_d(\alpha)V], \\ C \frac{d\Omega}{dt} &= -2r\rho S \sqrt{V^2 + (r\Omega)^2} [c_d(\alpha)r\Omega + c_l(\alpha)V], \end{aligned}$$

где ρ – плотность атмосферы, S – характерная площадь лопасти, m – масса тела, C – полярный момент инерции тела, c_b , c_d – коэффициенты подъемной силы и сопротивления, соответственно.

Сделаем в уравнениях (2) замену времени на путь $Vdt = ds$ и введем новую $Q = r\Omega/V = \operatorname{tg}(\alpha + \beta)$. Тем самым динамическая система второго порядка сводится к автономной системе первого порядка

$$(3) \quad dQ/ds = -2\sigma \sqrt{1+Q^2} \left(\frac{mr^2}{C} Q + k(\alpha) \frac{mr^2}{C} - Q + k(\alpha) Q^2 \right),$$

где $k(\alpha)$ – аэродинамическое качество лопасти, $\sigma = \rho S c_d / m$.

Рассмотрим торможение тела с тонкими лопастями в форме шайбы и прямоугольной пластины удлинения 8 [3]. Функции аэродинамического качества для таких лопастей изображены на рис. 1.

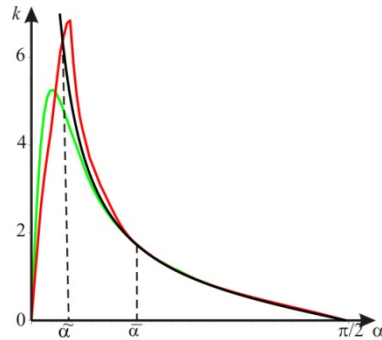


Рис. 1. Функция аэродинамического качества для прямоугольной пластины красного цвета, лопастями в форме шайбы зеленого. Функция $ctg \alpha$ – черного цвета.

Для таких форм лопастей при углах атаки из интервала $(\bar{\alpha}, \pi - \bar{\alpha})$ функция качества $k(\alpha) = ctg \alpha$. Для лопасти в форме шайбы в диапазоне углов атаки $0 < \alpha < \bar{\alpha} < \pi/2$ выполняется неравенство $k(\alpha) < ctg \alpha$. Функция качества $k(\alpha)$ для лопасти в форме прямоугольной пластины пересекает функцию $ctg \alpha$ в точке $\tilde{\alpha}$ $k(\tilde{\alpha}) = ctg \tilde{\alpha}$, и в диапазоне изменения угла атаки $0 < \tilde{\alpha} < \alpha < \bar{\alpha} < \pi/2$ функция качества $k(\alpha) > ctg \alpha$, т. е. в этой области можно ожидать особенного проявления антидиссипации.

Неподвижные точки уравнения (3) определяются из условия равенства нулю его правой части. Этим точкам соответствуют два установившихся режима торможения: с малым углом атаки α_1 ($\sim 0^0$) – точка Q_1 , и с большим α_2 (близким к $\pi/2$) – точка Q_2 .

Для форм лопастей, у которых при больших углах атаки $k(\alpha) = ctg \alpha$, решение $Q_2 = -(mr^2/C)ctg \beta$, а вследствие малости угла α_1 , ему соответствует решение $Q_1 \cong tg \beta$.

Таким образом, характер торможения на этих режимах определяется двумя параметрами: угла разворота лопастей β , который меняется в диапазоне от 0 до $\pi/2$ и параметром mr^2/C , который отвечает за расположение лопастей на теле.

4. Переменная диссипация на установившихся режимах торможения при поступательно-вращательном движении вдоль оси тела

Уравнение возмущенного движения относительно установившихся режимов торможения по переменной Q , соответствующей постоянному углу атаки $\alpha = \alpha_i$ ($i = 1, 2$), имеет вид

$$(4) \quad \Delta \dot{Q} = -2\sigma v_i (k' + 2ktg(\alpha_i + \beta) + (mr^2/C - 1)(1 + k' \cos^2(\alpha_i + \beta))) \Delta Q,$$

где $v_i = \sqrt{1 + Q_i^2}$.

Знак выражения в круглой скобке в уравнении (4) определяет характер диссипации движения вдоль продольной оси тела и вращения вокруг нее.

Для решения уравнения (3), отвечающего малым величинам угла атаки α_1 близких к нулю, очевидно, что выражение в круглых скобках в уравнении (4) всегда положительно, что соответствует диссипации по отношению к переменной Q .

В случае, когда значения угла атаки $\alpha = \alpha_2$, выражение в круглых скобках в уравнении (4) имеет отрицательные значения. Таким образом, для установившихся режимов

торможения, отвечающих большим углам атаки (α_2) при движении вдоль оси динамической симметрии тела и вращении вокруг нее, аэродинамические силы носят антидиссипативный характер по отношению к переменной Q .

5. Фазовые портреты

Фазовым пространством автономной системы (3) является замкнутая кривая, на которой имеются две неподвижные точки, одна из которых Q_1 является притягивающей, другая Q_2 – отталкивающей. Формально это можно воспринимать как проявление антидиссипации по отношению к переменной Q .

Проиллюстрируем влияние изменения конфигурации тела, аэродинамических характеристик лопастей и начальных условий на характер торможения с помощью фазовых портретов системы (1) на фазовой плоскости (V, Ω) .

Представим фазовый портрет для случая, когда угол разворота лопасти $\beta = 0.2$ рад., а параметр $mr^2/C = 0.5$. На рис. 2 представлены фазовые траектории для тел с лопастями, аэродинамическое качество которых представлено на рис. 1.

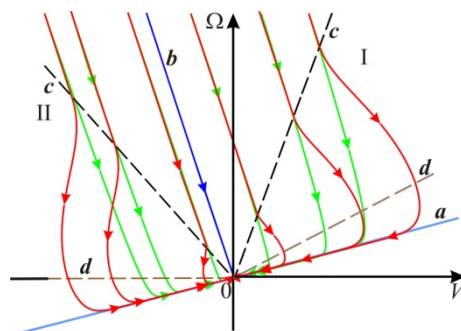


Рис. 2. Фазовые портреты системы (1) для двух форм лопастей.

На фазовой плоскости (V, Ω) притягивающему решению Q_1 соответствует прямая a , которая описывается уравнением $\Omega = Vtg\beta$. Прямая a является притягивающей (асимптотически устойчивое решение).

Стационарному решению Q_2 (отталкивающему) на фазовой плоскости соответствует прямая b , которая для рассматриваемых форм лопастей определяется уравнением $\Omega = -V(mr^2/C)tg\beta$. Эти две прямые (a и b) пересекаются в начале координат. Движение изображающей точки вдоль прямых a и b происходит в сторону уменьшения координат и при $t \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к началу координат – точке 0 – устойчивому (притягивающему) узлу.

Фазовый портрет обладает центральной симметрией, поэтому представим его в одной из полуплоскостей.

Фазовые траектории, отвечающие торможению тела с лопастями в форме шайбы на рис. 2 изображены зелеными цветом, а тела с лопастями в виде плоской пластины – красным цветом. В каждой точке прямых $\Omega = Vtg(\pm\alpha + \beta)$, изображенных пунктирными линиями (c) и в области между ними, фазовые траектории для обеих форм лопастей представляют собой прямые с углом наклона $-(mr^2/C)tg\beta$ относительно оси V .

Ниже прямых, обозначенных буквой c , характер движения изображающей точки для тела с лопастями в форме шайбы и в форме плоской пластины существенно различаются. Так для тела с лопастями в форме шайбы выход изображающей точки на ус-

тойчивый притягивающий режим происходит за счет монотонного убывания (в области справа от прямой $\mathbf{b} - \text{I}$) или возрастания (в области слева от прямой $\mathbf{b} - \text{II}$) производной $d\Omega/dV$. В этой области движение изображающей точки для тела с лопастями в форме плоской пластины сильно отклоняется от фазовой траектории, соответствующей движению изображающей точки для тела с лопастями в форме шайбы. Это обусловлено поведением функции качества для плоских пластин, которая имеет еще одну точку $\tilde{\alpha}$ пересечения с функцией $\text{ctg}\alpha$. На фазовой плоскости ей отвечает пара прямых $\Omega = V\text{tg}(\pm\tilde{\alpha} + \beta)$ (\mathbf{d}).

В области I угловая скорость монотонно убывает. А скорость центра масс в начале убывает (по абсолютной величине) до нуля, и тело останавливается, а затем начинает движение в противоположную сторону. Разогнавшись до некоторого максимального значения скорости, тело начинает тормозиться.

В области II угловая скорость монотонно убывает до нуля, и тело перестает вращаться, а затем начинает вращение в противоположном направлении. Для тела с лопастями в форме шайбы скорость центра масс монотонно убывает (по абсолютной величине) до нуля. У тела с лопастями в форме плоской пластины скорость центра масс в начале убывает (по абсолютной величине) до пересечения с прямой \mathbf{c} , а затем разгоняется до максимального значения, отвечающего точке пересечения с прямой \mathbf{d} . После этого начинает тормозиться и при $t \rightarrow \infty$ стремиться к нулю.

6. Заключение

Показано, что в задаче о торможении динамически симметричного оперенного тела в атмосфере, аэродинамические силы, действующие на тело, могут носить как диссипативный, так и антидиссипативный характер.

Динамическая система, описывающая поступательно-вращательное движение тела при торможении, имеет 2-й порядок, которая сводится к автономной системе 1-ого порядка. У последней есть две неподвижные точки. Одна из них — притягивающая (асимптотически устойчивое решение), а другая — отталкивающая. Оказалось, что неустойчивость второй точки носит формальный характер и даже не нарушает свойства траекторной устойчивости соответствующего режима торможения.

На фазовых портретах системы проиллюстрировано, как влияет форма лопастей, конфигурация тела и начальные условия на характер торможения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-01-00538).

Список литературы

1. Окунев Ю.М., Привалова О.Г., Самсонов В.А. Об устойчивости режима установившегося торможения оперенного тела в сопротивляющейся среде // Шестой международный аэрокосмический конгресс IAC'09. Пленарные и избранные доклады. М.: Перо, 2010. С. 229-241.
2. Локшин Б.Я., Привалова О.Г., Самсонов В.А. К динамике ротошюта. М.: МГУ, 2018. 62 с.
3. Самсонов В.А., Зенкин А.Н., Привалов В.А. О квазистатической модели воздействия среды на автототирующее тело // Известия РАН. МТТ. 1993. № 4. С. 73-78.
4. Табачников В.Г. Стандартные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки // Труды ЦАГИ, 1974. Вып. 1621. С. 79-93.