

# ПУТИ РЕШЕНИЯ ПРОБЛЕМЫ УКЛОНЕНИЙ ОТВЕСНОЙ ЛИНИИ КАК ИСТОЧНИКА МЕТОДИЧЕСКИХ ОШИБОК ИНЕРЦИАЛЬНЫХ НАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

## **А.В. Соколов**

*АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»*  
Россия, 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая Посадская, 30  
*Университет ИТМО*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49  
E-mail: [sokolov\\_av@elprib.ru](mailto:sokolov_av@elprib.ru)

## **А.А. Краснов**

*АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»*  
Россия, 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая Посадская, 30  
*Университет ИТМО*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49  
E-mail: [krasnov\\_aa@elprib.ru](mailto:krasnov_aa@elprib.ru)

## **Н.В. Кузьмина**

*АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»*  
Россия, 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая Посадская, 30  
E-mail: [kuzmina\\_nv@elprib.ru](mailto:kuzmina_nv@elprib.ru)

## **О.М. Яшникова**

*АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор»*  
Россия, 197046, Санкт-Петербург, ул. Малая Посадская, 30  
*Университет ИТМО*  
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49  
E-mail: [yashnikova\\_om@elprib.ru](mailto:yashnikova_om@elprib.ru)

**Ключевые слова:** уклонение отвесной линии, инерциальная навигационная система.

**Аннотация:** Представлен обзор современных методов определения уклонений отвесной линии, наличие которых приводит к методическим погрешностям высокоточных инерциальных навигационных систем. Обсуждаются преимущества и недостатки гравиметрического, астрономо-геодезического и инерциально-геодезического методов определения УОЛ. Отмечается, что комплексное использование описанных методов позволяет повысить точность определения УОЛ и, как следствие, точность решения задачи инерциальной навигации.

## **1. Введение**

Вследствие сложного характера рельефа Земли и неоднородности ее внутреннего строения направление вектора ускорения действительной силы тяжести (отвесной ли-

нии) в точках физической поверхности не совпадает с направлением вектора ускорения нормальной силы тяжести. Эта разность традиционно называется отклонением отвесной линии (УОЛ). Значения УОЛ у поверхности Земли находятся в пределах единиц угловых секунд и доходят до одной угловой минуты.

Уклонения отвесной линии порождают методические погрешности инерциальных навигационных систем (ИНС) подвижных объектов, которые для систем, построенных на гироскопах с уходом  $10^{-3}$  °/ч и менее, соизмеримы с инструментальными погрешностями [1]. Следовательно, для повышения точности таких инерциальных навигационных систем, в особенности устанавливаемых на подводных подвижных объектах, необходима априорная информация об УОЛ. При этом точность определения УОЛ должна составлять 0,5-1", что вполне достижимо на неподвижном основании, но представляет значительные технические трудности при проведении измерений на подвижных объектах [2].

Существует ряд методов определения УОЛ в пунктах земной поверхности: измерение аномалий силы тяжести и расчет УОЛ по формулам Венинг-Мейнеса (гравиметрический метод), сравнение астрономических и геодезических координат (астрономо-геодезический метод), измерение вторых производных геопотенциала (метод гравитационной градиентометрии), измерение высоты траектории (метод спутниковой или самолетной альтиметрии), использование глобальных моделей гравитационного поля Земли, полученных по результатам космических миссий, а также комбинации указанных методов [3-7]. Возможность применения конкретного метода обусловлена рядом факторов, среди которых: необходимая точность и детальность определения УОЛ, наличие соответствующей измерительной аппаратуры и ограничения, присущие этим методам. Настоящий доклад посвящен обзору современных методов определения УОЛ и разработанной АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» аппаратуры для измерения параметров гравитационного поля, использование которых позволяет повысить точность решения задачи навигации подводных подвижных объектов.

## 2. Гравиметрический метод определения УОЛ

Несмотря на прогресс методов космической геодезии - спутниковой альтиметрии и градиентометрии - в ряду методов изучения гравитационного поля Земли на акватории Мирового океана основное место на сегодняшний день занимает гравиметрический метод определения УОЛ. Основное ограничение для применения методов космической геодезии связано с недостаточной точностью и детальностью определения УОЛ в сильноаномальных в гравитационном отношении районах.

Гравиметрический метод основан на численном решении уравнения Лапласа для возмущающего потенциала силы тяжести и требует наличия как больших массивов измерений аномалий силы тяжести  $\Delta g$ , так и нетривиальную обработку этих данных. Расчет составляющих УОЛ в одной точке производится путем интегрирования силы тяжести по всей поверхности Земли по формулам Венинг-Мейнеса:

$$\xi = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Delta g Q(\psi) \cos A dA d\psi$$

$$\eta = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Delta g Q(\psi) \sin A dA d\psi$$

где  $\xi$  – значение составляющей УОЛ в меридиане;  $\eta$  – значение составляющей УОЛ в первом вертикале;  $\Delta g = g - \gamma$  – аномалия силы тяжести ( $\gamma$  – нормальное значение уско-

рения силы тяжести);  $Q(\psi)$  – функция Венинг-Мейнеса;  $\Psi$  – сферическое расстояние от определяемой точки до текущей;  $A$  – азимут направления с определяемой точки на текущую.

Функция Венинг-Мейнеса имеет вид:

$$Q(\psi) = -\frac{\rho}{2\gamma} \frac{1}{\sin \psi} \frac{\partial S(\psi)}{\partial \psi},$$

где  $\rho = 206265''$  – количество угловых секунд в одном радиане,  $S(\psi)$  – функция Стокса, которая имеет вид:

$$S(\psi) = \cos \psi \frac{\Psi}{2} - 6 \sin \frac{\Psi}{2} + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln \left( \sin \frac{\Psi}{2} + \sin^2 \frac{\Psi}{2} \right).$$

Для упрощения численного интегрирования земная поверхность аппроксимируется сферой, которая разбивается на следующие области (рис. 1):

- центральная зона – район, на который необходимо рассчитать значения УОЛ;
- ближняя зона – район, охватывающий центральную зону на  $\pm 1,5^\circ$  по широте и долготе;
- средняя зона – район, охватывающий ближнюю зону на  $\pm 5^\circ$  по широте и долготе;
- дальняя зона – вся оставшаяся поверхность Земли.

Значения составляющих УОЛ в расчетной точке получаются путем суммирования вычисленных значений в центральной, ближней, средней и дальней зонах.

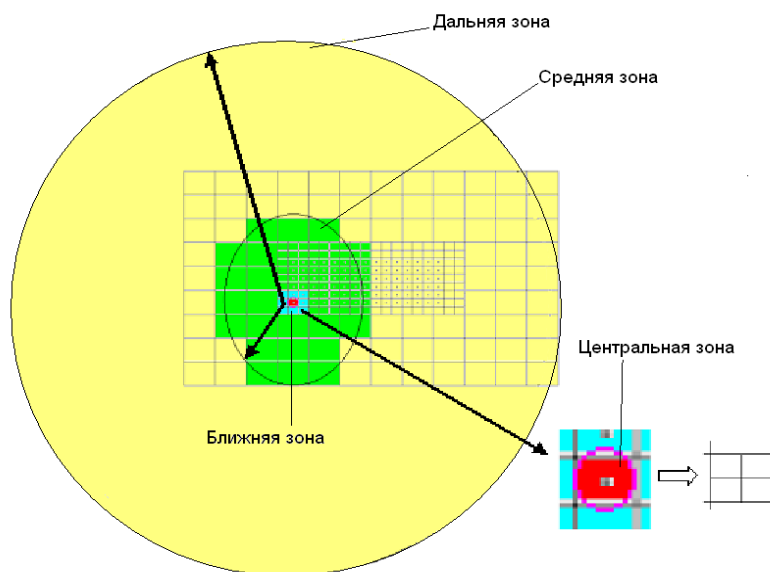


Рис. 1. Аппроксимация земной поверхности.

Требования по точности знания силы тяжести различны для каждой из зон. Так, для центральной зоны необходима детальная морская гравиметрическая съемка, а для ближней и средней зон могут быть использованы данные аэросъемок. АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» разработал и серийно изготавливает мобильные гравиметры серии «Чекан», которые успешно используются для решения указанных задач [8-10]. Дальняя зона может быть представлена с использованием одной из глобальных моделей Земли [11].

### 3. Астрономо-геодезический метод определения УОЛ

Астрономо-геодезический метод определения УОЛ основан на сопоставлении астрономических и геодезических координат в заданных точках [12]. Составляющие УОЛ определяются в соответствии с выражениями [13]:

$$\xi = \varphi - B - 0,171H \sin 2B;$$

$$\eta = (\lambda - L) \cos \varphi,$$

где  $B$ ,  $L$ ,  $H$  – геодезические широта, долгота и высота пункта наблюдения;  $\varphi$ ,  $\lambda$  – астрономические координаты пункта наблюдения (широта и долгота).

Для точного измерения геодезических координат на подвижном основании практически нет альтернативы спутниковым навигационным системам. Измерение астрономических координат могут обеспечить такие прецизионные системы, как астронавигационная система (АНС) или зенитный телескоп. Ограничениями для использования астрономо-геодезического метода в море является возможность обеспечения требуемой точности только при слабо качающемся основании и необходимость непрерывного наблюдения околозенитных звезд (отсюда требования к слабой облачности и высокой чувствительности к слабым звездам). Для обеспечения требуемой точности определения УОЛ необходима также пространственная угловая стабилизация астрономической системы. Достоинством АНС и зенитного телескопа является то, что погрешности моделирования инерциальной системы координат ограничены по величине и практически не зависят от времени непрерывной работы.

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» разработан первый отечественный автоматизированный комплекс на базе зенитного телескопа для определения составляющих УОЛ на неподвижном основании [14]. Также создан экспериментальный образец гиросtabilизированного зенитного телескопа и проведены его натурные испытания, подтвердившие принципиальную возможность определения УОЛ с требуемой точностью на подвижном основании.

Результаты измерения УОЛ астрономо-геодезическим методом в пунктах акватории могут быть использованы для верификации глобальных моделей гравитационного поля Земли, а также для уравнивания значений УОЛ, полученных гравиметрическим методом.

### 4. Инерциально-геодезический метод определения УОЛ

Идея инерциально-геодезического метода основана на применении прецизионной ИНС и использовании зависимости погрешностей ее выходных навигационных параметров от аномалий силы тяжести [15]. Анализ и учет методической погрешности ИНС дает принципиальную возможность непосредственного определения приращения УОЛ относительно опорного значения (в реперной точке) путем решения задачи фильтрации или сглаживания с использованием разностей результатов измерений инерциальной и спутниковой навигационной системы. Чтобы методические погрешности при построении инерциальной вертикали, обусловленные отличием реального ГПЗ от его расчетной модели, используемой в алгоритмах ИНС, превалировали над инструментальными погрешностями инерциальных датчиков – гироскопов и акселерометров, инерциальная навигационная система должна быть прецизионной [16]. Следует отметить, что вследствие накопления погрешности ИНС по долготе, при проведении коррекции даже при идеальном знании долготы, определить полное значение УОЛ в плоскости первого вер-

тикала не представляется возможным, то есть отсутствует полная наблюдаемость этой составляющей.

С другой стороны, достоинством ИНС в отличие от АНС, является независимость от метеоусловий и времени суток. Поэтому, в принципе, может рассматриваться комбинация астрономо-геодезического и инерциально-геодезического метода, при которой в реперных точках значения УОЛ определяются посредством АНС или гиросtabilизированного зенитного телескопа, а далее выполняются измерения приращений УОЛ с помощью прецизионной инерциальной и спутниковой навигационной системы.

## 5. Заключение

АО «Концерн «ЦНИИ «Электроприбор» разработана аппаратура для высокоточного определения уклонений отвесной линии. Использование рассмотренных методов определения УОЛ позволяет решить проблему компенсации методических погрешностей инерциальных навигационных систем. В дальнейшем, комбинация гравиметрического, астрономо-геодезического и инерциально-геодезического методов позволит повысить точность определения УОЛ и, как следствие, точность решения задачи инерциальной навигации.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда 18-19-00627.

## Список литературы

1. Пешехонов В.Г., Несенюк Л.П., Старосельцев Л.П., Элинсон Л.С. Судовые средства измерения параметров гравитационного поля Земли. Л.: ЦНИИ «Румб», 1989. 90 с.
2. Пешехонов В.Г., Степанов О.А., Августов Л.И. и др. Современные методы и средства измерения параметров гравитационного поля Земли / Под общей ред. В.Г. Пешехонова; науч. редактор О.А. Степанов. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор», Университет ИТМО, 2017.
3. Конешов В.Н., Евстифеев М.И., Челпанов И.Б., Яшникова О.М. Методы определения уклонений отвесной линии на подвижном основании // Гироскопия и навигация. 2016. № 3. С. 75-95.
4. Hirt C. et al. Modern Determination of Vertical Deflections using Digital Zenith Cameras // Journal Surveying Engineering. 2010. Vol. 136, No. 1. P. 1-12.
5. Kudrys J. Automatic Determination of the Deflections of the Vertical – First Scientific Results // Acta Geodyn. Geomater. 2009. Vol. 6, No. 3 (155). P. 233-238.
6. Tse C.M., Baki Iz.H. Deflection of the Vertical Components from GPS and Precise Leveling Measurements in Hong Kong // Journal of Surveying Engineering. 2006. P. 97-100.
7. Volgyesi L. Deflections of the vertical and geoid heights from gravity gradients // Acta Geod. Geoph. Hung. 2005. Vol. 40, No. 2. P. 147-157.
8. Пешехонов В.Г., Соколов А.В., Элинсон Л.С., Краснов А.А. Результаты разработки и испытаний нового аэроморского гравиметра // Сборник материалов XXII Санкт-Петербургской международной конференции по интегрированным навигационным системам / Главный редактор В.Г. Пешехонов. 2015. С. 173-179.
9. Краснов А.А., Соколов А.В., Коновалов А.Б. Измерения ускорения силы тяжести с борта воздушных носителей различных типов // Измерительная техника. 2016. № 6. С. 36.
10. Соколов А.В., Краснов А.А., Алексеенко А.С., Стусь Ю.Ф., Назаров Е.О., Сизиков И.С. Опыт измерения абсолютного значения силы тяжести на подвижном основании // Гироскопия и навигация. 2017. Т. 25, № 2 (97). С. 77-88.
11. Конешов В.Н., Непоклонов В.Б., Сермягин Р.А., Лидовская Е.А. Современные глобальные модели гравитационного поля Земли и их погрешности // Гироскопия и навигация. 2013. № 1. С. 107-118.
12. Васильев В.А., Зиненко В.М., Коган Л.Б., Пешехонов В.Г., Савик В.Ф., Троицкий В.В., Янушкевич В.Е. Судовой астрогеодезический комплекс для определения уклонения отвесной линии // Судостроительная промышленность. Сер. Навигация и гироскопия. 1991. Вып. 2. С. 51-56.
13. Закатов П.С. Курс высшей геодезии / Изд. 4. М.: Недра, 1976.

14. Гайворонский С.В., Кузьмина Н.В., Цодокова В.В. Автоматизированный зенитный телескоп для решения астрономо-геодезических задач // Навигация по гравитационному полю Земли и ее метрологические характеристики. Доклады научно-технической конференции. 14-15 февраля 2017, Менделеево. Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ», 2017. С. 197-205.
15. Дмитриев С.П. Высокоточная морская навигация. СПб: Судостроение, 1991.
16. Емельянцеv Г.И., Блажнов Б.А., Степанов А.П. О возможности определения УОЛ в высоких широтах с использованием прецизионного инерциального модуля и двухантенной спутниковой аппаратуры // Гироскопия и навигация. 2015. № 3. С. 72-81.