

# СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КЛАСТЕРИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДЕЛОВЫХ ИГР ПО РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ОГРАНИЧЕННОГО РЕСУРСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ МЕХАНИЗМОВ НА ОСНОВЕ ГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

**О.А. Кузнецова**

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева*  
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34  
E-mail: [olga\\_5@list.ru](mailto:olga_5@list.ru)

**Л.С. Жидкова**

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева*  
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34  
E-mail: [lyubazhidkova97@gmail.com](mailto:lyubazhidkova97@gmail.com)

**М.В. Клёвина**

*Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева*  
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34  
E-mail: [mariya.klevina@mail.ru](mailto:mariya.klevina@mail.ru)

**Ключевые слова:** механизмы распределения ограниченных ресурсов, деловые игры, стратегии в деловых играх, модели поведения игроков, графический анализ, корреляционный анализ.

**Аннотация:** В работе проведена кластеризация результатов деловых игр, выделены группы с одинаковыми стратегиями поведения. Сделано предположение о существовании похожих стратегий поведения разных игроков при проведении деловых игр с использованием одного механизма. Эта гипотеза подтверждена увеличением значения коэффициента корреляции между заявкой и полученным ресурсом внутри группы по сравнению с аналогичной зависимостью по всем результатам игр каждого механизма. В работе использовался метод графического анализа, корреляционный метод.

## 1. Введение

Игра – процесс, в котором участвуют несколько сторон, отстаивающих собственные интересы. Теория игр помогает выбрать лучшие стратегии с учетом представлений о других участниках, их ресурсах и их возможных поступках [1]. Данная игра проводится в условиях неопределенности.

**Актуальность исследования** заключается в том, что в деловых играх, состоящих из нескольких шагов (итераций) поведение игрока не определяется одним действием, а состоит из ряда решений, при анализе (после анализа) окружающей среды. В целях

моделирования различных ситуаций необходимости понимать (прогнозировать) вероятные действия игроков, для чего важно определить их стратегию поведения (модель поведения на протяжении нескольких (множества) шагов (при изменении окружающей среды)).

**Цель исследования** состоит в том, чтобы выделить сходные стратегии поведения игроков. Использование графического анализа позволяет сгруппировать игроков со схожими стратегиями поведения.

Исследование базировалось на анализе результатов деловых игр, произведенных с помощью различных механизмов распределения ресурсов. Были проанализированы результаты эксперимента, который проводился сотрудниками ИПУ РАН проф. Коргиным Н.А., Корепановым В.О. Исследовались изменения заявок одних и тех же игроков при использовании различных механизмов распределения. Особенность исследования – анализ поведения каждого игрока на протяжении всей игры.

Исследуемые игры по распределению ограниченного ресурса имеют ряд схожих черт, которые не зависят от механизма:

- в каждой из них принимало участие три игрока, подававших заявки ( $s$ );
- игра состояла из нескольких периодов;
- раздача выигрыша и поределение победителя осуществлялись по результатам последнего периода;
- завершение игры наступало в тот момент, когда три раза подряд исполнители не меняли заявки, то есть достигалось равновесие.

## 2. Основные определения механизмов

Используемые механизмы для удобства были сгруппированы в таблицу 1.

**Таблица 1.** Механизмы распределения ограниченных ресурсов.

| Механизм |  | Наличие системы штрафов | Для кого делаются заявки  |
|----------|--|-------------------------|---------------------------|
| ADMM     | $t_i^k = \beta(s_i^k - s_i^{k-1} + \bar{x}^{k-1} - R/n + y^{k-1})^2$                 | Есть                    | Для себя                  |
| GL       | $x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{ji}$  | Есть                    | Для себя других агентов   |
| GLR      | $x_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n s_{ji}$  | Есть                    | Для себя и других агентов |
| UNI      | $x_i = \min \left\{ s_i, \frac{R - \sum_{j:j(k)<i(k)} x_j}{n - (i(k) - 1)} \right\}$ | Нет                     | Для себя                  |
| УН       | $x_i = \frac{s_i}{S} R$  | Есть                    | Для себя                  |

У каждого из выше перечисленных механизмов есть ряд особенностей, которые влияют на «выигрыш» игрока. Такими особенностями являются: делают игроки заявки только для себя или для конкурентов тоже, а также используемая система штрафов, если она есть. В зависимости от разницы между его прогнозом и фактическим значением рассчитывается штраф по определенной функции, которая прямо пропорциональна прибыли. Чем меньше функция штрафа, тем больше прибыль.

Механизм Гровса-Ледьярда (GL) позволяет достичь равновесия, которое является Парето-оптимальным по Нэшу. Игрок делает заявку для себя и конкурентов. Данный механизм включает функцию штрафа [2].

Модифицированный механизм Гровса-Лейдьярда (GLR). Участник делает заявку только для себя, заявки для конкурентов рассчитывались автоматически компьютером. Данный механизм включает функцию штрафа [3].

Механизм (UNI) относится к равномерному механизму. Заявки всех агентов удовлетворяются в порядке возрастания. Игрок делает заявку только для себя. Данный механизм не включает функцию штрафа.

Механизм (ADMM) – алгоритм распределенной оптимизации, при котором все игроки получают ресурса столько, сколько просят. Это связано с тем, что суммарное количество ресурса совпадает с заявками игроков. Игрок делает заявку только для себя. Данный механизм включает функцию штрафа.

Механизм (YH) относится к равномерному механизму. В этом случае заявка агента не ограничена  $s_i^k \in R_+$ . Ресурс, который в итоге получит агент, который сделал наибольшую заявку. Игрок делает заявку только для себя. Данный механизм включает функцию штрафа[3].

Нами была выдвинута гипотеза, что модель поведения игрока зависит от типа игрока и используемого механизма распределения. То есть модель поведения игрока одного и того же типа будет меняться в зависимости от используемого механизма распределения. Далее представлена таблица 2, в которой указаны типы игроков по каждому механизму и стратегии, которые встретились наиболее часто.

Таблица 2. Самые распространенные типы игроков.

|             | Стабильная | Нестабильная  | Скачкообразная |
|-------------|------------|---------------|----------------|
| <b>ADMM</b> | 2          | все одинаково | 1,2            |
| <b>GL</b>   | 3          | 1             | 2              |
| <b>GLR</b>  | 1,2        | 2,3           | 3              |
| <b>UNI</b>  | 1,2        | 1,3           | 3              |
| <b>YH</b>   | 1,2        | 3             | 2              |

Далее по каждому механизму были проанализированы результаты игры, на основе которых выполнены графический и корреляционный анализы. Первый позволил выделить несколько схожих стратегий игроков, то есть сгруппировать, а второй – понять наличие связей между заявками и полученным распределением.

### 3. Описание стратегий игроков

Стратегии, используемые в различных мехназмах схожи, поэтому группировка производилась отдельно по каждому механизму, а затем уже по всем. Для каждой из групп придумано свое говорящее название [4].

1) «Стабильная». Игроки придерживаются стратегии, то есть либо указывают всегда одинаковые значения, либо в некотором диапазоне. Под «стабильностью» понималась такая стратегия, при которой разница между соседними заявками составляла от 0 до 20% (рис. 1).

2) «Нестабильная». Заявки игроков на каждом шаге сильно отличаются по величине, то есть довольно серьезный разброс значений. При данной стратегии разница в заявках превышала 20 % (рис. 2).

3) «Скачкообразная». При общей стабильности в заявках в процессе игры на графиках присутствуют разовые заявки, значительно отличающиеся по величине от прочих. Данная категория возникла в связи с тем, что в основном игроки придерживались «стабильной» стратегии, но были одно или несколько отклонений, то есть когда разница в заявках была больше 20% (рис. 3), что обусловило подразделить этот вид на две группы:

- Единственное отклонение.
- Несколько отклонений.

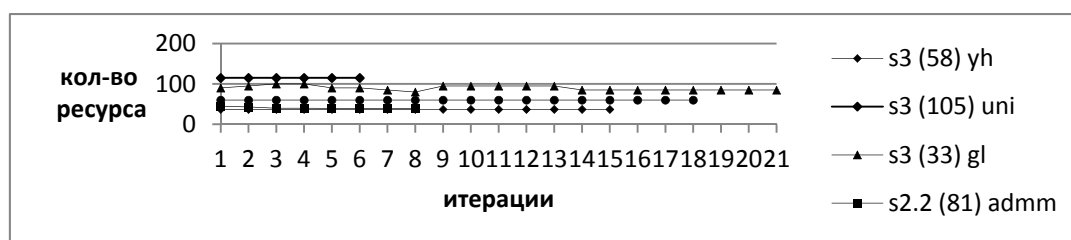


Рис. 1. Группировка игр по схожим стратегиям («Стабильная» стратегия),  $s_i$  – номер игрока, где  $i=1, 2, 3$ , далее в скобках указан номер игры [4].

На графике представлены некоторые примеры кривых, отражающие динамику заявок исполнителей, руководствующихся «стабильной» стратегией. Несмотря на то, что на первый взгляд кажется, что это представители разных групп стратегий, у всех есть общая черта, указанная выше, в том, что разница между соседними заявками не превышает 20%.

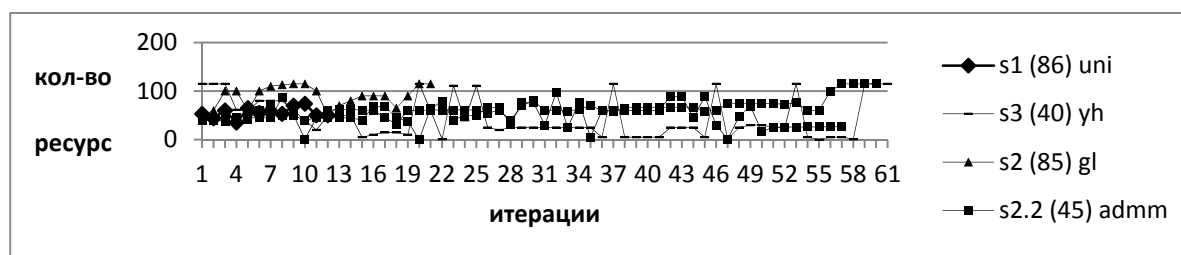


Рис. 2. Группировка игр по схожим стратегиям («Нестабильная» стратегия игроков).

Данный график отражает «нестабильную» стратегию: разница между большинством соседних значений превышает 20%. По расположению кривых заметно, что, несмотря на широкий разброс значений, каждый из участников ближе к концу игры достигает состояния равновесия, как ранее было оговорено ее правилами: завершение, если три последние итерации одинаковые заявки.

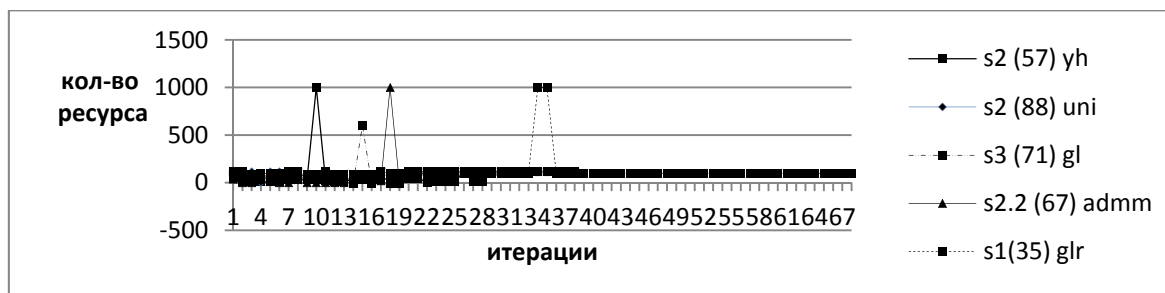


Рис. 3. Группировка игр по схожим стратегиям «Скачкообразная» стратегия исполнителей.

На данном графике представлены несколько примеров кривых «скачкообразной» стратегии исполнителей. Благодаря этому можно наглядно увидеть, что в целом, разница между соседними заявками была незначительной, но на протяжении всей игры наблюдается 1 или несколько значительных изменений в заявках.

Общее количество игров по той или иной стратегии в каждом механизме представлено в таблице 3.

**Таблица 3.** Группировка по стратегиям.

|             | Стабильная | Нестабильная | Скачкообразная |           |
|-------------|------------|--------------|----------------|-----------|
|             |            |              | 1 скачок       | несколько |
| <b>ADMM</b> | 10         | 6            | 8              | 12        |
| <b>GL</b>   | 9          | 28           | 11             | 24        |
| <b>GLR</b>  | 12         | 9            | 4              | 3         |
| <b>UNI</b>  | 10         | 5            | 13             | 8         |
| <b>УН</b>   | 2          | 19           | 10             | 5         |

## 4. Корреляционный анализ результатов

Далее для оценки зависимостей параметров игры проведен корреляционный анализ всех игр, затем игр каждой группы стратегии по-отдельности. Корреляция рассчитывалась между заявками игроков, а также между заявкой и количеством полученного ресурса. Они представлены в таблице 4.

**Таблица 4.** Корреляция по группам.

|             | Все игры | Стабильная | Нестабильная | Скачкообразная |
|-------------|----------|------------|--------------|----------------|
| <b>ADMM</b> | 1        | 1          | 1            | 1              |
| <b>GL</b>   | 0,62     | 0,72       | 0,74         | 0,55           |
| <b>GLR</b>  | 0,62     | 0,2        | 0,22         | 0,75           |
| <b>UNI</b>  | 0,43     | 0,28       | 0,62         | 0,38           |
| <b>УН</b>   | 0,52     | -0,02      | 0,67         | 0,53           |

Проанализировав полученные результаты, можно заметить, что корреляция по выделенным группам сильнее, чем корреляция результатов всех игр, но не для всех групп. Получается, что гипотеза необходимости группировки подтвердилась в механизме GL. В остальных механизмах корреляция увеличилась, но не по всем группам. Значение коэффициента корреляции «Стабильной» группы механизма УН получилось отрицательным, что говорит практически об обратной связи между полученным ресурсом и заявкой. Противоположный результат получился у механизма ADMM, где связь сильная. Это связано с особенностями механизма: все игроки получают ресурса столько, сколько просят, так как суммарное количество ресурса совпадает с заявками игроков. Игрок делает заявку только для себя. Данный механизм включает функцию штрафа.

## 5. Заключение

Таким образом, в результате сравнительного анализа результатов игр по распределению ограниченного ресурса пятью механизмами были выявлены характерные особенности поведения игроков при изменении окружающей среды (использовании другого механизма), а именно разный объем заявок и их размер. Кластеризация игроков по

типу проведена методом графического анализа, который позволил выделить группы игроков со схожими стратегиями. На основании результатов этого исследования в дальнейшем предполагается выразить (построить) математические модели поведения игроков в зависимости от их типа. Методом корреляционного анализа подтверждена гипотеза группировки игроков по схожим признакам в рамках одного механизма, в дальнейшем внутри кластеров планируется выделить схожие стратегии поведения игроков. Кроме того, было оценено влияние окружающей среды (механизма) на зависимость модели поведения игрока.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-07-01550 А.

### Список литературы

1. Захаров А.В. Теория игр в общественных науках. М.: Изд. дом Высшей школы экономики, 2015. 304 с.
2. Иванов Д.Ю. Модели и механизмы внутрифирменного управления / Учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского университета, 2018. 124 с. (С. 51).
3. Коргин Н.А., Корепанов В.О. Решение задачи эффективного распределения ресурсов на основе механизма Гровса-Лейдьярда при трансферабельной полезности // Управление большими системами: сб. трудов. 2013. № 46. С. 216-266.
4. Кузнецова О.А., Жидкова Л.С., Клевина М.В. Выявление типовых стратегий в деловой игре по распределению ограниченного ресурса с помощью механизма Гровса-Лейдьярда // Управление большими системами: сб. трудов. 2018.
5. Коргин Н.А., Корепанов В.О. Experimental Gaming Comparison of Resource Allocation Rules in Case of Transferable Utilities // International Game Theory Review. 2017. No. 2. P. 1-11.