

# МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ УСТОЙЧИВЫМ РАЗВИТИЕМ АКТИВНЫХ СИСТЕМ

**Г.А. Угольницкий**

*Южный федеральный университет*  
Россия, 344090, Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8а  
e-mail: [gaugolnickiy@sfedu.ru](mailto:gaugolnickiy@sfedu.ru)

**Ключевые слова:** активные системы, динамические теоретико-игровые модели, устойчивое развитие.

**Аннотация:** Представлена концепция управления устойчивым развитием произвольных сложных динамических систем с участием людей (активных систем). Устойчивое развитие означает выполнение требований гомеостаза и системной согласованности, смысл которых раскрывается в тексте. Математическая формализация задач управления устойчивым развитием активных систем использует дифференциальные игры в нормальной форме, форме характеристической функции и с иерархической структурой. Приводятся постановки задач управления устойчивым развитием для активных систем с независимым поведением агентов, их кооперацией и иерархическим управлением. Дан обзор ряда прикладных задач, решенных с использованием предлагаемой концепции.

## 1. Введение

Понятие активной системы предложено В.Н. Бурковым и развито им совместно с коллегами и учениками в виде теории активных систем [1-5]. Новый импульс эти исследования получили в теории управления организационными системами, развиваемой Д.А. Новиковым и его соавторами [6, 7]. Близкие подходы используются в российской научной литературе в информационной теории иерархических систем [8, 9], а в зарубежной – в рамках теории контрактов и дизайна механизмов [10, 11].

Концепция устойчивого развития первоначально возникла при анализе воздействия человека на окружающую природную среду и изложена в огромном количестве научных и политических публикаций, например, [12-16]. В основе этой концепции лежит понятие гомеостаза, т.е. выполнения определенных требований к состоянию эколого-экономических систем на протяжении длительного времени. Математическая формализация этого понятия нашла наиболее развитое отражение в теории живучести Ж.-П. Обена [17] и работах его последователей [18-19].

Авторская концепция управления устойчивым развитием активных систем [20-22] расширяет предметную область на произвольные сложные системы с участием людей и дополняет условие гомеостаза требованием учета интересов активных агентов, которые должны обеспечивать гомеостаз (системная согласованность). Тем самым, развиваемая теория синтезирует два указанных выше направления исследований. В качестве математического аппарата используются дифференциальные игры в нормальной форме [23], в форме характеристической функции [24] и с иерархической структурой [9, 25], а также лежащие в их основе задачи оптимального управления [26, 27].

В работе приводятся постановки задач управления устойчивым развитием для активных систем с независимым поведением агентов, их кооперацией и иерархическим

управлением. Дан обзор ряда прикладных задач, решенных с использованием предлагаемой концепции.

## 2. Основные положения и их формализация

Анализ проблемы управления устойчивым развитием активных систем позволяет сформулировать следующие эмпирические принципы.

1. *Принцип экономической рациональности*: интересы каждого активного агента, в т.ч. Центра, целиком и полностью характеризуются стремлением к максимизации выигрыша с учетом имеющихся ограничений.

Надо отметить, что ряд авторов (Д. Канеман и А. Тверски, Г. Саймон и др.) развивают более общую концепцию ограниченной рациональности, учитывающую неполноту информации принимающего решения субъекта и ряд других факторов.

2. *Принцип ответственности Центра*: главная цель Центра заключается в обеспечении условий гомеостаза, при этом он может иметь дополнительные частные интересы.

3. *Принцип необходимости управления*: в общем случае интересы отдельных агентов не совпадают с требованиями гомеостаза.

Основная трудность обеспечения гомеостаза состоит именно в том, что активные агенты далеко не всегда заинтересованы в выполнении его условий, в силу чего формулирование требований гомеостаза в официальных документах по устойчивому развитию остается простой декларацией. Поэтому устойчивое развитие наряду с условиями гомеостаза обязательно должно включать учет интересов обеспечивающих его активных агентов. Совместное выполнение условий гомеостаза и заинтересованности и означает *устойчивое развитие* активной системы.

Идеальным способом достижения устойчивого развития выступает *убеждение* - добровольная и осознанная интериоризация требований гомеостаза всеми агентами. Примерами убеждения могут служить экологическое сознание, социально ответственный бизнес, благотворительность, волонтерство, разоружение и т.п.

Однако, на практике убеждение пока остается в основном делом будущего, поэтому приходится использовать иерархическое управление Центра путем принуждения и/или побуждения. *Принуждение* включает административно-законодательные механизмы управления, явно ограничивающие множества возможных действий агентов так, чтобы они не могли нарушить гомеостаз. *Побуждение* (стимулирование) состоит в использовании экономических механизмов, делающих желательные для Центра гомеостатические действия более выгодными для агентов.

Рассмотрим постановки задач управления устойчивым развитием с использованием методов принуждения, побуждения и убеждения для активных систем различной структуры. В исходной модели множество равноправных агентов одновременно и независимо друг от друга воздействует на некоторый динамический объект в своих интересах. Вместе с тем, существуют объективные требования (условия гомеостаза), которым должно удовлетворять состояние объекта с точки зрения активной системы в целом. Такая ситуация формализуется как дифференциальная игра нескольких лиц в нормальной форме вида

$$(1) \quad J_i(u(\cdot)) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g_i(x(t), u(t), t) dt \rightarrow \max,$$

$$(2) \quad u_i(t) \in U_i, \quad i \in N;$$

$$(3) \quad \dot{x} = f(x(t), u(t), t), \quad x(0) = x_0.$$

Здесь  $N = \{1, \dots, n\}$  – множество активных агентов;  $g_i, J_i$  – мгновенная функция и интегральный функционал выигрыша агента  $i \in N$ ;  $u_i(t)$  – управляющее действие (управление) агента  $i \in N$  в момент  $t$ ;  $U_i$  – множество допустимых управлений агента  $i \in N$ ;  $u(t) = (u_1(t), \dots, u_n(t))$  – набор управляющих воздействий агентов;  $U = U_1 \times \dots \times U_n$ ;  $x(t)$  – значение переменной состояния в момент  $t$ ;  $x_0$  – начальное состояние;  $f$  – заданная функция, определяющая изменение состояния во времени;  $\rho \in [0, 1]$  – коэффициент дисконтирования. В общем случае фазовая переменная и управление могут быть векторными величинами. Бесконечный период времени более адекватен для концепции устойчивого развития, хотя возможны и постановки при  $T < \infty$ . Предполагаются выполненные следующие условия [8]: множества  $U_i$  компактны в соответствующих векторных пространствах; вектор-функция  $f$  непрерывна по  $t$  и непрерывно дифференцируема по остальным параметрам; существует константа  $\kappa > 0$  такая, что при любых  $x, t \geq 0, u \in U$  имеет место неравенство  $\|f(x, u, t)\| \leq \kappa(1 + \|x\|)$ ; функции  $g_i$  непрерывны по всем аргументам; классам допустимых позиционных стратегий принадлежат кусочно-непрерывные по  $t$  и гладкие по  $x$  при всех  $t \geq 0$  функции, удовлетворяющие ограничению (2). Условие гомеостаза можно записать в виде

$$(4) \quad x(t) \in X^* \subseteq R^n, \quad t \in [0, \infty).$$

Следует подчеркнуть, что в исходной постановке условие (4) внешнее для множества агентов, поэтому изначально модель нельзя рассматривать как дифференциальную игру (1)-(3) с дополнительными фазовыми ограничениями (4).

Будем считать решением игры (1)-(3) множество равновесий Нэша  $NE$ , считая  $NE \neq \emptyset$  (иначе нечего обсуждать). В частности,  $NE \neq \emptyset$ , если  $U_i$  выпуклы и компактны, а  $g_i(u_i, u_{-i})$  вогнуты по  $u_i$  на  $U_i$  для всех  $u_{-i} \in U_{-i}, i \in N$ .

Обозначим  $U^* = \{u \in U : \forall t x(t) \in X^*\}$  – множество управлений, обеспечивающих гомеостаз, и вновь предположим, что  $U^* \neq \emptyset$ , иначе рассмотрение теряет смысл.

Если  $U_{DG} = NE \cap U^* \neq \emptyset$ , то задача управления устойчивым развитием (1)-(4) имеет решение. Управления  $u \in U_{DG}$  обеспечивают гомеостаз, при этом интересы агентов также учитываются через равновесие Нэша в их игре.

Для более детального анализа проблемы согласования интересов введем функционал общественного благосостояния

$$J(u(\cdot)) = \sum_{i \in N} J_i(u(\cdot)).$$

Тогда, если выполняется условие

$$(5) \quad \forall u^{NE} \in NE \setminus U_{DG} \exists u \in U_{DG} : J(u) \geq J(u^{NE}),$$

то требования гомеостаза (4) полностью совместимы с общественным благосостоянием. Если же верно противоположное утверждение

$$(6) \quad \exists u^{NE} \in NE \setminus U_{DG} \forall u \in U_{DG} : J(u) < J(u^{NE}),$$

то требования гомеостаза не полностью совместимы с общественным благосостоянием. Далее, если справедливо утверждение

$$(7) \quad \forall i \in N \forall u^{NE} \in NE \setminus U_{DG} \exists u \in U_{DG} : J_i(u) \geq J_i(u^{NE}),$$

то требования гомеостаза полностью совместимы с частными интересами всех агентов, а если верно противоположное утверждение

$$(8) \quad \exists i \in N \exists u^{NE} \in NE \setminus U_{DG} \forall u \in U_{DG} : J_i(u) < J_i(u^{NE}),$$

то требования гомеостаза несовместимы с частными интересами некоторых агентов. Очевидно, что (7)  $\rightarrow$  (5), (6)  $\rightarrow$  (8).

Если  $U_{DG} = NE \cap U^* = \emptyset$ , то задача управления устойчивым развитием (1)-(4) в исходной постановке неразрешима.

Если  $U_{DG} \neq \emptyset$ , но справедливо (6) или хотя бы (8), то задача разрешима, но общественное благосостояние в целом или по крайней мере интересы некоторых агентов при выполнении условий гомеостаза пострадают. В этих случаях возможны два способа изменения постановки задачи.

Во-первых, независимые агенты могут вступить в кооперацию, образовать коалицию и совместно максимизировать суммарный функционал выигрыша (общественное благосостояние) по всем управляющим переменным. Тогда вместо дифференциальной игры в нормальной форме (1)-(3) возникает задача оптимального управления

$$(9) \quad J(u(\cdot)) \rightarrow \max$$

с ограничениями (2)-(3).

Введем множество  $\bar{U} = \text{Arg max}_{u(\cdot) \in U} J(u(\cdot))$ . Если  $U_{OC} = U^* \cap \bar{U} \neq \emptyset$ , то задача управления устойчивым развитием активных систем в кооперативной постановке имеет решение. Заметим, что здесь всегда  $U_{OC} \neq \emptyset \Rightarrow \forall \bar{u} \in \bar{U} \setminus U_{OC} \exists u \in U_{OC} : J(u) = J(\bar{u})$ , т.е. условие  $U_{OC} \neq \emptyset$  обеспечивает согласованность гомеостаза с общественным благосостоянием.

Метод убеждения заключается в том, что все агенты добровольно и осознанно соглашаются обеспечивать условие гомеостаза (4). В этом и только в этом случае задача управления устойчивым развитием активных систем при независимых агентах описывается дифференциальной игрой в нормальной форме с фазовыми ограничениями (1)-(4). Наконец, возможен комплексный вариант, при котором агенты кооперируются и соглашаются обеспечивать условие гомеостаза (4). Тогда для максимальной коалиции возникает задача оптимального управления с фазовыми ограничениями (9), (2)-(4).

При кооперации агентов возникает дополнительная задача распределения выигрыша максимальной коалиции между игроками. Эта задача решается путем построения дифференциальной игры в форме характеристической функции на основе исходной дифференциальной игры, выбора некоторого кооперативного принципа оптимальности (С-ядро, вектор Шепли и др.) и обеспечения динамической устойчивости этого решения с помощью предложенной Л.А. Петросяном процедуры распределения дележа [24].

Во-вторых, можно ввести в рассмотрение Центр, основная цель которого – обеспечение гомеостаза посредством воздействия на множества допустимых управлений агентов (принуждение) или их функционалы выигрыша (побуждение). В этом случае возникает иерархическая дифференциальная игра

$$(10) \quad J_0(p(\cdot), q(\cdot), u(\cdot)) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g_0(x(t), p(t), q(t), u(t), t) dt \rightarrow \max,$$

$$(11) \quad p(t) \in P, q(t) \in Q;$$

$$(12) \quad J_i(p(\cdot), q(\cdot), u(\cdot)) = \int_0^{\infty} e^{-\rho t} g_i(x(t), p_i(t), u(t), t) dt \rightarrow \max,$$

$$(13) \quad u_i(t) \in U_i(q_i(t)), \quad i \in N;$$

в силу ограничений (3) и (4). Здесь  $g_0, J_0$  – мгновенная функция и интегральный функционал выигрыша Центра;  $p(t) = (p_1(t), \dots, p_n(t))$  – вектор управлений побуждения;  $q(t) = (q_1(t), \dots, q_n(t))$  – вектор управлений принуждения. Важно отметить, что в данном случае модель представляет собой дифференциальную игру с фазовыми ограничениями, поскольку выполнение условия гомеостаза (4) есть основная цель Центра.

Отметим также, что теперь множество равновесий Нэша в игре агентов есть  $NE(p, q)$ , так как решения зависят от действий Центра. Предполагаются выполненными те же математические требования, что и для модели (1)-(3). Введем множества управлений агентов

$$U^{\max} = \text{Arg} \max_{p \in P, q \in Q} \max_{u \in U(q)} J_0(p, q, u) - \text{доставляющих глобальный максимум функционалу выигрыша Центра};$$

налу выигрыша Центра;

$$U_{NE}^{\max} = \text{Arg} \max_{p \in P, q \in Q} \max_{u \in NE(p, q)} J_0(p, q, u) - \text{обеспечивающих согласование интересов агентов с интересами Центра без учета гомеостаза};$$

агентов с интересами Центра без учета гомеостаза;

$$U_{\max}^* = \text{Arg} \max_{p \in P, q \in Q} \max_{u \in U^*} J_0(p, q, u) - \text{обеспечивающих гомеостаз при учете интересов}$$

Центра, но не агентов;

$$U_{NE}^*(p, q) = NE(p, q) \cap U^* - \text{обеспечивающих гомеостаз при учете интересов агентов, но не Центра};$$

тов, но не Центра;

$U_{HDG}(p, q) = U_{NE}^{\max} \cap U_{\max}^* \cap U_{NE}^*(p, q) - \text{обеспечивающих гомеостаз при полной системной согласованности интересов.}$

Если  $\exists(p, q) \in P \times Q : U_{HDG} \neq \emptyset$ , то задача управления устойчивым развитием (10)-(13), (3)-(4) имеет решение в иерархической постановке. Непустота множеств  $U_{\max}^*, U_{NE}^*(p, q)$  дает теоретическую возможность решения задачи, но на практике эта возможность вряд ли будет реализована, поскольку не учитываются либо интересы агентов, либо интересы Центра.

Изложенная концепция управления устойчивым развитием активных систем применена к решению прикладных задач в ряде различных предметных областей, а именно: динамические модели стимулирования; динамические модели согласования общественных и частных интересов; модели оптимальной эксплуатации биоресурсов; модели управления водными ресурсами; модели продвижения инноваций; модели борьбы с коррупцией и экстремизмом; модели социального партнёрства в системе образования; сетевые модели влияния и управления в маркетинге; управление устойчивым развитием университетов и др.

### 3. Заключение

Рассмотрена концепция управления устойчивым развитием активных систем, под которыми понимаются произвольные динамические системы с участием людей, состоящие из активных элементов. Активные элементы способны к самостоятельному целеполаганию, стратегическому поведению и сознательному искажению информации в собственных интересах. Устойчивое развитие предполагает выполнение требований гомеостаза (некоторых динамических условий на состояние объекта управления) и заинтересованности (учета интересов активных агентов, призванных обеспечивать гомеостаз). Математическая формализация задачи управления устойчивым развитием активных систем проводится с помощью дифференциальных игр в нормальной форме, форме

характеристической функции и с иерархической структурой, где условие гомеостаза отражается через фазовые ограничения. Приводятся постановки таких задач и указываются методы их решения. Рассматриваются два частных класса задач управления устойчивым развитием: динамические модели стимулирования и динамические СОЧИ-модели. Обсуждаются соответствующие постановки задач, для динамической модели стимулирования приводятся результаты, обобщающие известные аналоги для статической версии. Основная область применения моделей стимулирования - организационное управление, СОЧИ-модели полезны при распределении ресурсов. Дан обзор ряда прикладных задач в различных предметных областях, решаемых на основе предлагаемой концепции.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (17-19-01038).

## Список литературы

1. Burkov V.N., Lerner A.Ya. Fairplay in control of active systems // *Differential games and related topics*. Amsterdam, London: North-Holland Publishing Company, 1971. P. 164-168.
2. Бурков В.Н., Опойцев В.И. Метаигровой подход к управлению иерархическими системами // *Автоматика и телемеханика*. 1974. № 1. С. 103-114.
3. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977. 255 с.
4. Большие системы: моделирование организационных механизмов / Бурков В.Н., Данев Б., Еналеев А.К. и др. М.: Наука, 1989. 245 с.
5. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: Синтег, 1999. 128 с.
6. Новиков Д.А. Теория управления организационными системами. М.: Изд-во физико-математической литературы, 2007. 584 с.
7. Механизмы управления / Под ред. Д.А. Новикова. М.: Ленанд, 2011. 192 с.
8. Горелик В.А., Кононенко А.Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982. 144 с.
9. Горелик В.А., Горелов М.А., Кононенко А.Ф. Анализ конфликтных ситуаций в системах управления. М.: Радио и связь, 1991. 288 с.
10. Laffont J.-J., Martimort D. *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model*. Princeton University Press, 2002. 421 p.
11. *Algorithmic Game Theory* / Ed. by N. Nisan, T. Roughgarden, E. Tardos, V. Vazirani. Cambridge University Press, 2007. 754 p.
12. Данилов-Данильян В.И., Лосев К.С. Экологический вызов и устойчивое развитие. М.: Прогресс-Традиция, 2000. 416 с.
13. Переход к устойчивому развитию: глобальный, региональный и локальный уровни. Зарубежный опыт и проблемы России / Рук. авт. колл. Н.Ф. Глазовский. М., 2002. 444 с.
14. Adams W.M., Jeanrenaud S.J. *Transition to Sustainability: Towards a Humane and Diverse World*. Gland: International Union for Conservation of Nature and Natural Resources, 2008. 107 p.
15. Clark W.C. Sustainability Science: A Room of its Own // *Proceedings of the National Academy of Science*, 2007 (114). P. 1737-1738.
16. *Our Common Future*. World Commission on Environment and Development (WCED). Oxford, 1987. 416 p.
17. Aubin J.-P. *Viability Theory*. Springer, 1991. 572 p.
18. Cairns R.D., Martinet V. An environmental-economic measure of sustainable development // *European Economic Review*. 2014. Vol. 69. P. 4-17.
19. Doyen L., Martinet V. Maximin, viability and sustainability // *J. of Econ. Dynamics and Control*. 2012. Vol. 36. P. 1414-1430.
20. Угольницкий Г.А. Управление устойчивым развитием активных систем. Ростов-на-Дону: Издательство Южного федерального университета, 2016. 940 с.
21. Угольницкий Г.А. Методология и прикладные задачи управления устойчивым развитием активных систем // *Проблемы управления*. 2019 (в печати).
22. Ougolnitsky G. Game theoretic formalization of the concept of sustainable development in the hierarchical control systems // *Annals of Operations Research*. 2014. Vol. 220, No. 1. P. 69-86.
23. *Differential Games in Economics and Management Science* / Dockner E., Jorgensen S., Long N.V., Sorger G. Cambridge University Press, 2000. 382 p.

24. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Шевкопляс Е.В. Теория игр. СПб.: БХВ-Петербург, 2012. 432 с.
25. Basar T., Olsder G.Y. Dynamic Non-Cooperative Game Theory. Philadelphia: SIAM, 1999. 506 p.
26. Математическая теория оптимальных процессов / Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. М.: Наука, 1983. 393 с.
27. Optimal Control of Nonlinear Processes (with Applications to Drugs, Corruption, and Terror) / Grass D., Caulkins J.P., Feichtinger G., Tragler G., Behrens D.A. Springer, 2008. 529 p.