

УДК 656.021: 517.938: 519.872.6

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРОДСКОГО ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА КАК ГИБРИДНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

**А.М. Валуев**

*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН*  
Россия, 101990, Москва, Малый Харитоньевский переулок, д.4  
E-mail: [valuev.online@gmail.com](mailto:valuev.online@gmail.com)

**Ключевые слова:** транспортные потоки, городская дорожная сеть, управление автотранспортом и автографиком, модель следования за лидером, гибридные системы.

**Аннотация:** Острота транспортных проблем в крупных городах, усложнение организации дорожного движения наряду с новыми возможностями инфокоммуникационных технологий для мониторинга и управления транспортной ситуацией и отдельными транспортными средствами требуют развития математических моделей как средства решения транспортных проблем. Предложено общее представление городского транспортного потока в форме гибридной динамической системы как обобщение ранее сформулированных моделей. Показано, что модели для решения ряда частных задач управления могут быть получены на ее основе, демонстрируются способы их применения.

## 1. Введение

Современное состояние транспортных систем в крупных городах характеризуется, с одной стороны, трудно решаемыми проблемами обеспечения транспортных потребностей населения и бизнеса, а с другой — бурным развитием новых технологий информационного обеспечения управления как для системы в целом, так и для участников дорожного движения. Наряду с современным состоянием вычислительной техники и программного обеспечения всё это приводит к возрастающему использованию математического моделирования при решении многих возникающих задач.

В математическом моделировании транспортных потоков (ТП) существуют несколько подходов [1], часть из которых нашла ряд практических применений. К их числу относятся и модели, основанные на гидродинамической аналогии (LWR-модели), с помощью которых успешно решаются в особенности некоторые задачи управления на автомагистралях. Эти модели, однако, мало соответствуют условиям городской дорожной сети (ГДС) [1]. Представление транспортных потоков (ТП) в виде динамической системы (ДС), объединяющей движения отдельных транспортных средств (ТС), являясь более «естественным», принципиально более пригодно для решения широкого круга задач управления на фрагментах ГДС, позволяя учесть детальную дорожную структуру и организацию дорожного движения (ОДД), статические и динамические характеристики ТС. В более крупном масштабе естественно использовать модели с интегральным представлением ТП [2], однако лежащие в их основе зависимости проще и удобнее получать путем расчетов по верифицированным ДС-моделям.

Вместе с тем современное состояние ДС-моделей и опыт их применения в целом не удовлетворяет существующих потребностей. В массовом применении можно говорить лишь о двух формах использования ДС-моделей. Во-первых, путем агентного моделирования, в основе которого лежат «модели следования за лидером», описывающие взаимосвязь движения пар следующих друг за другом ТС, тогда как общая логика их соединения в единое целое не формулируется и поэтому не может быть проанализирована. Другой способ — частично аналитическое, частично имитационное исследование связанного движения цепочки ТС на однородной полосе или кольце; такие частные модели являются предметом исследования в ряде кандидатских диссертаций последних лет. Общий подход к описанию ТП для реальных фрагментов ГДС как гибридных динамических систем, кроме исследовательской группы ИМАШ РАН, к которой принадлежит автор, не получил распространения. Однако расширяющийся класс проблем потребовал нового обобщения ранее сформулированного подхода, что и является предметом настоящей работы. В рамках этого подхода частные модели [3–5], ранее сформулированные в форме гибридных динамических систем вида [6], представляются как частные случаи более общей модели с определенным законом управления. Что касается новой обобщенной модели, она позволяет решать и новые задачи управления.

## **2. Обобщенная модель городского транспортного потока в форме гибридной динамической системы**

### **2.1. Носитель городского транспортного потока и движение по нему**

В условиях города движение отдельных ТС — автомобилей и колесных средств общественного транспорта — выполняется, за исключением перестроений, в пределах заданных полос, начинающихся и заканчивающихся на границах перекрестков и развязок или в «особых точках» перекрестков. Для этого преобладающего движения считаем, что ТС движутся вдоль осей полос, далее называемых трассами. Участки траектории ТС со сменой полос при перестроении направлены под малым углом к осям старой и новой полосы и рассматриваются в их проекциях на обе оси.

Система трасс рассматривается как ориентированный граф ГДС (ОГГДС) с дополнительными характеристиками. Его дуги — трассы, вершины — границы полос; определено отношение смежности между дугами, представляющими собой соседние полосы. Вершины соответствуют либо стоп-линиям (СЛ) на въезде в перекресток, либо точкам изменения направления — особым точкам (ОТ) слияния, разделения и пересечения полос (ОТС, ОТП, ОТП). Если рассмотрение ограничивается случаем конкретной *схемы пофазного разъезда* [7, с. 5] на регулируемом перекрестке, в качестве вершин ОГГДС рассматриваются лишь те ОТ, на которых смена направления допускается на каких-то фазах. Светофорное регулирование, работа шлагбаумов на железнодорожных переездах и прохождение ТС через ОТС и ОТП приводят к динамике ОГГДС, выражающейся во временной блокировке (запрете прохождения ТС) вершин типа СЛ, ОТС и ОТП.

### **2.2. Условия безопасности**

В настоящем докладе рассматривается общая модель *безопасного* дорожного движения в соответствии с установленными правилами и конкретной его организацией на разных участках ГДС (на основе той же модели принципиально можно рассматривать и возникновение нарушений, ведущих к опасным сближениям, с помощью подхода SSAM [8]). В силу этого в основу выбора управлений закладываются условия безопасности (как это и вообще принято при микромоделировании ТП), а также требования

ОДД. Эти условия выражаются в виде неравенств относительно фазовых переменных последовательных ТС (лидера и преследователя) — положений  $s_{i-1}, s_i$ , скоростей  $v_{i-1}, v_i$  и параметров  $p_{i-1}, p_i$  этих ТС, в общей форме

$$(1) \quad s_{i-1}(t) - s_i(t) \geq S_{\text{SAFE}}(v_{i-1}(t), v_i(t), p_{i-1}, p_i).$$

Аналогично записываются условия безопасности в момент начала перестроения (относительно перестраивающегося ТС и его будущих лидера и преследователя).

### 2.3. Общая модель динамики городского транспортного потока

В соответствии с рассматриваемым типом модели динамика транспортного потока складывается из динамики отдельных транспортных средств и динамики регуляторов. И то, и другое имеет как дискретную, так и непрерывную компоненту. Непрерывная динамика отдельного ТС описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями с управлениями (обычно в качестве последних рассматривается ускорение), в качестве фазовых переменных  $x_i$ , наряду с координатами и скоростями продольного движения (а при перестроении и парковании — и поперечного) могут использоваться и другие, например суммарный расход горючего. Дискретными переменными состояния  $d_i$  отдельного ТС являются номер текущей дуги, текущий режим движения или неподвижности. Дискретные величины, определяющих текущее состояние прохождения вершин орграфа транспортной сети — ОТР, ОТС и ОТП — целесообразно отнести к переменным  $d_i$  для этих вершин. К ним относятся наличие или отсутствие блокировки, а также состояние очередей из транспортных средств, ожидающих ее прохождения. Величины, характеризующие способ достижения транспортным средством места назначения (номер очередного участка или полосы) относятся либо к параметрам данного ТС, либо к дискретным переменным управления, которые определяют дискретную динамику ТС. Если они вводятся, то моменты соответствующих переключений считаются переменными управления, связанными с переключениями.

Моделируемый период разбивается на этапы с не заданной заранее продолжительностью и общим количеством, каждый из которых характеризуется постоянным вектором качественного состояния  $d \in S_D$ ;  $l$ -й этап занимает временной интервал  $[T(l-1), T(l)]$ . Размерность фазового вектора  $x(t, l)$  и вектора управления  $u(t, l)$  на этапе постоянна и зависит от  $d(l)$ ; номера компонент  $x(t, l)$  и  $u(t, l)$  образуют соответственно упорядоченные множества  $I_X(l) = I_{XD}(d(l))$  и  $I_U(l) = I_{UD}(d(l))$ . Динамика системы в целом в течение  $l$ -го этапа описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$(2) \quad dx_i(t, l) / dt = f_i(d(l), x(t, l), u(t, l)).$$

Выбор управления в течение этапа подчиняется смешанным ограничениям

$$(3) \quad r_{U_j}(d(l), x(t, l), u(t, l), t) \leq 0, j \in J_{RU}(d(l)).$$

Этап оканчивается переключением одного из двух типов: первого типа — на многообразиях и второго — в произвольный момент, когда выполнен ряд условий (определяемых видом переключения). Набор возможных видов переключений обоих типов  $I_Q(l) = I_{QD}(d(l))$  и  $I_M(l) = I_{MD}(d(l))$  зависит от  $d(l)$ . Если этап заканчивается переключением первого типа, для него  $m(l) = 0$ , вид переключения  $q(l)$  и момент окончания  $T(l)$  определяется из условий

$$(4) \quad r_{Qq(l)}(d(l), x(T(l), l), T(l)) = 0,$$

$$(5) \quad r_{Qp}(d(l), x(T(l), l), T(l)) < 0, p \in J_{QD}(d(l)) \setminus \{q(l)\}.$$

Если этап заканчивается переключением второго типа вида  $m(l)$ , его момент окончания  $T(l)$  может быть любым, удовлетворяющим общим условиям (5) (здесь  $\{q(l)\} = \emptyset$ ) и специальным условиям

$$(6) \quad r_{Mj}(d(l), x(T(l), l), T(l)) \leq 0, \quad j \in J_{RM\,m(l)}(d(l)).$$

В момент переключения первого рода, возможно, должны быть выполнены дополнительные условия

$$(7) \quad r_{Q1j}(d(l), x(T(l), l), T(l)) \leq 0, \quad j \in J_{RQ1q(l)}(d(l)),$$

$$(8) \quad r_{Q2j}(d(l), x(T(l), l), T(l)) = 0, \quad j \in J_{RQ2q(l)}(d(l)).$$

Результатом переключений обоих родов является изменение некоторых компонент векторов качественного состояния и фазового вектора. Остальные компоненты сохраняют свои значения (здесь  $j(l) = m(l)$  или  $j(l) = q(l)$ ):

$$(9) \quad d_i(l+1) = D_{j(l)i}(d(l)), i \in I_{D\,j(l)}(d(l)), \quad d_i(l+1) = d_i(l), i \notin I_{D\,j(l)}(d(l)),$$

$$(10) \quad x_i(T(l), l+1) = X_{j(l)i}(d(l), x(T(l), l), T(l)), i \in I_{X\,j(l)}(d(l)),$$

$$(11) \quad x_i(T(l), l+1) = x_i(T(l), l), i \notin I_{X\,j(l)}(d(l)).$$

### 3. От общей модели к частным моделям и задачам

Частные модели динамики ТП определяются на основе общей при обязательном выполнении следующих условий: 1) определения фрагмента ГДС, на котором рассматриваются ТП, с требуемым детальным определением ОДД, 2) описания регуляторов и их действия (если регулирование применяется), 3) определения моделей движения отдельных ТС и условий безопасности. Дальнейшая детализация должна быть проведена в зависимости от цели моделирования и может заключаться в сведении исходной модели к более узкому классу.

Приведение модели к форме динамической системы с переключениями на многообразиях типа [6] требует определение закона управления как зависимости компонент управления от текущего положения, т.е. в форме  $U_i(d(l), x(t, l))$ . Целью такого уточнения является исключение решения вспомогательных задач управления при расчете динамики ТП. Введение зависимости  $U_i(d(l), x(t, l))$  должно правдоподобно передавать принятие решений водителями в определенных условиях.

В условиях плотного потока главной целью является быстрое достижение цели движения; именно достижение этой цели приводит к уплотнению потока и образованию связанного движения цепочек ТС на полосах — широких движущихся кластеров. На полосе без перестроения движение ТС осуществляется в следующих режимах 1) максимально быстрый набор скорости до максимальной допустимой, 2) поддержание максимальной скорости; 3) максимально быстрое снижение скорости с целью остановки в заданном месте, а для криволинейной дороги — с целью не превышения безопасной скорости; 4) поддержание минимального безопасного расстояния до лидера. Переключения между этими режимами происходит в моменты достижения соответствующих многообразий в объединенном фазовом пространстве ТС. В частности, многообразие переключения для перехода из режима 1 или 4 в режим 2 выражается соотношением  $\dot{x}_i = v_{\max}(x_i)$ , а в режим 4 — обращением (1) в равенство. На таких предпосылках рассматриваются модели движения не только по дорожной полосе без перестроения, но и на полосах дорог в области перекрестка. Дополнительные условия пере-

ключений вводятся при прохождении особых точек со сменой направления движения (ОТР) или с пересечением ТП, но и они выражаются в аналогичной форме.

При моделировании ТП с переходами между полосами добавляются условия безопасности в моменты начала перестроений, а если целью перестроения является, например, обгон медленного предшествующего ТС, вводятся условия целесообразности перестроения с учетом поведенческих характеристик водителя. В предположении, что водитель начинает перестроение в самый ранний возможный момент, модель многополосного движения также приводится к форме событийно-переключаемого процесса [6]. Другая возможная трактовка шире — перестроение начинается в произвольный момент времени, но только если все условия для него соблюдены. Для ее описания необходимо эти моменты рассматривать как импульсные управления.

Наконец, рассматривая возможности управления, как со стороны отдельного водителя, так и в порядке централизованного регулирования, можно ставить на основе модели в ее общей форме (2)–(11) некоторые задачи управления. Одна из них касается обеспечения наиболее быстрого прохождения перекрестков при наличии резервов загрузки дороги и точно известной продолжительности фаз светофорного цикла и решается следующим образом. Для кластера ТС, не успевающего пройти перекресток, определяется особый характер динамики в конце текущей зеленой фазы и последующей красной: торможение, остановка и последующий разгон до достижения максимальной допустимой скорости в момент включения зеленого света, так чтобы лидер кластера в этот момент достиг стоп-линии. Эта и подобные ей задачи оптимального управления могут быть решены на модели городского транспортного потока в форме (2)–(11). Такого рода задачи могут послужить основой систем автопилотирования, учитывая не только ограничения по динамике, но и цель экономного расходования топлива или заряда аккумулятора.

## Список литературы

1. Treiber M., Kesting A. Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2013. xiii+504 p.
2. Valuev A.M. Quasi-stationary Approach in Mathematical Modeling of Traffic Flows Dynamics in a City Road Network // Traffic and Granular Flow'11. Eds. V.V. Kozlov et al. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. P. 413-418.
3. Вибрационные процессы, виброзащита в машиноведении: Отчет о НИР за 2015г. по теме 6-13 (промежуточный). Часть 2. Динамика транспортных потоков, научные основы проектирования оптимальных дорожных сетей / Перминов М.Д., Соловьёв В.О., Панкова Н.В., Соловьёв А.А., Кельнер М.С., Бармина О.В., Валуев А.М., Евин И.А., Воробьев А.Э., Тищенко В.С. М.: Институт машиноведения им. А.А. Благоднарова РАН. 2015. 57 с. Номер государственной регистрации: 01201355403.
4. Валуев А.М., Соловьёв А.А. Моделирование зависимостей, характеризующих динамику автотранспортных потоков // Информатизация и связь. 2018. №2. С. 106-113.
5. Valuev A.M. Modeling of the Transport Flow Through Crossroads with Merging and Divergence Points // Proceedings of 2018 Eleventh International Conference "Management of Large-Scale System Development" (MLSD). Russia, Moscow, V.A. Trapeznikov Institute of Control Sciences, October 1-3, 2018. Ed. by Anatoly Tsvirkun. <https://ieeexplore.ieee.org/document/8551915>. P 1-3.
6. Валуев А.М. Моделирование транспортных процессов в формализме гибридных систем // Труды XII Всероссийского Собрания по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16–19 июня 2014 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 5033–5043.
7. Методические рекомендации по проектированию светофорных объектов на автомобильных дорогах. М.: Федеральное дорожное агентство (Росавтодор), 2013. 69 с.
8. Gettman D., Head L. Surrogate safety measures from traffic simulation models // Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board. 2003. No. 1840. P. 104-115.