

# УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЕЙ ДВИЖЕНИЯ КОРАБЛЯ

**А.Б. Шубин**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: [ashoo@ipu.ru](mailto:ashoo@ipu.ru)

**Е.Г. Александров**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: [ashoo@ipu.ru](mailto:ashoo@ipu.ru)

**Ключевые слова:** расчет программы управления, конечные координаты.

**Аннотация:** Описывается алгоритм вычисления программы управления объектом, переводящей объект из начальной точки фазового пространства координат в заданную конечную точку. Программа управления состоит из  $n$  интервалов постоянства знака управления, где  $n$  – порядок дифференциального уравнения (ДУ) объекта. Знаки и длительности интервалов управления определяются оригинальным итеративным алгоритмом. Приводятся примеры. Решается задача определения управления, при реализации которого корабль проходит через заданные точки на водной поверхности.

## 1. Введение

За последнее время произошло значительное увеличение количества и размеров кораблей. Существенно повысились требования к качеству систем управления заданными траекториями движения кораблей. Изучение литературы на эту тему показывает наличие сравнительно небольшого количества алгоритмов управления объектами, описываемыми нелинейными дифференциальными уравнениями высокого порядка. Довольно подробно изучен вопрос об управлении курсом корабля. Невысокий порядок дифференциального уравнения, описывающего этот процесс, возможности линеаризации этой задачи позволяют создавать довольно эффективные системы регулирования, для настройки которых разработан обширный теоретический задел [1, 2].

В Институте проблем управления разработан ряд принципиально новых алгоритмов расчета временных программ управляющих воздействий – алгоритмы программно-го управления (ПУ). Эти алгоритмы рассчитывают управление движением объектов по заданным траекториям. По сравнению с обычными системами регулирования ПУ позволяют находить такие управления, которые в фиксированных точках траектории обеспечивают заданные значения всех фазовых координат динамических объектов.

С описанием ПУ и решением некоторых задач можно познакомиться также в [3, 4].

## 2. Описание алгоритма

Имеем дифференциальное уравнение, описывающее поведение объекта:

$$(1) \quad x^{(n)} + G(x^{(n-1)}, \dots, x) = c u(t), u(t) = +1, -1,$$

где  $x$  – выходная координата объекта,  $x^{(i)}$  – ее производные,  $u(t)$  – управление.

Обозначим  $x = x_1, x^{(1)} = x_2$  и т.д.  $x^{(n-1)} = x_n$ ,  $G$  – соответствующая объекту функция, которая может иметь сложный вид (нелинейная, с переменными коэффициентами и т.п.), в простейшем случае  $c = const$ , а величина  $c$  такова, что обеспечивает управляемость координат объекта. Всю совокупность координат удобно обозначить  $\bar{X}$ . Задача заключается в том, чтобы найти управление  $u(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$  с  $n$  интервалами постоянства такое, что при подстановке его в ДУ (1), имеющее в момент  $t = 0$  фазовые координаты  $\bar{X}_0$ , в некоторый момент  $t = T$  координаты ДУ должны иметь заданные значения  $\bar{X}_*$ .

Управление  $u(t)$  находится итеративной процедурой в виде знакопеременной функции, имеющей  $n$  интервалов постоянства знака. Каждой такой функции соответствует совокупность определителей интервалов  $\bar{S}$  с компонентами  $\{s_1, s_2, \dots, s_k, \dots, s_n\}$  размерностью  $n$  такой, что на  $k$ -ом интервале управления продолжительность  $k$ -ого интервала равна  $\tau_k = |s_k|$ , а значение управления  $u(t) = \text{sign}(s_k)$ , т.е.  $u(t) = \pm 1$ . Управление  $u(t)$  определено на отрезке времени  $0 \leq t \leq T$ , где  $T = \sum_1^n |s_i|$ .

Поясним работу алгоритма. Пусть в конце реализации промежуточного цикла вычисления совокупности  $\bar{S}^{(m)}$  определяются ошибки конечных значений координат:

$$D_i^{(m)}(\bar{S}^{(m)}) = x_i^* - x_i(T, \bar{S}^{(m)}), i = \overline{1, n},$$

где  $x_i^*$  – заданные конечные значения координат.

Итеративная процедура вычисления последовательных приближений определителей интервалов ПУ имеет вид:

$$s_k^{(m+1)} = s_k^{(m)} + \frac{\alpha_k}{|F_{k,k}|} D_k^{(m)}(\bar{S}^{(m)}), m = \overline{0, M},$$

где  $M$  – число итераций, обеспечивающее заданную точность решения задачи.

Как следует из этой формулы, устранение ошибки по  $k$ -ой координате происходит путем изменения  $k$ -го определителя интервала управления.

Главная особенность АПУ состоит в том, что устанавливается определенный порядок подстроек  $s_k$ , обеспечиваемый коэффициентом  $\alpha_k = \alpha_k(D_{k+1}, \dots, D_n)$ . Подстройка начинается с уменьшения ошибки по самой старшей производной. Так очевидно, что  $D_n$  – ошибка по самой старшей производной зависит от всех  $s_k$ , но подстройка для выполнения условия  $D_n \approx 0$  происходит только за счет  $s_n$  и в первую очередь. Аналогично, подстройка  $D_{n-1}$  происходит вслед за подстройкой  $D_n$  и только за счет изменения  $s_{n-1}$  при непрерывной подстройке  $s_n$  для выполнения условия  $D_n \approx 0$  и т.д.  $F_{k,k}$  – оценка коэффициента влияния длины  $k$ -го интервала управления на ошибку  $D_k$ , вычисляется на каждом шаге и обеспечивает устойчивость итеративной процедуры.

Число итераций зависит от сложности задачи: размерности  $n$ , наличия нелинейностей, устойчивости решения и т. п. Обычно для ДУ 5-6 порядков приемлемая точность достигается при числе итераций 30-100.

### 3. Управление моделью корабля

Исследование вариантов управления кораблем может производиться на модели, описываемой системой ДУ:

$$\delta = \begin{cases} b_1 u \text{ при } |\delta| < b_2, \dot{\omega} = -b_3 \omega + b_4 \delta v^2, \dot{x} = v \cos \varphi (1 - b_5 |\delta|), \\ 0 \text{ при } |\delta| = b_2, \dot{\varphi} = \omega, \dot{y} = v \sin \varphi (1 - b_5 |\delta|), \end{cases}$$

здесь  $x, y$  – координаты корабля на водной поверхности;  $\varphi$  – угол курса;  $\omega$  – угловая скорость разворота;  $\delta$  – положение руля;  $u$  – сигнал управления рулем, принимает зна-

чения  $-1, 0, +1$ ;  $v$  – скорость корабля;  $b_1 - b_5$  – коэффициенты, значения которых выбраны из условия приближения траекторий модели к траекториям корабля.

Для более точного описания подвижного объекта система дифференциальных уравнений может быть усложнена включением бокового сноса при разворотах, учетом ветровых возмущений, течения водной массы, изменение коэффициентов при изменении скорости, глубины и др.

На подобной модели можно исследовать траекторию корабля при движении по узкому извилистому каналу, рис. 1, с управлением, рассчитанным вышеописанным алгоритмом.

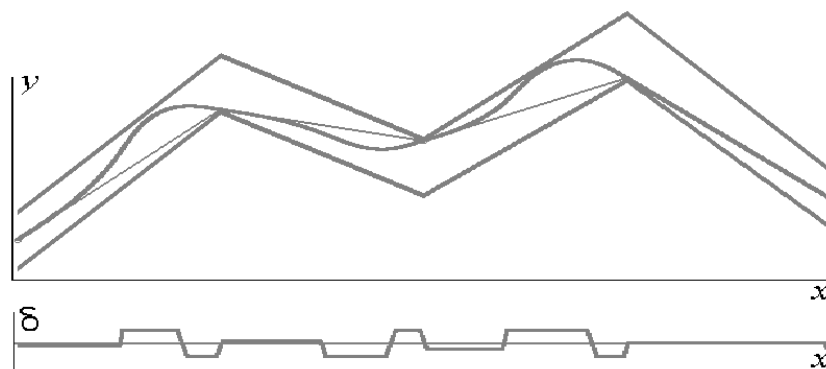


Рис. 1. Движение по извилистому каналу.

## 4. Поэтапное управление

Пусть задача управления состоит в том, чтобы из точки  $T_1$  при курсе  $\varphi^0$  провести корабль в точку  $T_2$  с конечным курсом  $\varphi^*$ . Эта задача решается при помощи нескольких несложных итераций. Разобьем весь процесс управления на три этапа. Первый: разворот в точке  $T_1$ . Второй: движение по прямой с постоянным курсом. Третий: разворот у точки  $T_2$  с конечным положением, совпадающим с координатами точки  $T_2$ . При первой итерации определяется управление, которое переводит корабль из точки  $T_1$ , где  $\delta^0, \omega^0, \varphi^0$ , в точку фазового пространства  $L_1$ , в которой  $\delta = 0, \omega = 0, \varphi = \varphi_{12}$ , при помощи программы, состоящей из трех интервалов управления, где  $\varphi_{12}$  угол курса, образованный прямой, проходящей через точки  $T_1, T_2$  и осью  $x$ . В точке  $T_2$  находится программа, переводящая корабль из точки  $T_2$ , где  $\delta = 0, \omega = 0, \varphi = \varphi_{12}$ , в точку  $L$  с координатами  $\delta = 0, \omega = 0, \varphi = \varphi^*$ . Если для этой программы управления перенести точку  $L$  в точку  $T_2$ , то начало программы управления на III этапе переместится в точку  $L_2$ .

Вторая итерация производится таким же образом с заменой точек  $T_1, T_2$  на промежуточные точки  $L_1, L_2$ . Всего 4-5 итераций необходимо для того, чтобы курс  $\varphi_{12}$  в конечной точке  $L_1$  первого этапа управления совпал с начальным курсом  $\varphi_{12}$  конечного этапа управления, что позволяет соединить точки  $L_1, L_2$  прямой, при движении по которой  $\delta = 0, \omega = 0, \varphi_{12} = const$ .

Таким образом вся траектория движения от точки  $T_1$  к точке  $T_2$  состоит из трех этапов: разворот из точки  $T_1$ , прямолинейный участок между промежуточными точками  $L_1, L_2$  и разворот вблизи точки  $T_2$  с точным попаданием в эту точку.

На рис. 2 изображена траектория после нескольких итераций подстройки управления.

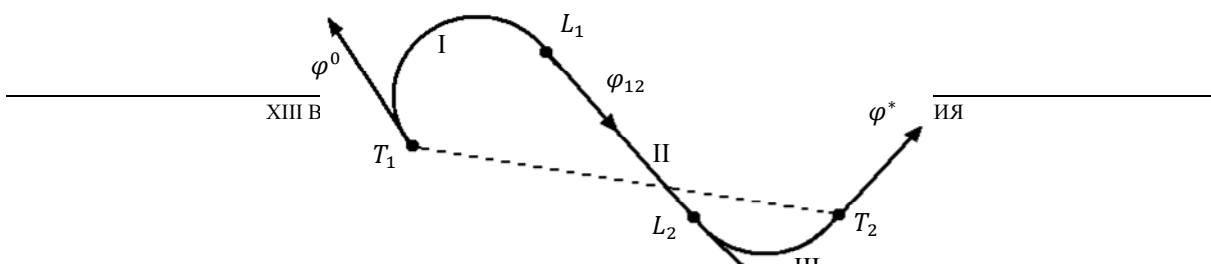


Рис. 2. Поэтапное управление.

## 5. Результаты моделирования

Прием вычисления последовательного трехэтапного управления снимает все ограничения на расположение и последовательность обхода заданных точек на плоскости. Так на рис. 3 дано расположение четырех точек  $ABCD$ . Пусть корабль находится в точке  $A$ , необходимо рассчитать управление рулем, чтобы траектория корабля последовательно прошла через все точки. При небольшой скорости корабля траектория обхода точек  $ABCD$  состоит из последовательности участков  $A l_1$  – управление курсом  $\varphi$   $l_1 l_2$  для выхода на прямую  $l_1 l_2$ , которая проходит при  $u = 0, \delta = 0, \omega = 0, \varphi_{12} = const$ . В точке  $l_2$  рассчитывается управление  $u(t)$ , которое приводит корабль в точку  $B$  с направлением курса на точку  $C$ . Далее производится расчет управления для движения по траектории  $B l_3 l_4 C$ .

В качестве варианта на рис. 3 изображена также траектория обхода со скоростью, увеличенной в 3 раза. Точки начала и конца прямолинейных участков обозначены буквами  $L_i$ .

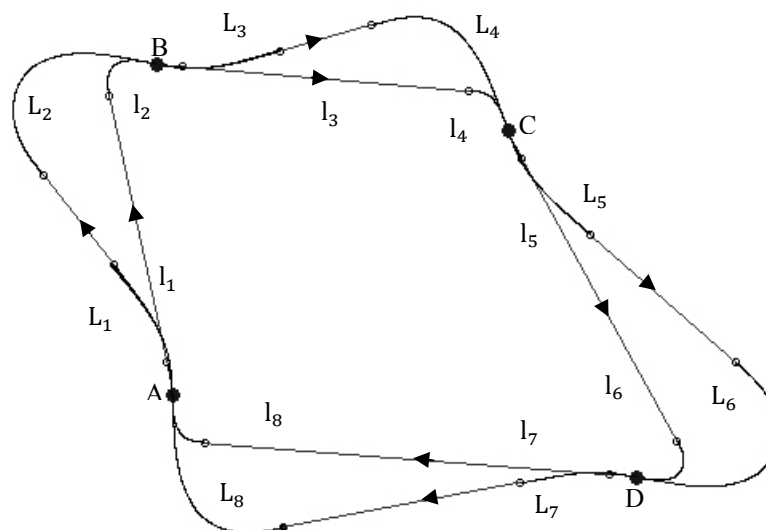


Рис. 3. Обход заданных точек на плоскости.

## 6. Заключение

Описанный ПУ и его модификации можно уже сейчас весьма эффективно применять в тренажерах и сравнительных испытаниях на компьютерах различных систем управления. Особенно важно проверить целесообразность использования ПУ в таких сложных маневрах, как расхождения и швартовка. После накопления опыта применения расчета ПУ в различных вариантах на компьютере можно поставить вопрос о включении ПУ в реальную систему управления кораблем. Такое включение можно представить в виде блок-схемы на рис. 4. Назначение отдельных блоков ясно из обозначений. Дополнительно поясним, что блок “логика” необходим, чтобы из отдельных чисел-определителей интервалов управления формировать функцию управления в реальном масштабе времени.

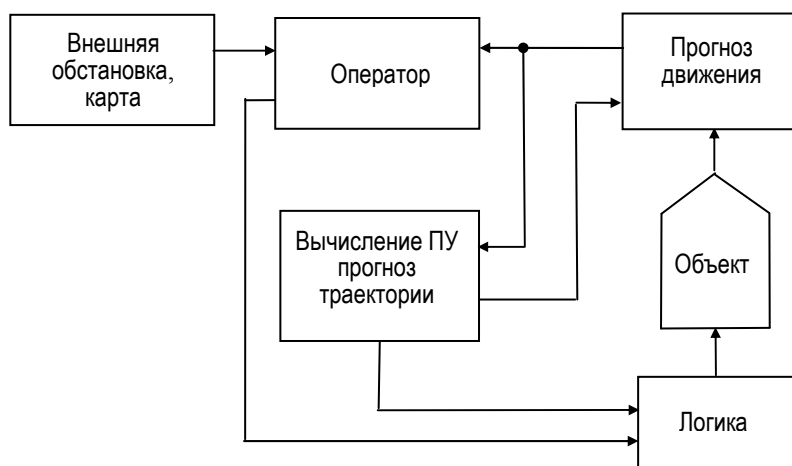


Рис. 4. Блок-схема системы управления кораблем.

Для эффективной работы системы необходим блок идентификации параметров ДУ, описывающих поведение корабля. Это объясняется тем, что характеристики корабля меняются от многих факторов (загрузки, течений, ветра и т.п.).

Подразумевается, что при использовании алгоритма в реальной схеме управления, алгоритм должен периодически пересчитывать управление после реализации короткого периода управления с введением в расчеты новых реальных начальных условий, получаемых от датчиков и из какой-либо системы позиционирования.

## Список литературы

1. Лукомский Ю.А., Корчанов В.М., Управление морскими подвижными объектами / Учебник. СПб.: Элмор, 1996. 320 с.
2. Клячко Л.М., Острецов Г.Э. Проектирование высоконадежных систем автоматического управления движением корабля. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 136 с. ISBN 978-5-9221-1289-5
3. Шубин А.Б., Александров Е.Г., Харченков Г.Г., Близкое к оптимальному управление траекторией движения объекта // Проблемы управления. 2010. № 3. С. 73-78.
4. Шубин А.Б., Александров Е.Г., Харченков Г.Г., Управление траекториями подвижных объектов // XXXVII Всероссийская конференция «Управление движением корабля и специальными аппаратами». 21-23 июня 2011 г. Сборник трудов. С. 217-224.