

УДК 330.46

# ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ ОГРАНИЧЕННОЙ РАЦИОНАЛЬНОСТИ НЭШ-2: ДАННЫЕ СЕРВИСА ЯНДЕКС.МАРКЕТ

**И.Н. Базенков**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: [n.bazenzov@yandex.ru](mailto:n.bazenzov@yandex.ru)

**М.С. Сандомирская**

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»*

Россия, 101000, Москва, ул. Мясницкая, 20

E-mail: [sandomirskaya\\_ms@mail.ru](mailto:sandomirskaya_ms@mail.ru)

**Ключевые слова:** ограниченная рациональность, конкуренция, дифференцированный продукт, онлайн торговля.

**Аннотация:** В работе предложена новая модель конкуренции онлайн-магазинов. Модель основана на ценовой конкуренции Бертрана с дифференцированным продуктом в сочетании с концепцией ограниченной рациональности – равновесием Нэша-2. Магазины представлены как ограниченно рациональные агенты, которые стремятся назначить оптимальную цену с учетом возможных, но заранее не известных действий своих конкурентов. Экспериментальная проверка модели проведена на данных сервиса Яндекс.Маркет.

## 1. Введение

Конкуренция в онлайн торговле является актуальной темой экономических исследований с начала 2000-х годов. Классические экономические модели предсказывают, что в условиях, близких к полной информированности покупателей и продавцов, установятся единые равновесные цены. В реальности же наблюдается существенная вариативность цен на один и тот же товар [1,3]. В докладе предлагается новая модель конкуренции ограниченно рациональных онлайн магазинов и метод оценки ее параметров.

Разные исследователи по-своему объясняют высокую дисперсию цен на онлайн рынках [2]. Одни модели предполагают, что основным фактором являются различия между фирмами-продавцами: транзакционные издержки, несовершенная информация. Другие модели фокусируются на ограниченной рациональности покупателей: трудности поиска информации, разная чувствительность к цене и др. В работе [1] показано, что дисперсия цен наблюдается даже в лабораторных условиях. Это означает, что ее причины могут заключаться не в специфической структуре интернет рынков,

а в методах принятия решений фирмами-продавцами. В данной работе предлагается новая модель конкуренции онлайн-магазинов и проводится ее экспериментальная проверка.

## 2. Модель конкуренции магазинов

Предложенная нами модель основана на следующих предположениях. Конкуренция продавцов одного товара описывается моделью ценовой конкуренции Бертрана с дифференцированным продуктом. Это позволяет учесть трудно формализуемые различия между продавцами: удобство сайта, узнаваемость бренда, условия доставки и т.д. Поведение магазинов описывается моделью ограниченной рациональности Нэш-2 [Sandomirskaya 2019].

Модель дифференцированного продукта состоит в следующем. На рынке присутствует  $n$  фирм-продавцов, которые являются игроками. Каждая фирма продает свой товар, немного отличающийся от товаров других фирм. Все фирмы устанавливают цены  $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_n)$ . Спрос на товар  $i$ -го продавца определяется выражением:

$$(1) \quad D_i(\mathbf{p}) = a - bp_i + c \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n p_j,$$

где  $a$  – базовый спрос на каждый товар,  $b$  – коэффициент эластичности,  $c$  – коэффициент взаимозаменяемости товаров. В контексте онлайн торговли мы считаем товаром весь комплекс услуг интернет-магазина: дизайн сайта, репутация магазина, условия доставки и т.д.

Себестоимость каждой единицы товара одинакова для всех продавцов и равна  $mc$ . Прибыль обозначим как  $M_i(i) = p_i - mc$ . Полезности продавцов определяются спросом и прибылью с каждой проданной единицы товара:

$$(2) \quad u_i(\mathbf{p}) = M_i(i)D_i(\mathbf{p}).$$

Разработанная модель поведения фирм предполагает, что каждая фирма отслеживает цены части других фирм. Структура таких наблюдений задается ориентированным графом, который называется *сетью рефлексии*  $g$ . Если фирма  $i$  учитывает действия фирмы  $j$ , то сеть содержит ребро  $(i, j)$ , что обозначается как  $g_{ij} = 1$ . Выбирая, какую цену назначить, фирма учитывает возможную реакцию своих исходящих соседей в сети рефлексии. Множество исходящих соседей обозначается как  $N_i(g) = \{j : g_{ij} = 1\}$ . Далее будем называть множество  $N_i(g)$  множеством прямых конкурентов.

Равновесие Нэш-2 определяется следующим образом. Назовем цену  $p'_i$  фирмы  $i$  выгодным отклонением для профиля цен  $(p_i, p_{-i})$ , если  $u_i(p'_i, p_{-i}) > u_i(p_i, p_{-i})$  при фиксированных ценах других фирм. Фирма, у которой нет прямых конкурентов, выбирает наиболее выгодное отклонение. Это принцип наилучшего ответа, как в равновесии Нэша:

$$(3) \quad p_i = BR_i(p_{-i}), \quad N_i(g) = \emptyset.$$

Функция наилучшего ответа в модели дифференцированного продукта задается как

$$(4) \quad BR_i(p_{-i}) = \frac{a + b \cdot mc + c \sum_{j=1, j \neq i}^n p_j}{2b}.$$

Фирмы с пустым множеством прямых конкурентов будем называть *близорукими*. Фирмы с непустым множеством прямых конкурентов проверяют, останется ли отклонение выгодным после возможных ответов своих конкурентов. Такие фирмы будем называть *дальновидными*.

**Определение 1.** *Выгодное отклонение  $p'_i$  игрока  $i$  от профиля цен  $(p_i, p_{-i})$  называется улучшающим, если для любого подмножества  $J \subseteq N_i(g)$  и любого выгодного отклонения  $p'_j$  игрока  $j \in J$  от профиля  $(p'_i, p_{-i})$  полезность  $i$  не уменьшится даже в случае одновременных отклонений всех игроков из  $J$ , то есть:*

$$(5) \quad u_i(p'_i, p'_J, p_{-iJ}) \geq u_i(p_i, p_{-i})$$

**Определение 2.** *Профиль цен  $\mathbf{p}$  называется равновесием Нэша-2 относительно сети рефлексии  $g$ , если ни у одного игрока нет улучшающих отклонений по определению 1.*

В случае  $N_i(g) = \emptyset$  любое выгодное отклонение является улучшающим и равновесие Нэш-2 становится обычным равновесием Нэша.

Применительно к модели дифференцированного продукта профиль цен  $\mathbf{p}^*$  при сети рефлексии  $g$  является равновесием Нэша-2, если выполнены следующие условия.

Фирмы имеют неотрицательную полезность, что равносильно неотрицательной прибыли и спросу:

$$(6) \quad M_i(\mathbf{p}) \geq 0, i = 1, \dots, n$$

$$(7) \quad D_i(\mathbf{p}^*) \geq 0, i = 1, \dots, n.$$

Все близорукие фирмы выбирают цену по принципу наилучшего ответа:

$$(8) \quad p_i^* = BR_i(p_{-i}^*), N_i(g) = \emptyset.$$

Для всех дальновидных фирм цена не меньше их наилучшего ответа:

$$(9) \quad p_i^* \geq BR_i(p_{-i}^*), N_i(g) \neq \emptyset.$$

Гарантированным спросом фирмы  $i$  назовем величину

$$(10) \quad D_{iN_i}(\mathbf{p}) = D_i(\mathbf{p}) + 2c \sum_{k \in N_i(g)} (BR_k(p_{-k}) - p_k).$$

Гарантированный спрос соответствует наихудшей ситуации, когда все прямые конкуренты независимо выбирают действия, наихудшие для фирмы  $i$ . Дополнительно введем коэффициент  $C_i(g) = b - \frac{c^2}{b} |N_i(g)|$ , который отражает относительное влияние прямых конкурентов на спрос фирмы  $i$ .

Если  $C_i(g) \geq 0$ , то в равновесии Нэша-2 для фирмы  $i$  должно выполняться неравенство

$$(11) \quad (M_i(\mathbf{p}^*)C_i(g) - D_{iN_i}(\mathbf{p}^*)) (M_i(\mathbf{p}^*)C_i(g) + 3D_{iN_i}(\mathbf{p}^*)) \leq 4M_i(\mathbf{p}^*)C_i(g)D_i(\mathbf{p}^*).$$

Если  $C_i(g) < 0$ , то дополнительных условий нет.

### 3. Оценка параметров модели

Оценка параметров модели производится следующим образом. Мы предполагаем, что, если наша гипотеза верна, то наблюдаемые распределения цен являются равновесиями Нэша-2 для конкуренции по Бертрану с дифференцированным продуктом. То есть надо найти параметры  $mc$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  такие, что для всех наблюдаемых векторов цен выполняются условия Нэша-2.

Рассматриваем дискретные моменты времени  $t = 1, \dots, T$ . Обозначим как  $N^t$  множество магазинов, продающих данный товар в момент времени  $t$ . Цена магазина  $i$  в момент времени  $t$  обозначается как  $p_i^t$ . Цены всех магазинов в момент  $t$  обозначаются  $p^t = (p_1^t, \dots, p_{|N^t|}^t)$ . Общее число наблюдаемых цен обозначим как  $n = |N^1| + \dots + |N^T|$ . Обозначим вектор параметров модели как  $x = (mc, a, b, c)$ . Условие, что при параметрах  $x$  вектор цен  $p^t$  является равновесием Нэша-2, обозначим как  $C_{Nash-2}(p^t, x) \leq 0$ .

Поскольку цены  $p^t$  могут удовлетворять неравенствам (8)-(11) при различных наборах параметров, используется дополнительный критерий максимальной близости цен к наилучшим ответам магазинов. Задача оценки параметров формулируется как задача оптимизации

$$(12) \quad \min_{x \in X} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in N^t} (p_i^t - BR_i(p_{-i}^t, x))^2$$

$$C_{Nash-2}(x, p^t) \leq 0, \quad t = 1, \dots, T.$$

Множество  $X$  задает границы допустимых значений параметров.

### 4. Экспериментальная проверка модели

Мы используем данные сервиса Яндекс.Маркет (market.yandex.ru) по ценам на 30 наиболее популярных позиций крупной бытовой техники в 6 категориях: холодильники, варочные панели, духовые шкафы, вытяжки, посудомоечные машины, стиральные машины. Данные собирались в период с 24 июля по 20 октября 2015 года. По каждому товару доступно 324 вектора цен, по 4 на каждые сутки в течение всего периода наблюдений. Цены исследовались следующим образом. Для каждого момента времени  $t$  выполнялась проверка, являются ли равновесием Нэш-2 цены за период от  $t$  до  $t + T$ , где  $T$  – фиксированная величина. В данном исследовании  $T$  равнялось трем, то есть интервал  $[t, t + T]$  соответствовал одним суткам.

В настоящее время проведено исследование параметров при дополнительных ограничениях:  $a = 1$  и  $mc = \min_{t=1, \dots, T} \min_{i \in N^t} p_i^t$ . Эти ограничения позволяют исследовать соотношения параметров  $b$  и  $c$ , которые определяют интенсивность конкуренции, для каждого товара. Найдено четыре товара, для которых есть периоды времени, когда цены в течение суток являются равновесием Нэша-2. Это товары с наименьшим относительным разбросом цен, то есть отношением разницы между максимальной и минимальной ценой к минимальной цене. В таблице 1 приведены результаты оценки параметров. Второй столбец содержит долю отсчетов, для которых в течение суток выполнялись условия равновесия Нэша-2.

Таблица 1. Описание данных

Товар	Доля отсчетов Нэш-2, %	Относительный разброс цен, %
Indesit wiun 81 (csi)	25%	25,1%
Liebherr SBSesf 7212	59,6%	26,7%
Candy CDCF 6-07	3,7%	28,8%
LG GAB409SVQA	37,3%	36,4%

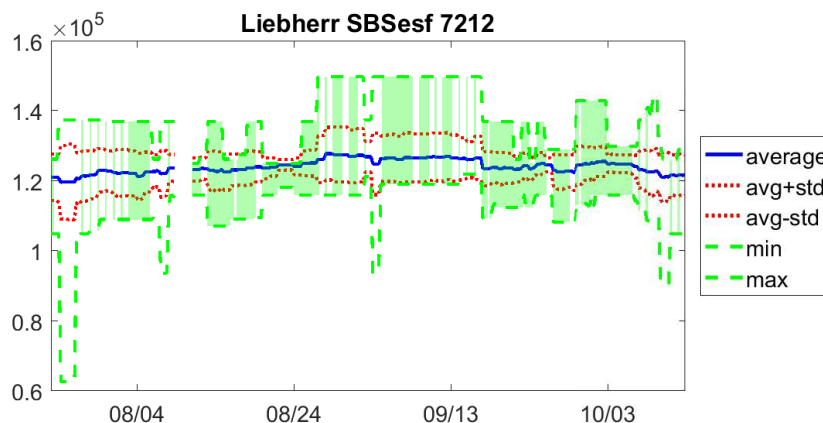


Рис. 1. Динамика цен для товара с наибольшей долей наблюдений, являющихся равновесием Нэш-2 (закрашенные участки).

На рисунке 1 показано, как меняются характеристики распределения цен в течение всего периода, и какие участки удовлетворяют условиям равновесия Нэша-2.

## 5. Заключение

Нами разработана теоретическая модель конкуренции ограниченно рациональных онлайн-магазинов и проведено экспериментальное исследование на данных сервиса Яндекс.Маркет. Показано, что для определенной категории товаров наблюдаемые распределения цен соответствуют предложенной модели.

Работа финансировалась в рамках государственной поддержки ведущих университетов Российской Федерации «5-100» и при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (17-07-01550).

## Список литературы

1. Baye M. R., Morgan J. Price Dispersion in the Lab and on the Internet: Theory and Evidence // RAND Journal of Economics. 2004. P. 449-466.
2. Baye M. R., Morgan J., Scholten P. Information, search, and price dispersion. Handbook on economics and information systems / Ed. T. Hendershott. Elsevier, 2006. P. 323-375.
3. Morgan J., Orzen H., Sefton M. An experimental study of price dispersion // Games and Economic Behavior. 2006. Vol. 54, No. 1. P. 134-158.
4. Sandomirskaja, M. Nash-2 Equilibrium: Selective Farsightedness Under Uncertain Response // Group Decision and Negotiation. 2018. P. 1-30. URL: <https://doi.org/10.1007/s10726-018-9602-x>