УДК 519.711.3

НАБЛЮДАЕМОСТЬ И АВТОНОМНОСТЬ МОДЕЛИ УПРАВЛЯЕМОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

В.Б. Гусев
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: gusvbr@ipu.ru

Ключевые слова: динамическая система, наблюдаемость, автономность, толерантность, устойчивость национальной экономики.

Аннотация: Рассматриваются аспекты формализации управляемой динамической системы, а также понятий наблюдаемости и автономности модели системы в рамках предложенной формализации. Показана взаимосвязь свойств наблюдаемости и автономности системы. Вводятся понятия слабой наблюдаемости и толерантности системы к внешним условиям, обусловленные неточностью измерений и недетерминированностью состояния внешней среды. Приведены модель продуктивности экономической системы и результаты расчета показателей толерантности экономики применительно к статистическим данным РФ.

1. Введение

Проблема автономного управления развивающимися системами имеет большую значимость для различных объектов хозяйственной деятельности. Так, она актуальна для национальной экономики в ситуации внешнеэкономических санкций, приводящей к локализации производственных процессов; для регионов освоения ископаемых ресурсов или у моногородов, когда ведущая отрасль постепенно сворачивает свою деятельность [1, 2]; при формировании организационных механизмов управления в условиях нестабильности. Рассмотрено определение наблюдаемости для рассматриваемых систем и ее связь с понятием автономности модели развивающейся системы. Приведен пример употребления введенных понятий при анализе проблемы устойчивости национальной экономики.

2. Метамодель управляемой динамической системы

Рассмотрим формализованный подход к анализу рассматриваемого класса систем. Обобщением класса моделей управляемых динамических систем является их метамодель [3].

Под *метамоделью открытой управляемой динамической системы* будем понимать совокупность

$$< \mathbf{Y}, \mathbf{P}, \mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{T}, \mathbf{\Omega} >,$$

где $\mathbf{Y}$ – множество значений динамического вектора состояния системы, $\mathbf{P}$ – множество значений вектора параметров системы, $\mathbf{U}$ – множество значений векторов управления, $\mathbf{X}$ – множество значений вектора состояния внешней среды, $\mathbf{T}$ – множество значений параметра модельного времени, $\mathbf{\Omega}$ – оператор действия системы

$$\mathbf{W} \xrightarrow{\mathbf{\Omega}} \mathbf{Y}.$$

Здесь $\mathbf{W}$ – множество условий функционирования – прямое произведение множеств $\mathbf{X}$, $\mathbf{P}$, $\mathbf{U}$

$$\mathbf{W} = \mathbf{X} \otimes \mathbf{P} \otimes \mathbf{U}.$$

Если множество условий функционирования $\mathbf{W}$ не зависит от множества значений вектора состояния внешней среды $\mathbf{X}$,

$$\mathbf{W} = \mathbf{P} \otimes \mathbf{U},$$

то совокупность $< \mathbf{Y}, \mathbf{P}, \mathbf{U}, \mathbf{T}, \mathbf{\Omega} >$ будем называть *метамоделью замкнутой управляемой динамической системы.*

Под вектором состояния системы понимается векторная функция времени $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{Y}$, под вектором параметров – числовой вектор $\mathbf{p} \in \mathbf{P}$, под вектором управлений – векторная функция времени $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{U}$, под вектором состояния внешней среды – векторная функция времени $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{X}$, $t \in \mathbf{T}$.

Множества $\mathbf{Y}, \mathbf{U}, \mathbf{X}$ принадлежат соответствующим нормированным функциональным пространствам; множество $\mathbf{P}$ принадлежит многомерному, а множество $\mathbf{T}$ – одномерному евклидову пространству.

При фиксированном векторе параметров $\overline{\mathbf{p}} \in \mathbf{P}$ и векторе состояния внешней среды $\overline{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{X}$ множество состояний $\mathbf{Y}$ сужается до множества $\overline{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y}^{\mathbf{\Omega}}(\overline{\mathbf{x}}, \overline{\mathbf{p}}, \mathbf{U})$, и таким образом модель становится *замкнутой.*

Если отображение, задаваемое оператором $\mathbf{\Omega}$, является однозначным, а вектор состояния внешней среды $\mathbf{x}(t)$ и вектор параметров $\mathbf{p}$ детерминированы, такую модель будем называть *детерминированной*. Для детерминированной модели множество допустимых состояний $\hat{\mathbf{Y}} \subseteq \mathbf{Y}$ однозначно определяется множеством условий функционирования $\mathbf{W}$, т. е.

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y}^{\Omega}(\mathbf{X}, \mathbf{P}, \mathbf{U})$$

Примерами *недетерминированной* модели служат модель, включающая в себя стохастический вектор состояния внешней среды $\mathbf{x}(t)$ или вектор параметров $\mathbf{p}$, модель с неоднозначным оператором $\mathbf{\Omega}$.

3. Наблюдаемость и автономность модели

Свойство наблюдаемости оператора $\mathbf{\Omega}$ на подмножестве допустимых состояний системы $\hat{\mathbf{Y}} \subseteq \mathbf{Y}$ находится в определенной связи со свойством автономности и может определяться следующим образом. Пусть данному вектору состояния системы $\mathbf{y}$ соответствует подмножество состояний внешней среды $\mathbf{X}^{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{y}) \subseteq \mathbf{X}$,

$$\forall \mathbf{y} \in \hat{\mathbf{Y}}, \exists \mathbf{X}^{\Omega}(\mathbf{y}), \mathbf{p} \in \mathbf{P}, \mathbf{u} \in \mathbf{U}, \forall \mathbf{x} \in \mathbf{X}^{\Omega}(\mathbf{y}) : \mathbf{y} \in \mathbf{Y}^{\Omega}(\mathbf{x}, \mathbf{p}, \mathbf{u}).$$

Имеет место **X**-*наблюдаемость* модели, если множество состояний внешней среды $\mathbf{X}^{\mathbf{\Omega}}(\mathbf{y})$, соответствующее данному вектору состояния системы $\mathbf{y}$, состоит из одного элемента. Это означает однозначную зависимость состояния системы от состояния внешней среды (*наблюдаемость* в классическом понимании).

Пусть множество *допустимых* состояний внешней среды $\hat{\mathbf{X}} \subseteq \mathbf{X}$ включает в себя только те состояния, которые определяют допустимые состояния системы:

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^{\Omega}(\hat{\mathbf{Y}}) = \bigcup_{y \in \hat{\mathbf{Y}}} \mathbf{X}^{\Omega}(\mathbf{y}).$$

Если множество $\mathbf{X}^{\Omega}(\mathbf{y})$ пусто, а $\hat{\mathbf{X}}$ не пусто, это означает, что состояние $\mathbf{y}$ нереализуемо (недопустимо). В случае, когда любому элементу множества допустимых состояний системы $\hat{\mathbf{Y}} \subseteq \mathbf{Y}$ соответствует все множество допустимых состояний внешней среды $\hat{\mathbf{X}}$,

$$\forall \mathbf{y} \in \overline{\mathbf{Y}} : \overline{\mathbf{X}} \subseteq \mathbf{X}^{\Omega}(\mathbf{y}),$$

модель системы *автономна* на допустимом множестве $\overline{\mathbf{Y}}$. Таким образом, модель системы автономна, если отсутствует ее **X**-наблюдаемость. Например, метамодель замкнутой управляемой динамической системы автономна. Кроме того, модель системы автономна, когда множество $\overline{\mathbf{X}}$ пусто или состоит из единственного элемента. В последнем случае имеют место одновременно наблюдаемость и автономность. Когда условие автономности нарушается, но найдется собственное подмножество $\overline{\overline{\mathbf{Y}}} \subset \overline{\mathbf{Y}} \subseteq \mathbf{Y}$, на котором выполняется условие автономности, можно говорить о *частичной автономности* модели системы на допустимом множестве $\overline{\mathbf{Y}}$. Аналогично можно говорить о частичной автономности на множестве $\overline{\mathbf{X}}$, если найдется собственное подмножество $\overline{\overline{\mathbf{X}}} \subset \overline{\mathbf{X}} \subseteq \mathbf{X}$, на котором выполняется условие автономности.

Модель системы, находящейся в полной изоляции от внешней среды, а также когда условие наблюдаемости выполняется на единственной траектории $\mathbf{x}(t)$ внешней среды из $\overline{\mathbf{X}}$ для любой векторной функции состояния системы $\mathbf{y}(t) \in \overline{\mathbf{Y}}$, автономна.

В случае недетерминированной модели системы, понятия наблюдаемости и автономности несут дополнительную смысловую нагрузку. Если состояния внешней среды определены не точно, имеет место *слабая наблюдаемость*. Если состояния внешней среды измеряются посредством неоднозначного оператора измерения $\mathbf{z}(\mathbf{x})$, отображающего некоторое подмножество состояний среды $\mathbf{X}^{Z}$ в результат наблюдения $\mathbf{z}$, *слабая наблюдаемость* имеет форму **Z**-*наблюдаемости*.

При наличии **X**-наблюдаемости слабая наблюдаемость определяет *слабую автономность* системы, что позволяет говорить о ее *толерантности* к внешним возмущениям. Свойства толерантности системы определяются оператором действия $\mathbf{\Omega}$ и оператором измерения $\mathbf{z}(\mathbf{x})$. Степень толерантности системы зависит от размера множества $\mathbf{X}^{Z}$, который может характеризоваться параллелепипедом покрытия $\Delta\mathbf{x}(\mathbf{z})$.

Для того, чтобы определить степень автономности системы при наличии недетерминированности внешней среды, можно использовать отношения величины интервала изменения внешнего параметра к соответствующему изменению внутреннего параметра системы. Чем больше это отношение, тем более толерантна система к вариации соответствующего параметра внешней среды ли погрешности его измерения.

По i-й компоненте вектора состояния системы $\mathbf{y}$ показатели толерантности могут определяться отношением интервалов Δx_j к $\Delta y_i(\Delta\mathbf{x})$ и образуют матрицу $\mathbf{\Theta}$

$$\theta_{ij} = \Delta x_i / \Delta y_j.$$

Если оператор измерения $\mathbf{z}(\mathbf{x})$ взаимно-однозначный, элементы матрицы толерантности $\mathbf{\Theta}$ определяются как

$$\theta_{ij} = \partial x_i / \partial y_j .$$

Таким образом, числовой характеристикой слабой автономности модели может служить матрица толерантности $\mathbf{\Theta}$. Чем больше коэффициенты этой матрицы, тем больше степень автономности модели. Если система автономна (отсутствует **X**-наблюдаемость), $\theta_{ij} = \infty$. Малые значения элементов матрицы $\mathbf{\Theta}$ свидетельствуют о сильной зависимости системы от факторов внешней среды.

4. Результаты расчетов для модели воспроизводства

Рассмотрим модель экономики, имеющей компоненту состояния π - показатель воспроизводства системы (продуктивность) определяемую с помощью оптимизационной задачи [4]. Запишем формулировку этой оптимизационной задачи: найти

$$\max_{V_i} \pi ,$$

при условиях

$$V_i(t) \geq \pi \sum_{j=1}^{n} a_{ij} V_j(t) ,$$

$$V_i(t) \geq V_i(t-1),\ i = 1,...,n ,$$

где a_{ij} – коэффициенты удельных затрат, объемы выпуска благ V_j, образующие вектор выпусков **V**.

Будем рассматривать объемы V_j в качестве переменных внешней среды. Очевидно, что такая модель не является автономной, но с точки зрения слабой автономности можно рассмотреть показатели толерантности системы к изменениям объемов V_j.

Для определения границ диапазона бескризисного функционирования экономической системы использовались показатели толерантности экономической системы к вариациям отраслевых показателей (предельные приращения), означающие относительное приращение отраслевого показателя в процентах, при неизменности остальных, дающее 1% приращения показателя воспроизводства ν. В таблице 1 приведены показателей толерантности отраслей при коэффициентах удельных затрат, соответствующих статистическим данным РФ.

Таблица 1. Показатели толерантности по выпускам отраслей.

Отрасль	**Толерантность по выпускам, %**
Электроэнергетика	22
Нефтегазовая промышленность	22
Угольная промышленность	115
Прочая топливная промышлен-ность	8434
Черная металлургия	34
Цветная металлургия	44
Химическая и нефтехи-мическая промыш-ленность	17
Машиностроение и металлообработка	9

Отрасль	Толерантность по выпускам, %
Лесная, деревообрабатывающая и целлюлозно-бумажная промышленность	38
Промышленность строительных материалов (включая стекольную и фарфорофаянсовую)	82
Легкая промышленность	9
Пищевая промышленность	8
Прочие отрасли промышленности	60
Строительство	46
Сельское и лесное хозяйство	12
Транспорт и связь	11
Торговля, посредническая деятельность и общественное питание	10
Прочие виды деятельности по производству товаров и услуг	110
Здравоохранение, физическая культура и социальное обеспечение, образование, культура	22
Жилищно-коммунальное хозяйство и непроизводственные виды бытового обслуживания населения	39
Финансы, кредит, страхование, управление, общественные объединения	67
Наука и научное обслуживание, геология и разведка недр, геодезическая и гидрометеорологическая	46
Конечное потребление домашних хозяйств	3

Курсивом здесь выделены отрасли, для которых экономическая система имеет наименьшую толерантность (наибольшую чувствительность) по отношению к приращению выпусков. Эти отрасли дают наибольший вклад в продуктивность экономической системы при увеличении объемов их выпусков, инвестировании, внедрении инноваций.

В условиях внешней нестабильности эти отрасли могут оказать наиболее отрицательное воздействие на динамику экономической системы, поскольку колебания объемов выпуска у них меньше, чем у остальных отраслей демпфируются межотраслевыми связями и входят в наибольшее противоречие с общенациональными интересами.

Потенциал продуктивности экономической системы по статистическим данным определен на уровне π^0 = 29,6%, текущая продуктивность – на уровне π = 10,7%. Текущее значение показателя отклонения экономической системы от состояния равновесия определено на уровне π / π^0 =0,36.

5. Заключение

Экономическое развитие России, как и многих стран, имеет циклический характер, при котором периоды роста сменяются кризисными фазами. Каждый такой цикл можно рассматривать как нарушение равновесного режима функционирования хозяйственных процессов, связанное с возникновением факторов, ускоряющих или ограничивающих воспроизводство ресурсов и средств жизнедеятельности [5]. Наряду с периодичными циклами имеют место апериодические, нерегулярные изменения, иногда носящие катастрофический характер. В 21-м веке ожидается уникальная по историческим масштабам фаза мирового кризиса, связанная с исчерпанием невозобновляемых ресурсов, перенаселением, усилением поляризации государств по их экономическому потенциалу.

В случае быстрого запуска эффективного рынка в России (что само по себе требует жесткого антимонопольного регулирования и поэтому является проблематичным) саморегулирующаяся экономика способна обеспечить рост экономики в пределах срока исчерпания ее невозобновляемых ресурсов.

Для устойчивого функционирования экономики недостаточно действия одних только краткосрочных механизмов саморегулирования. Инновационное развитие, научно-технический прогресс, долгосрочное бескризисное функционирование способны поддерживаться совокупным действием механизмов саморегулирования и управления с долгосрочными обратными связями. Формирование эффективных механизмов саморегулирования, согласованных с долгосрочными управляющими воздействиями, вместо спонтанного должно носить системный и целенаправленный характер. Расчет и прогнозирование оценок параметров равновесных режимов экономики позволяют обоснованно формировать экономические и иные, сопряженные с ними условия устойчивого развития страны [6].

Список литературы

1. Пащенко Ф.Ф., Гусев В.Б., Абдикеев Н.М., Кузнецов Н.В., Павельев В.В., Гринева Н.В. Индикативное планирование и управление устойчивым инновационным развитием региона. М.: Русайнс, 2016. 188 с.
2. Гусев В.Б. Модели систем с автономным управлением. М.: ИПУ РАН, 2014. 284 с.
3. Гусев В.Б. Модели автономного управления в развивающихся системах // Проблемы управления. 2018. №.6. С. 2-17.
4. Гусев В.Б.. Моделирование экономических процессов в состоянии динамического равновесия. //Сибирский журнал индустриальной математики. 2004. Т. VII, 3(19). С. 84-94.
5. Проблемы моделирования воспроизводства ВВП России. / В.С. Лисин, В.И. Антипов, В.Б. Гусев и др. – М.: ТЕИС, 2004. 232 с.
6. Гусев В.Б., Ефременко В.Ф., Левинталь А.Б., Павельев В.В., Пащенко Ф.Ф., Дургарян И.С. Индикативное планирование и проведение региональной политики. М.: Финансы и статистика, 2007. 368 с.