

УДК 519.8

# МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПРОАКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С КОМПЕНСАЦИЕЙ ВОЗМУЩЕНИЙ

**А.С. Гниденко**

*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН*  
Россия, 199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В.О., 39  
E-mail: [juca.deoliveira88@gmail.com](mailto:juca.deoliveira88@gmail.com)

**В.В. Бураков**

*Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН*  
Россия, 199178, Санкт-Петербург, 14-я линия В.О., 39  
E-mail: [burakov@eureca.ru](mailto:burakov@eureca.ru)

**Ключевые слова:** робастное управление, компенсация возмущений, сложный динамический объект, параметрическая адаптация, управляемая система.

**Аннотация:** В условиях управления сложным динамическим объектом в реальном времени в контексте многокритериальной оптимизации постоянно приходится сталкиваться с отклонениями управляемого объекта от построенного плана, вызванными как внешними возмущениями, носящими стохастический характер, так и недостатком и неполнотой знаний о характеристиках управляемого объекта в процессе построения плана. В данной работе предложены модели и алгоритмы компенсации такого рода отклонений применительно к управлению отдельным железнодорожным составом в рамках разрабатываемого многоуровневого полимодельного комплекса, предназначенного для группового планирования и координации движения составов.

## 1. Введение

Существующие методы и методики оптимального управления позволяют решать большой класс сложных задач в условиях многокритериальности, наличия большого числа ограничений и высокой размерности фазового вектора, описывающего состояния управляемого объекта. Существующие подходы обеспечивают высокую устойчивость к локальным экстремумам, хорошую сходимостью, а также устойчивость к изменениям в процессе реализации плана. Однако при решении реальных задач, в первую очередь связанных с управлением в реальном времени, отклонения от оптимального плана являются, вызванные рядом причин, являются неизбежными и в той или иной степени присутствуют на всем протяжении реализации оптимального процесса. Особенно сильно этот эффект проявляется при попытке применить одну и ту же комплексную модель и алгоритмы управления для целого класса управляемых объектов, свойства которых в той или иной степени различны. Поскольку разработка модели, уточнение алгоритмов, калибровка и программная автоматизация процесса управления связаны с большими

затратами, целесообразно обеспечивать возможность применения одного и того же модельно-алгоритмического обеспечения для целого класса объектов, при условии корректной адаптации к состоянию и характеристикам реального объекта.

Поэтому задачи компенсации отклонений, а также уточнения характеристик модели должны решаться в каждый момент времени рассматриваемого промежутка. В данной работе будут рассмотрены алгоритмы, позволяющие осуществлять адаптивное управление в реальном времени на примере управления железнодорожным составом (ЖС). Предложенные алгоритмы являются частью разрабатываемого иерархического полимодельного комплекса, предназначенного для комплексного группового планирования и координации движения составов, более подробно рассмотренного в работе [1].

## 2. Модель движения состава

Движущийся железнодорожный состав (ЖС) представляет собой управляемую систему, динамика которой описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x} = f(t, x, u).$$

Вектор состояния рассматриваемой системы состоит из следующих величин:

$$x = \|t, v, u_{act}\|^T,$$

где  $t$  – время,  $v$  – скорость движения состава,  $u_{act}$  – фактическое значение отработчика контроллера, отличающееся от заданного в переходных процессах. В качестве свободной переменной выбрана координата состава  $s$ . Вектор управляющих воздействий в данной задаче является одномерным, величина допустимого управления находится в пределах  $u \in U = [-1, 1]$ , где  $-1$  соответствует полному механическому торможению,  $1$  – полной тяге. Уравнения движения состава для выбранного вектора состояния выглядят следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{ds} = \frac{1}{x_2} \\ \frac{dx_2}{ds} = \frac{1}{x_2} (u_f f(x_2) - u_r r(x_2) - u_b b(x_2) - w(x_2) - g(x_1)), \\ \frac{dx_3}{ds} = \begin{cases} 0, & x_3 = u, \\ \frac{f_{sw}(x_3)}{x_2}, & x_3 \neq u \end{cases} \end{cases}$$

где  $u_f$ ,  $u_r$ ,  $u_b$  – компоненты управления, относящиеся к тяге, рекуперативному и полному механическому торможению соответственно,  $f(x_2)$ ,  $r(x_2)$ ,  $b(x_2)$  – соответствующие коэффициенты сил с учетом тяговых и тормозных характеристик,  $w(x_2)$  – собственное сопротивление движению,  $g(x_1)$  учитывает уклон железнодорожного полотна,  $f_{sw}(x_3)$  описывает инерцию управления при переключениях.

Пусть определен промежуток  $[s_0, s_f]$ , заданы фазовые и изопериметрические ограничения, а также определен функционал качества управления рассматриваемой системой, связанный с минимизацией затрат электроэнергии при прохождении участка за заданное время, имеющий следующий вид:

$$E = \xi \eta_T \int_{s_0}^{s_f} (u_f f(x_2) - \eta_R u_r r(x_2)) ds,$$

где  $\xi$  соответствует массогабаритным характеристикам поезда,  $\eta_T$  – КПД тяги,  $\eta_R$  – коэффициент возврата энергии в сеть при рекуперативно-реостатном торможении.

На основе этих исходных данных при помощи ресурсоемких методов оптимизации, в частности принципа максимума Понтрягина, построен оптимальный план, более подробно рассмотренный в работе [2]. Иными словами, существует управление  $\tilde{u}(s)$  и соответствующая ему траектория  $\tilde{x}(s)$ , составляющие оптимальный процесс и доставляющие максимум интегральному показателю качества на рассматриваемом промежутке. Однако для корректной реализации построенного оптимального процесса необходима дополнительная процедура, связанная с компенсацией отклонений.

### 3. Алгоритм компенсации отклонений

В условиях управления реальным динамическим объектом, фазовое пространство которого является непрерывным, отклонение от рассчитанной траектории в той или иной мере присутствует практически всегда, а случай отсутствия отклонений в некоторой точке  $s'$ , по сути, является вырожденным, для него  $u^*(s') = \tilde{u}(s')$ . В таких условиях задачу синтеза оптимального управления при наличии отклонений приходится решать на всем промежутке  $[s_0, s_f]$  по мере реализации плана. Однако в условиях управления ЖС время на выработку и реализацию управленческого решения строго ограничено, так как отклонения могут не просто нарушить оптимальность, но и привести к фатальным последствиям в случае бездействия. Поэтому полное перепланирование как ответная реакция на обнаружение возмущений в ряде задач неприменимо, требуется менее вычислительно емкая операция, позволяющая сохранить интегральные показатели качества в допустимых пределах.

Для решения указанной задачи адаптивного управления в условиях возмущений предлагается следующий подход. Пусть свободная переменная в момент формирования управляющего воздействия имеет значение  $s'$ , соответственно фазовый вектор системы  $\tilde{x}(s')$  имеет отклонение относительно оптимальной траектории  $x^*(s)$  в точке  $s'$ . Для расчета предлагается задать промежуток  $[s', s'']$ ,  $s' < s'' < s_f$ , и в качестве целевого функционала рассматривать не исходные показатели качества, учтенные при построении оптимального плана, а интегральные показатели невязки между оптимальной траекторией и фактической рассчитанной траекторией на промежутке  $[s', s'']$  при реализации тех или иных управляющих воздействий. Таким образом, целевой функционал будет записан в следующем виде:

$$(1) \quad J = - \int_{s'}^{s''} k(s) (\|x^d(s)\|) ds,$$

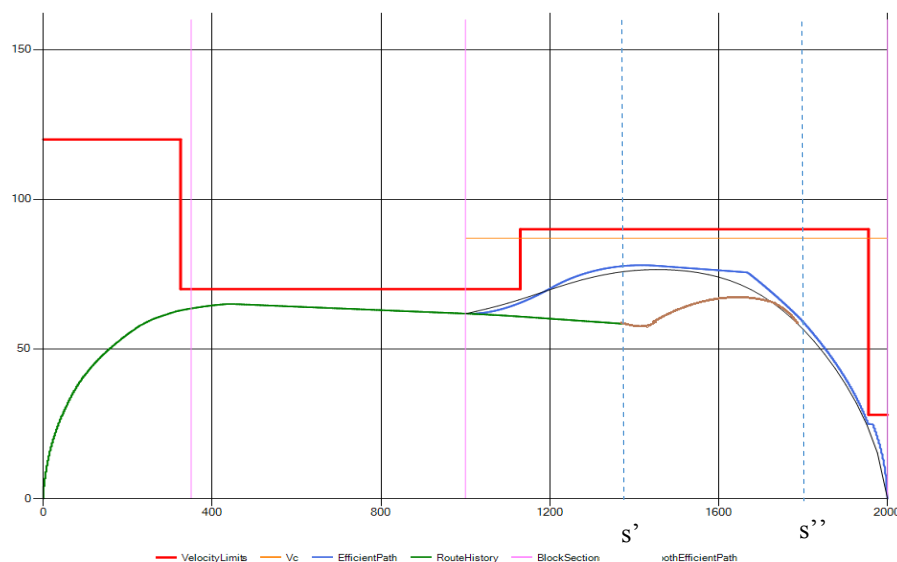
где  $x^d(s) = x(s) - x^*(s)$ ,  $\|x_d(s)\|$  является взвешенной нормой вектора отклонений, которую предлагается рассчитывать следующим образом:

$$\|x^d(s)\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i(s) (x_i^d(s))^2}$$

где  $n$  – размерность фазового вектора,  $w(s)$  – вектор весовых коэффициентов перемен-

ных состояния, необходимый с учетом того, что разные составляющие могут иметь различный вклад в интегральную невязку. Дополнительная неубывающая функция  $k(s)$  в формуле (1), определенная на промежутке  $[s', s'']$ , необходима для обеспечения сходимости к оптимальной траектории по мере приближения к конечной точке  $s''$ . Сам промежуток  $[s', s'']$  выбирается из соображений баланса точности за счет длительного прогнозирования и сложности расчетов при численном интегрировании фазового вектора. Учитывая, что вид траектории  $x^*(s)$  известен на промежутке  $[s', s''] \in [s_0, s_f]$  такая оптимизация минимизирует отклонения и обеспечит максимальное приближение к оптимальному плану, что в свою очередь гарантирует сохранение результирующих показателей качества в допустимой области. Применительно к оптимальному управлению ЖС данная задача интерпретируется как минимизация отклонения эпюры скорости на участке  $[s', s'']$  при наличии дополнительных ограничений на фазовый вектор, главным образом связанные с существованием статических и динамических ограничений скорости, носящих кусочно-постоянный характер. При этом  $\tilde{y}(s)$  на промежутке должна носить кусочно-постоянный характер, и ввиду того, что промежуток выбирается небольшим, а частые переключения неэффективны, целесообразно ограничить число переключений управления в  $[s', s'']$  двумя.

При расчете оптимального управления с учетом ограниченного времени для минимизации интегральной невязки по эпюре скорости предлагается использовать простой метод золотого сечения. Мгновенное значение управления  $u(s')$  ищется в интервале  $[-1, 1]$  с целью минимизации интегральной невязки. При этом  $k(s)$  выбирается из соображений усиления влияния невязки при приближении к концу промежутка. Рис. 1 иллюстрирует принцип расчета управления в условиях отклонений.



**Рис. 1.** Расчет управления в условиях отклонений от плана.

Из рисунка видно, что текущее положение ЖС имеет отклонение от эпюры оптимальной скорости, выделенной синем цветом, в точке  $s'$ . В соответствии с алгоритмом на  $[s', s'']$  рассчитывается эпюра минимальной невязки по скорости, и соответствующее ей начальное управление. В конкретном примере для компенсации использовалось одно переключение управления. В данной постановке при использовании золотого сече-

ния задача расчета управления становится значительно менее вычислительно сложной и может быть применена в условиях жестких ограничений на время выработки управленческого решения. Предложенный подход не отменяет необходимости перепланирования и пересчета оптимального процесса при обнаружении отклонений от ранее построенного плана в целях улучшения интегральных показателей качества для нового состояния объекта. Однако эта потенциально вычислительно емкая процедура может производиться значительно реже, в фоновом режиме, и это не повлияет на отзывчивость подсистемы управления.

## 4. Заключение

Предложенные в работе методики позволяют эффективно решать задачу управления сложным динамическим объектом в условиях отклонений от рассчитанного оптимального процесса. Благодаря облегченному расчету оптимального управления с компенсацией возмущений появляется возможность сочетать достоинства сложных методов оптимизации, устойчивым к локальным экстремумам, и высокую скорость расчетов, критичную в условиях ограниченного времени на принятие управленческих решений. Рассмотренный в данной работе алгоритм является частью многоуровневого модельно-алгоритмического комплекса, предназначенного для группового планирования и координации движения и относится к нижнему уровню управления отдельно взятым ЖС. Эффективная компенсация отклонений при реализации плана для отдельно взятого ЖС позволяет повысить робастность комплексного плана в целом, снизить влияние возмущений, связанных с движением ЖС. выполненные по данной тематике, проводились при частичной финансовой поддержке грантов РФФИ (№№ 16-29-09482-офи-м, 17-08-00797, 17-06-00108, 17-01-00139, 17-20-01214, 17-29-07073-офи-м, 18-07-01272, 18-08-01505, 19-08-00989), Госзадания Министерства образования и науки РФ №2.3135.2017/4.6, в рамках бюджетной темы №№0073-2019-0004, и Международного проекта ERASMUS+, Capacity building in higher education, №73751-EPP-1-2016-1-DE-EPPKA2-SBHE-JP.

## Список литературы

1. Гниденко А.С., Зеленцов В.А., Кулаков А.Ю. Иерархический полимодельный комплекс комбинированного планирования функционирования транспортно-логистических систем // Труды международной научной конференции Mathematical methods in engineering and technology MMET NW 2018. 10-14 сентября 2018 г., Санкт-Петербург. С. 259-262.
2. Sokolov B., Gnidenko A., Shalyto A. Models and algorithms of operational planning and control of dynamical objects with application of the Pontryagin's Maximum principle // Proceedings of the 2017 IEEE 5th Workshop on Advances in Information, Electronic and Electrical Engineering AIEEE. Latvia, Riga, 24-25 November, 2017.