

О РЕФЛЕКСИВНЫХ ОПЕРАЦИОННЫХ ИГРАХ С ИЕРАРХИЧЕСКИМ ВЕКТОРОМ ИНТЕРЕСОВ

В.В. Шевченко

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН

Россия, 119333, Москва, Вавилова ул., 40

E-mail: vsh1953@mail.ru

Ключевые слова: операционные игры, рефлексивные игры, игры с иерархическим вектором интересов, исследование операций, теория игр.

Аннотация: Определяется класс игровых моделей, интегрирующий базовые представления теорий рефлексивных игр (Д.А. Новиков, А.Г. Чхартишвили), операционных игр (А.Ф. Кононенко, В.В. Шевченко) и игр с иерархическим вектором интересов (И.А. Ватель, Ю.Б. Гермейер). Рассматриваются возможные приложения и перспективы развития направления исследований, возникающего в связи с определением класса рефлексивных игр с иерархическим вектором интересов.

1. Введение

Сформировавшаяся в процессе решения прикладных задач в области организации, управления, прогнозирования в ОПК РФ и промышленном комплексе Москвы с применением представлений и методов теории игр и исследования операций методология операционного игрового сценарного моделирования опирается на использование обобщающего класса игровых моделей, названных операционными играми [1]. По своей сути операционная игра является динамическим ансамблем статических игр, описывающих «простейшие факты экономической жизни» ([5], стр. 33), хозяйственные факты, исполняемые в один такт дискретного времени, в котором рассматривается производственно-экономическое взаимодействие. Динамический процесс описывается в «бухгалтерском» пространстве, переменные трактуются как сальдо счетов, число переменных удваивается, наряду с динамикой сальдо счета отслеживается динамика его оборотов по дебету или кредиту (знание динамики сальдо и динамики одного из оборотов достаточно для определения динамики другого оборота). В каждый момент дискретного времени разыгрывается определенная совокупность статических игр и изменяются обороты и сальдо рассматриваемых счетов (базовых – первичных и аналитических). При анализе различных сценариев игрового взаимодействия (соответствующего тому или иному реальному взаимодействию) используется принцип рефлексивной оптимизации, в соответствии с которым каждый игрок при принятии любого решения делает те или иные предположения о стратегиях поведения других игроков и о реализации неопределенных факторов, позволяющие свести задачу принятия данного решения к оптимизационной задаче. Такой подход показывает свою работоспособность при описании и анализе как микро-, так и макроэкономических процессов.

В [2] и других работах авторов определен класс рефлексивных игр. Рефлексия разделяется на информационную и стратегическую. Для рассмотрения информационной

рефлексии разработан математический аппарат, позволяющий проводить рефлексивный анализ игровых взаимодействий в части информированности игроков и их предположений о реализации природных факторов при фиксированных принципах принятия решений игроками и при предположении о неукоснительном соблюдении игроками принятых обязательств (договоренностей) либо об отсутствии таковых. Рассматривается множество $N = \{1, 2, \dots, n\}$ агентов (игроков). Констатируется присутствие неопределенного параметра $\theta \in \Omega$, при этом множество Ω определяется как общее знание. Рассматриваются представления всех агентов о параметре θ : $\theta_i \in \Omega, i \in N$; представления всех агентов о представлениях всех агентов о параметре θ : $\theta_{ij} \in \Omega, i, j \in N$ и так далее. Под структурой информированности I рассматриваемой игры понимается бесконечное n -дерево, в корневой вершине которого стоит сам параметр θ , N исходящих из нее ветвей заканчиваются вершинами с представлениями об этом параметре с одним индексом и так далее. Проведен анализ многих примеров информационной рефлексии в многих известных простых играх. Затрагиваются и вопросы стратегической рефлексии, рассматриваются некоторые примеры стратегической рефлексии с использованием аппарата биматричных игр.

В [3] определен весьма интересный в теоретическом и прикладном аспекте класс игр с иерархическим вектором интересов. Рассматривается игровое взаимодействие многих игроков нулевого уровня, формирующих коалиции первого уровня, которые, в свою очередь, формируют коалиции второго уровня и т.д. Для игроков и коалиций заданы функции выигрышей (в более общем случае можно говорить и о многокритериальных принципах оптимальности). Интересы игроков нулевого уровня определяются в виде тех или иных сверток их личных интересов и интересов тех коалиций, в которых они присутствуют (сами или как участники коалиций первого уровня, которые входят в коалиции второго уровня и т.д.). Для игры с распределением каждым игроком ограниченного ресурса и свертки в виде минимума представлен алгоритм определения всегда существующего сильного равновесия по Нэшу.

Синтезируя базовые представления теории операционных игр [1], теории рефлексивных игр [2], теории игр с иерархическим вектором интересов [3] можно определить класс рефлексивных операционных игр с иерархическим вектором интересов, в рамках которого можно описывать самые различные реальные игровые взаимодействия, учитывая при этом и способности участников игрового взаимодействия к рефлексивному анализу, и многоаспектность их интересов и сложный характер реальных игровых взаимодействий, по существу являющихся динамическими ансамблями статических игр (руководитель той или иной структуры, к примеру, в каждый момент времени отслеживает действия многих своих подопечных, проводя вместе с ними многие операции). При этом естественно начать с детального рассмотрения самого простого примера такого синтеза. Что и было сделано в работе [4].

2. Игра «семейный компромисс»

В работе [4] описана оригинальная статическая операционная рефлексивная игра с иерархическим вектором интересов, являющаяся обобщением рассмотренной в [2] игры «Семейный спор». Описанная игра названа «Семейный компромисс». При анализе этой игры предполагается, что при построении своих стратегий поведения игроки рефлексивуют как информационно, так и стратегически. Для проведения такого рефлексивного анализа используется предложенное в [4] обобщение представленного в [2] понятия игры, при котором кортеж, описывающий рефлексивную игру в [2], дополняется

множеством возможных образов поведения одних игроков в предположении других. Определение и проведенный качественный анализ игры «Семейный компромисс» имеют вид:

Игроки: M и J . Счета: время M и время J с одинаковым начальным сальдо S . Три совместные производственные операции по производству семейного блага ($O1$), блага для M ($O2$), блага для J ($O3$). Каждый игрок может распределить свое время между участием в операциях $O1$, $O2$, $O3$: $tm_1 + tm_2 + tm_3 \leq S$, $tw_1 + tw_2 + tw_3 \leq S$. Каждая операция получает время, равное минимуму из выборов игроков. Операции имеют трудоемкости, выраженные во временах совместных действий, необходимых для производства единицы соответствующего блага: p_1, p_2, p_3 . Производство благ $O1$, $O2$, $O3$: $p_1 \cdot \min(tm_1, tw_1)$, $p_2 \cdot \min(tm_2, tw_2)$, $p_3 \cdot \min(tm_3, tw_3)$ соответственно. Компоненты вектора интересов M – производство блага $O1$ и производство блага $O2$, вектора интересов J – производство блага $O1$ и производство блага $O3$.

Принимается свертка векторов интересов в виде суммы с коэффициентами альтруизма α_m и α_w . Функции выигрышей игроков M и J имеют вид: $\alpha_m \cdot p_1 \cdot \min(tm_1, tw_1) + p_2 \cdot \min(tm_2, tw_2)$, $\alpha_w \cdot p_1 \cdot \min(tm_1, tw_1) + p_3 \cdot \min(tm_3, tw_3)$.

Каждый игрок может не рефлексировать и использовать тот или иной принцип оптимальности (гарантированный результат, равновесие по Нэшу, иной), либо рефлексировать. Рефлексируя, он может верно или неверно понять другого игрока. Можно рассматривать различные порядки ходов, различные варианты информированности игроков о производительности операций и о коэффициентах альтруизма друг друга. Ресурс времени и правила игры естественно считать известными обоим игрокам.

В случае, если α_m и α_w больше нуля (игроки не чистые эгоисты), сильные равновесия в игре возможны лишь тогда, когда весь ресурс времени S задействован. В противном случае коалиция обоих игроков может направить свободный ресурс времени на производство семейного блага и получить лучший совместный результат. В таких равновесиях $tm_1 = tw_1 = t_1$, $tm_2 = tw_2 = t_2$, $tm_3 = tw_3 = t_3$, $t_1 + t_2 + t_3 = S$.

Если $\alpha_m \cdot p_1 > p_2$ или/и $\alpha_w \cdot p_1 > p_3$ - сильным равновесием является направление всего ресурса времени S на операцию $O1$. Действительно, в этом случае, тому, для кого создание семейного блага выгоднее, отклоняться нет смысла. Другой, отклоняясь, также не увеличит свой выигрыш. Никакое совместное отклонение также не может увеличить выигрыш каждого, поскольку выигрыш одного из игроков – максимально возможный. Выигрыш $p_1 \cdot (\alpha_m + \alpha_w) \cdot \min(tm_1, tw_1) + p_2 \cdot \min(tm_2, tw_2) + p_3 \cdot \min(tm_3, tw_3)$ M и J вместе в случае сильного равновесия при не чистых эгоистах равен $p_1 \cdot (\alpha_m + \alpha_w) \cdot t_1 + p_2 \cdot t_2 + p_3 \cdot (S - t_1 - t_2) = [p_1 \cdot (\alpha_m + \alpha_w) - p_3] \cdot t_1 + (p_2 - p_3) \cdot t_2 + p_3 \cdot S$. При $p_1 \cdot (\alpha_m + \alpha_w) > p_2$ направление всего ресурса времени S на операцию $O1$ максимизирует этот суммарный выигрыш, является простым равновесием, но не обязательно является сильным равновесием. Простым равновесием во всех случаях является любой совместный выбор, при котором выполнены условия: $tm_2 \geq tw_2$, $tw_3 \geq tm_3$, $tw_1 = tm_1$.

3. Динамическое обобщение игры «семейный компромисс»

Рассмотренная статическая рефлексивная операционная игра «семейный компромисс» может рассматриваться и как повторяющаяся игра, в процессе которой описанная статическая игра разыгрывается раз за разом, изо дня в день. Отказавшись от пред-

положения о независимости таких розыгрышей (такая независимость является характерной особенностью повторяющихся игр), получим динамическое игровое взаимодействие, в котором условия проведения игры существенно меняются от момента к моменту. Такую игру можно назвать динамическим обобщением статической игры «семейный компромисс».

В динамической игре семейный компромисс участники могут в каждый момент времени анализировать результаты игрового взаимодействия до текущего момента и изменять свои коэффициенты альтруизма и другие параметры своих принципов оптимальности. Что в значительной мере обогатит статическую постановку, позволит рассматривать игровые взаимодействия между супругами различного характера, изучать и анализировать самые различные аспекты такого взаимодействия.

4. Класс рефлексивных операционных игр с иерархическим вектором интересов и возможности его использования

Под рефлексивной операционной игрой с иерархическим вектором интересов общего вида будем понимать операционную игру [1], в которой множество и интересы игроков описываются так, как в играх с иерархическим вектором интересов [3], а информированность и множества стратегий игроков описываются как в предложенном в [4] обобщении класса рефлексивных играх [2], с использованием описанных в [2,4] представлений о структуре информированности и множестве образов игровых взаимодействий.

Теория операционных игр была сформулирована и развита в процессе практической работы в рамках реализации ФЦП «Реформирование и развитие ОПК 2002-2006 годы», проведения сценарного моделирования динамики основных показателей развития промышленного комплекса (и его отраслей, а затем и видов экономической деятельности) и ОПК (и его научной и производственной составляющих, различных отраслей) г. Москвы при разработке промышленной политики Правительства Москвы на 2007-09 годы и Генеральной схемы развития и размещения промышленности Москвы 2008-2020 годы, а также в процессе разработки модуля моделирования СЦ ГАС ГОЗ [6-13].

Представление микро- или макроэкономического процесса в виде операционной игры позволяет проводить имитационное моделирование различных сценариев рассматриваемого взаимодействия с прогнозированием полной динамики оборотов и сальдо рассматриваемых счетов (базовых и аналитических), рационализировать стратегии поведения игроков путем сопоставления многих сценариев. При наличии соответствующих методов точной оптимизации могут определяться и оптимальные стратегии поведения игроков в определенных ситуациях. Использование весьма общего определения аналитического счета (счет, обороты и сальдо которого являются произвольными вычислимыми функциями оборотов и сальдо базовых и других аналитических счетов) позволяет использовать в процессе операционного игрового сценарного моделирования любые содержательные и конструктивные наработки экономико-математического моделирования.

Рассмотрение и использование рефлексивных операционных игр с иерархическим вектором интересов может значительно расширить и углубить перечисленные прикладные возможности операционного игрового сценарного моделирования.

5. Заключение

Рассмотрение простых операционных игр с рефлексией и иерархическим вектором интересов можно считать первым шагом в определении и исследовании такого класса игровых моделей. Далее естественно перейти к рассмотрению более сложных игр того же класса с большими числами игроков, операций, уровней иерархических векторов интересов. Это в значительной мере приблизило бы абстрактную математическую теорию игр к адекватному описанию и исследованию реальных производственно- и социально-, микро- и макроэкономических взаимодействий. В рассматриваемом обобщающем классе игровых моделей учитывается сложный характер реальных интересов реальных игроков (личностей), заботящихся в той или иной мере и об эгоистических выгодах, и о выгодах семьи, коллектива, региона, страны, планеты в целом (иерархический вектор интересов с многокритериальными, в общем случае, интересами игроков нулевого уровня и коалиций разных уровней). Процесс игрового взаимодействия атомизируется и рассматривается как процесс последовательного, такт за тактом, проведения игроками многих индивидуальных и совместных операций. Учитываются самые различные возможности информированности игроков в процессе игрового взаимодействия, возможности как информационной, так и стратегической рефлексии игроков в процессе формирования ими стратегий поведения.

При рассмотрении и анализе сложных рефлексивных операционных игр с иерархическим вектором интересов, конечно, возникнут задачи большой математической сложности. Но, как справедливо заметили авторы основополагающей монографии «Теория игр и экономическое поведение»: «Важно осознать, что экономисты не могут надеяться на более легкую судьбу, чем та, которая постигла ученых других специальностей» ([5], стр. 33).

Список литературы

1. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Операционные игры. Теория и приложения. М.: ВЦ РАН, 2013. 136 с.
2. Новиков Д.А., Чхартишвили А.Г. Рефлексия и управление (математические модели). М.: Физматлит, 2013, 411 с.
3. Гермейер Ю.Б., Ватель И.А. Игры с иерархическим вектором интересов // Техническая кибернетика. 1974. № 3. С. 54-69.
4. Шевченко В.В. О рефлексивном анализе игровых взаимодействий // Труды IX Московской международной конференции по исследованию операций (ORM'2018). Москва, 22-27 октября 2018 г. М.: «МАКСпресс», 2018. Т. II. С. 50-54.
5. Нейман Дж., Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение / Пер. с англ. М.: Наука, 1970. 707 с.
6. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Задачи управления производственными корпорациями и операционные игры. М.: ВЦ РАН, 2004. 42 с.
7. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Использование игрового и сценарного моделирования в решении задач управления промышленным комплексом региона. М.: ВЦ РАН, 2007. 48 с.
8. Матвеева Л.К., Ковалев А.М., Кононенко А.Ф., Косенкова С.Т., Шевченко В.В. Применение аппарата операционного игрового моделирования для разработки сценарного плана развития промышленной деятельности // Научно-технический сборник «Вопросы оборонной техники». Серия 3, Вып. 1 (338). М., 2007. С. 19-27.
9. Кононенко А.Ф., Шевченко В.В. Операционные игры – эффективный инструмент для согласования экономических интересов территориальных и отраслевых объединений // Научно-технический сборник «Вопросы оборонной техники». Серия 3, Вып. 2 (339). М.: 2007. С. 34-43.
10. Кононенко А.Ф., Карпусь Н.П., Кузин А.Г., Шевченко В.В. Игровые операционные модели процесса федерально-регионального управления развитием ОПК РФ // Системы и средства связи, телевидения и радиовещания. 2007. № 1-2. С. 23-31.