

УДК 004.921 + 004.942 + 62.529

# МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ВОКСЕЛЬНОЙ МОДЕЛИ С ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫМ ОПРЕДЕЛЕНИЕМ КОНТУРА ОБХОДА

**А.М. Плаксин**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: [a.m.plaksin@gmail.com](mailto:a.m.plaksin@gmail.com)

**А.А. Сычева**

*Московский государственный технологический университет «Станкин»*  
Россия, 127055, Москва, Вадковский пер., 3А  
E-mail: [sycheva.a@rambler.ru](mailto:sycheva.a@rambler.ru)

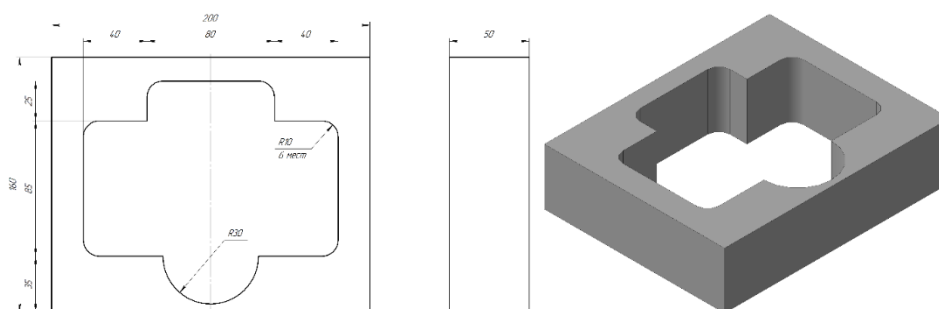
**Ключевые слова:** САПР, математическое моделирование, аналитическое моделирование, функционально-воксельная модель, механическая обработка, моделирование резания, тепловые воздействия.

**Аннотация:** В работе изложен подход к моделированию чистового прохода обрабатываемого инструмента по заданному контуру детали на основе функционально-воксельного метода. Описана проблема влияния различных физических процессов, возникающих при механической обработке, на конечную форму детали. Предложено решение по корректированию инструмента при обходе заданного контура с учетом тепловых воздействий в зоне резания.

## 1. Постановка задачи

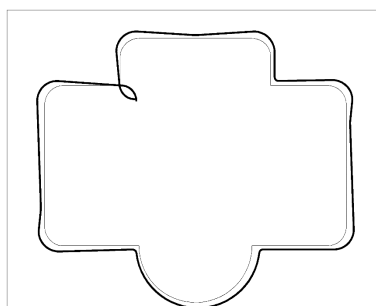
Современные подходы в САПР для построения траектории движения инструмента используют набор поверхностей и их взаиморасположение друг относительно друга. При таком решении результирующий код управляющей программы определит чистой проход инструмента однозначно по номинальной границе поверхности детали. Ввиду известной степени влияния физических процессов, возникающих в зоне резания, инженер-технолог выполняет корректировку траектории движения инструмента на основе личного опыта или данных моделирования исходной модели в других модулях САПР, например, исследование тепловых или пластических деформаций [1]. Таким образом, определить результирующую траекторию движения инструмента однозначным образом на выходе САМ-модуля является актуальной задачей.

Для наглядного примера, в статье используется деталь несложной формы со сквозным окном, имеющим комбинированную геометрию, представленная на рис. 1.



**Рис. 1.** Исходная деталь заданной геометрии.

При исключении влияния физических процессов в зоне резания чистой обход при обработке сквозного окна повторит его контур. Таким образом действуют большинство САПР. В случае учета физических процессов траектория движения инструмента примет примерный вид, показанный на рис. 2. Такой обход инструмента задает инженер-технолог, руководствуясь личным опытом и статистическими данными. Наглядность примера более очевидна без использования СОЖ, где влияние тепловых воздействий на порядок выше. После обработки при комнатной температуре деталь примет окончательный вид. Траектория указана схематически, чтобы оценить наиболее узкие места обработки (большая площадь контакта инструмента).



**Рис. 2.** Предполагаемая траектория движения обрабатывающего инструмента при чистовом проходе.

Траектория движения инструмента приобретает форму, достаточно отличную от заданной геометрии детали. Также, имеет место отсутствие в траектории движения примитивных составляющих типа окружность, линия, и возникает необходимость в точечном моделировании движения с последующей аппроксимацией.

## 2. Функционально-воксельная модель

Основой метода является принцип получения графических образов для функции, приведенной к повышенному пространству, позволяющих отобразить ее локальные геометрические характеристики (компоненты нормали в точке). Такой подход позволяет оперативно получать для исследования дифференциальные и интегральные характеристики в точках функциональной области и применять их в задачах математического моделирования. В качестве способа задания обрабатываемого объекта (содержащую информацию о геометрии детали) используется математический аппарат R-функций, который позволяет аналитически описывать функциональную область объекта. Процесс описания объекта как функциональной области сводится к формализации некото-

рой замкнутой области, принимающей нулевые значения на границе, положительные значения внутри и отрицательные значения вне области. Такое представление объекта делает возможным вычисление локальных геометрических характеристик в точках его пространства [2, 3].

### 2.1. Решение задачи поиска контуров в ФВМ

Для решения поставленной задачи в двумерном пространстве необходимо R-функционально описать выбранную модель в системе РАНОК [4] и сформировать базовые М-образы. В конечном варианте модель аналитически представляется локальной функцией вида:

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

Функция в рамках функционально-воксельного метода для двумерной модели всегда имеет указанный вид, что для вычислений на ЭВМ является однородной и формализованной записью. Коэффициенты А, В, С и D кодируются базовыми М-образами, которые для описанной задачи выглядят следующим образом (см рис. 3).

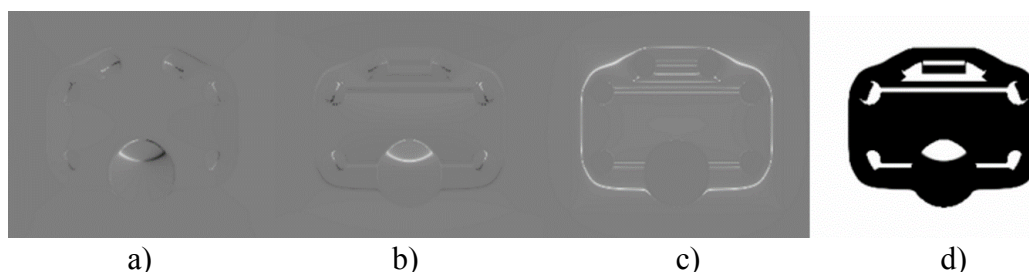


Рис. 3. Базовые М-образы исходной модели.

Рис. 3 отображает представление каждого коэффициента переменных функций в воксельном виде:

- a) базовый М-образ коэффициента А (при переменной x функции);
- b) базовый М-образ коэффициента В (при переменной y функции);
- c) базовый М-образ коэффициента С (при переменной z функции);
- d) базовый М-образ коэффициента D (свободный член функции).

На данном этапе уже очевидно, что определение границ исходной модели затруднено. Для того, чтобы иметь графически определенное значение нуля функции (границы модели) необходимо инвертировать отрицательное пространство модели, а значит, графически вычислить модуль функции. Таким образом, получим следующие базовые М-образы, представленные на рис. 4.

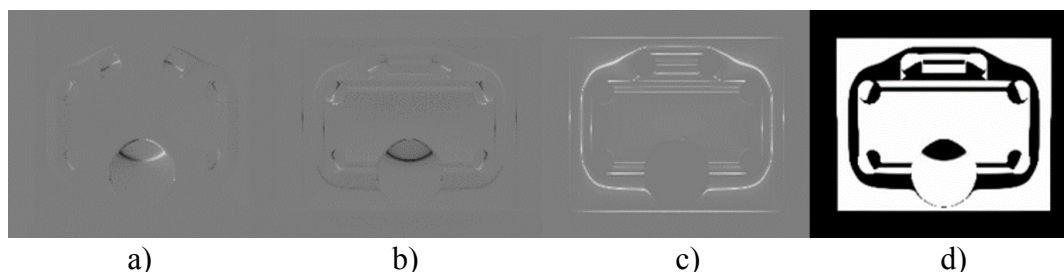


Рис. 4. Базовые М-образы модели после вычисления модуля ее функции.

Предварительные контуры модели уже можно отследить на сформированных М-образах, представленных на рис. 4. Такой информации для вычисления на ЭВМ недос-

точно, т.к. неочевидность компоновки примитивных геометрических объектов и неоднозначность перепада градации цвета не позволяют точно определить границу модели. Для исключения указанного недостатка необходимо создать порожденные М-образы, которые будут сочетать взаимную информацию базовых М-образов. Иными словами, необходимо сменить угол положения начала координат, т.е. вращать систему координат вокруг модели, полученной при выполнении операции модуля над функцией, и сформировать новые образы, которые представлены на рис. 5.

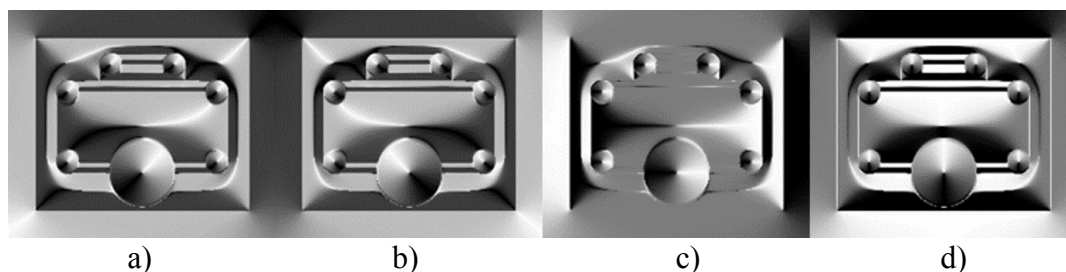


Рис. 5. Порожденные М-образы модели.

Очевидные границы представляют собой значения нуля функции, а пиковые изображения – ее максимальные экстремумы. Применяя алгоритм градиентного спуска, выделим границы контуров модели. Т.к. содержащиеся в модели примитивные геометрические объекты также несут графическую информацию, то они также будут влиять на выделение контуров. В двумерном случае сквозное окно представляется отрицательным пространством среды и не является частью модели. Таким же образом и среда вокруг модели является отрицательным пространством среды. Это означает, что они могут являться информацией для отсечения посторонних данных о контурах, как это видно из рис. 6. В трехмерном пространстве для сквозных окон можно использовать указанный подход, а для глухих карманов – перепад высот соседних точек.

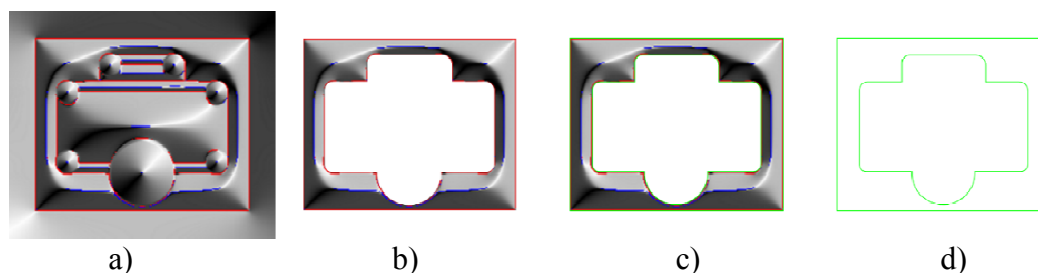


Рис. 6. Порядок выделения контуров модели.

Рис. 6 отражает последовательность выделения контуров в ФВМ. Красным цветом помечаются значения нуля функции, а синим – максимальные экстремумы. Последовательность шагов имеет вид:

- выделение значения нуля функции и максимальных экстремумов методом градиентного спуска;
- выполнения функции вычитания в ФВМ области отрицательных значений, используемых из базовым М-образов;
- обход границ контуров, значение которых равно нулю (только красный цвет, конечный контур отмечен зеленым цветом);
- окончательный контур заданной модели.

При данном подходе реализовано решение по выделению контура модели, который вполне справедливо можно использовать, как контур чистового обхода инструмента без влияния физических процессов, происходящих в зоне резания. В расчете участвует только ФВМ, анализ ее М-образов и порождение новых образов, необходимых в расчете.

## 2.2. Учет тепловых воздействий

Для исследования поведения теплового потока, а именно его распространения и рассеивания в материал, необходимо моделирование тепловых процессов и исследование типовых характеристик. При моделировании тепловых характеристик будем использовать тепловой тензор – тензор второго ранга, определяемый квадратной матрицей  $3 \times 3$ . Такой тензор будет задавать объемный вектор, т.е. векторное поле, в котором каждой точке рассматриваемого пространства будет ставиться в соответствие вектор, определяемый функциями отдаления и направления от заданной точки [5].

В рассматриваемом случае необходимо учитывать приложенную к точке температуру, функцию распространения тепла и приводящий к равновесию значение прилагаемой температуры в кратчайший момент времени с объемом ее распределения коэффициент. В общем виде функция распространения теплового потока будет иметь вид:

$$T(x, y, z) = \sum_{i=1}^n (\eta \cdot t_i \cdot g(x, y, z)).$$

Обозначим объем определяемой функцией  $g$  фигуры как  $V_g$ .

При этом уравнивающий коэффициент «эта» будет рассчитываться по формуле:

$$\eta = \frac{1}{v_g}.$$

В представленном рассмотрении поставленной задачи при моделировании теплового потока не учитываются свойства материала. При таком упрощении при точечном приложении тепла к поверхности законом его распространения будет являться гиперболоид вращения с центром в точке приложения тепла, функция  $g$  которого имеет вид:

$$g(x, y, z) = \frac{1}{\Delta + x^2 + y^2 + z^2}.$$

Плоское сечение определяемой данной функцией фигуры изображено на рис. 7.

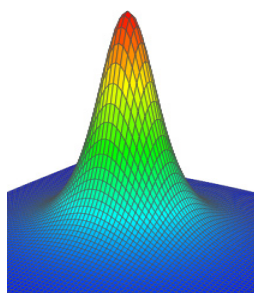
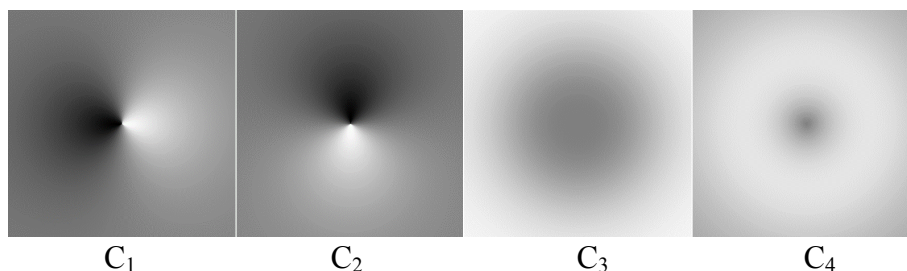


Рис. 7. Плоское сечение фигуры  $g$ .

В случае построения функционально-воксельной модели представленного закона распространения тепла необходимы четыре образа-модели, изображенные на рис. 8, обозначаемые как  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  и  $C_4$ .



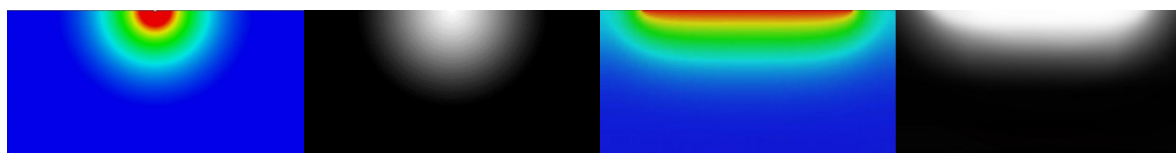
**Рис. 8.** М-образы по оси «X», по оси «Y», по оси «Z» и расстояния от начала координат.

Применение представленных М-образов позволяет значительно упростить вычисление предлагаемой функции  $g$ , определяющей распространение теплового потока по гиперболическому закону с параболическим погашением. Таким образом, данная функция в двумерном варианте выражается как:

$$T_i(x, y) = 1 \cdot t_i \cdot g'(x, y) \rightarrow g'(x, y) = \frac{C_4}{C_3} - \frac{C_1}{C_3} x - \frac{C_2}{C_3}.$$

Рассмотрим двумерную реализацию точечного и распределенного приложения тепла к поверхности с распространением теплового потока внутрь материала методом конечных элементов и методом функционально-воксельного моделирования [6]. При этом для моделирования распределенного приложения тепла площадка контакта рассматривается как последовательность точек приложения тепла, с учетом распределения и угасания, наложения тепловых потоков во взаимном влиянии друг на друга рядом расположенных источников.

На рис. 9 продемонстрированы результаты моделирования точечного и распределенного приложения тепла. Нельзя не заметить, что при использовании МКЭ из-за невозможности работать с точечным приложением тепла в качестве источника тепла будет выступать некоторая площадка, изображенная на рисунке в виде «выемки». Функционально-воксельная модель обходит данный недостаток и позволяет получить более точный результат.



**Рис. 9.** Реализация теплового потока МКЭ (цветное изображение) и МФВ (монохромное изображение).

Из представленных изображений можно сделать вывод, что применение функционально-воксельного метода не только не уступает методу конечных элементов, но и позволяет получить более точные результаты. В перспективе применение предложенного метода к задачам моделирования теплового потока позволит перейти к моделированию распространения тепла в материал от динамически перемещающегося источника.

## Список литературы

1. Плаксин А.М., Толоч А.В. Функционально-воксельная модель в задачах интеллектуализации систем автоматизированного проектирования // Вестник МГТУ Станкин. М.: МГТУ Станкин, 2017. № 2 (41). С. 75-78.

2. Толок А.В. Функционально-воксельный метод в компьютерном моделировании. М.: Физматлит, 2016. 112 с.
3. Tolok A.V., Tolok N.B., Loktev M.A. Voxel representation of local geometry // International Conferences on Interfaces and Human Computer Interaction 2018 Game and Entertainment Technologies 2018 and Computer Graphics, Visualization, Computer Vision and Image Processing 2018. Part of the Multi Conference on Computer Science and Information Systems 2018. P. 435-438.
4. Максименко-Шейко К.В., Шейко Т.И., Толок А.В. R-функции в аналитическом проектировании с применением системы «РАНОК» // Вестник МГТУ «Станкин».
5. Сычева А.А., Плаксин А.М. Применение функционально-воксельной модели к моделированию тепловых характеристик // Труды 18-й Международной молодежной конференции «Системы проектирования, технологической подготовки производства и управления этапами жизненного цикла промышленного продукта» (CAD/CAM/PDM-2018, Москва). М.: ИПУ РАН, 2018. С. 92-96.
6. Ахметшин Р.И., Мигранов М.Ш., Верещака А.А. Моделирование тепловых процессов при резании инструментом с функциональными покрытиями // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. 2007. № 2. С. 116-119.