УДК 621.396; 621.8

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕЧАТНОГО УЗЛА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ТЕМПЕРАТУР

Н.К. Юрков
Пензенский государственный университет
Россия, 440026, г. Пенза, ул. Красная, 40
yurkov_nk@mail.ru

И.И. Кочегаров
Пензенский государственный университет
Россия, 440026, г. Пенза, ул. Красная, 40
kipra@mail.ru

Г.В. Таньков
Пензенский государственный университет
Россия, 440026, г. Пенза, ул. Красная, 40
kipra@mail.ru

Ключевые слова: печатный узел, механические воздействия, температура, математическое моделирование, переменная плотность, метод конечных разностей.

Аннотация: Предлагается численная модель для динамического анализа поведения пластинчатой конструкции печатного узла при одновременном воздействии как вибрационных, так и тепловых нагрузок. Описание напряженного состояния упругой среды реализовано с помощью уравнений Ламе. Предложен способ учета диссипативных сил на основе коэффициента динамической вязкости. Предложенная модель предназначена для нахождения перемещений, ускорений и напряжений на поверхности пластины, что позволяет в любые моменты времени вычислить значения механических параметров (напряжения и перемещения). Рассмотрен режим вынужденных колебаний пластинчатой конструкции, закрепленной через амортизаторы. Выбрана конечно-разностная аппроксимация для режима вынужденных колебаний. В качестве исходных данных используются массо-габаритные характеристики пластины, а также начальные и граничные условия. Выходными данными являются нормальные и касательные напряжения на поверхности, которые используются для последующего анализа и учета влияния температуры. Это позволяет оценить распределение механических напряжений, возникающих при совместном действии температуры и вибраций на поверхность платы и определить места установки элементов, наиболее чувствительных к механическим воздействиям.

1. Введение

В ходе эксплуатации радиоэлектронных средств (РЭС) необходим учет внешних воздействий – механических, тепловых, электромагнитных и др. Во многих практических случаях эти совместные воздействия лишь усугубляют отрицательные последствия друг друга, снижая надежность систем. В общем виде все внешние воздействия следует учитывать не по отдельности, а в комплексе. Для ответственных применений электронных средств, таких как системы авионики и ракетно-космической техники, необходимо учитывать ударные нагрузки в десятки и сотни g, высокочастотные вибрационные воздействия, а также высокие и низкие температуры окружающей среды, которым может подвергнуться электронные средства. Многое при этом определяется типом крепления печатных узлов в блоках электронной аппаратуры. Не менее важным моментом является предварительный анализ механических напряжений и ускорений на поверхности платы при заданных вариантах крепления. Это позволит осуществить обоснованный выбор элементной базы и мест для их размещения.

Основой печатного узла в большинстве случаев является диэлектрическое основание в виде пластины заданной формы. Пластинчатые конструкции наиболее чувствительны к механическим воздействиям. Поэтому, несмотря на то, что исследованиям колебаний пластин посвящено достаточно много работ, например [1, 3, 5, 6], вопросы анализа динамики пластин с учетом специфики конструкций РЭС и особенностей комплексного учета как механического, так и теплового воздействий составляют актуальную задачу.

Для решения этой задачи необходимо создать математическую модель, позволяющую учесть совместные тепловые и механические воздействия на пластинчатые конструкции. Модель должна определить напряжения и ускорения на плате, с тем, чтобы на ранних стадиях проектирования обеспечить надежность системы за счет обоснованного выбора мест расположения элементов платы при заданных внешних воздействиях на печатный узел.

2. Математическая модель состояния пластинчатой конструкции

При создании математической модели, позволяющей учесть динамические воздействия на пластинчатые конструкции, механические процессы при динамических внешних воздействиях на печатные узлы представляются в виде решения нестационарной краевой задачи [4].

При решении задач динамического анализа пластинчатые конструкции радиоэлектронных средств рассматривают как системы с распределенными параметрами [3]. При этом модели имеют вид системы дифференциальных уравнения в частных производных, полученных на основе уравнений Ламе. Уравнения напряженного состояния трехмерной упругой среды в прямоугольной системе координат имеют вид [4]:

$$
\begin{aligned}
&(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 w}{\partial x\partial z}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\\
&(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial y^2}+(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y\partial z y}+\frac{\partial^2 u}{\partial y\partial x}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z^2}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial x^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial t^2},\\
&(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+(\lambda+\mu)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial x}+\frac{\partial^2 \upsilon}{\partial z\partial y}\right)+\mu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)=\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2},
\end{aligned}
\tag{1}
$$

где λ и μ – константы Ламе, характеризующие физико-механические свойства материала, ρ – плотность материала, u, υ, w – перемещение элемента по осям x, y, z соответственно (от начального положения), t – время.

При этом

$$\lambda = \frac{E(T)\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)},$$
(2)
$$\mu = \frac{E(T)}{2(1+\nu)},$$

где $E(T)$ – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, ρ – плотность материала, T – температура.

В выражениях (1) в явном виде отсутствует зависимость от температуры. В (2) от температуры зависит модуль Юнга $E(T)$, причем эта зависимость обычно нелинейная и задается в табличном виде или в виде номограмм [2]. С практической точки зрения такая система уравнений удобна тем, что ее решение позволяет получить механические напряжения на поверхности пластины. Решение данной системы в аналитическом виде возможно лишь для ограниченного класса задач. Для пластин сложной формы следует использовать некоторые ограничения, что позволит преобразовать задачу из трехмерной в двухмерную. Это удобно сделать на основе полиномов Лежандра.

3. Упрощение математической модели пластинчатых конструкций

Для моделирования динамических процессов в пластинчатых конструкциях обычно используется бигармоническое уравнение. Это уравнение для низкочастотных процессов дает удовлетворительные для практики результаты при правильном выборе численного метода расчета [5]. Для получения значений амплитуды вибраций пластин разложим производные по перемещениям и напряжениям по толщине пластины в ряд по полиномам Лежандра [3]. После подстановки значений полинома в уравнения Ламе (1) и интегрирования по толщине пластины z получаем уравнения динамического равновесия пластины в виде:

$$\left[(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} + \lambda\frac{\partial^2 \upsilon_n}{\partial x \partial y} + \frac{\lambda}{h_z}\sum_m A_m \frac{\partial w_m}{\partial x}\right] + \left[\mu\left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \upsilon_n}{\partial x \partial y}\right)\right] -$$
$$-\left[\frac{\mu}{h_z^2}\sum_q A_{nq} u_q + \frac{\mu}{h_z}\sum_\rho (1+2\rho)\frac{\partial^2 w_\rho}{\partial x}\right] + \frac{1}{h_z}\left[\sigma_{xz}(h_z) - (-1)^n \sigma_{xz}(-h_z)\right] = \rho\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2},$$
(3)
$$\left[(\lambda+2\mu)\frac{\partial^2 \upsilon_n}{\partial y^2} + \frac{\lambda}{h_z}\sum_m A_m \frac{\partial w_m}{\partial y} + \lambda\frac{\partial^2 u_n}{\partial x \partial y}\right] + \left[\mu\left(\frac{\partial^2 \upsilon_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_n}{\partial x \partial y}\right)\right] -$$
$$-\left[\frac{\mu}{h_z^2}\sum_q A_{nq} \upsilon_q + \frac{\mu}{h_z}\sum_\rho (1+2\rho)\frac{\partial w_\rho}{\partial y}\right] + \frac{1}{h_z}\left[\sigma_{yz}(h_z) - (-1)^n \sigma_{yz}(-h_z)\right] = \rho\frac{\partial^2 \upsilon_n}{\partial t^2},$$
$$\left[\left(\frac{\lambda+2\mu}{h_z^2}\right)\sum_q A_{nq} w_q + \frac{\lambda}{h_z}\sum_q (1+2\rho)\frac{\partial u_\rho}{\partial x} + \frac{\lambda}{h_z}\sum_q (1+2\rho)\frac{\partial \upsilon_\rho}{\partial y}\right] + \left[\mu\frac{\partial^2 w_n}{\partial x^2} +\right.$$
$$\left. + \frac{\mu}{h_z}\sum_m A_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial x}\right] + \left[\mu\frac{\partial^2 w_n}{\partial y^2} + \frac{\mu}{h_z}\sum_m A_m \frac{\partial^2 \upsilon_m}{\partial y}\right] + \frac{1}{h_z}\left[\sigma_{zz}(h_z) - (-1)^n \sigma_{zz}(-h_z)\right] =$$
$$= \rho\frac{\partial^2 w_n}{\partial t^2},$$

где A_m, A_{nq} – числовые коэффициенты, получаемые в результате интегрирования по толщине пластины; $m = (n+1),\ (n+3), (n+5),..., q = 1,2,3,...$ независимо от n; $\rho = (n-1), (n-3), (n-5),...,0 \quad \rho \geq 0$, где n – степень полинома Лежандра.

В полученную систему уравнений (3) в явном виде входят нормальные σ_{zz} и касательные σ_{yz}, σ_{xz} механические напряжения на поверхности платы. Влияние температуры выражается опосредованно через коэффициенты λ и μ (см. (2)). В результате решения системы (3) мы можем оценить влияние нормальных и касательных механических напряжений, возникающих в пластинчатой конструкции, а также определить степень влияния температуры T.

После несложных преобразований выражение (3) можно представить в бигармоническом виде

$$D\Delta^2 w + \left[\sigma_{zz}(h_z) - \sigma_{zz}(-h_z)\right] = -\rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \tag{4}$$

где Δ — оператор Лапласа, h_z– толщина платы, σ_{zz}– нормальные напряжения на поверхности.

Для учета потерь энергии на внутреннее трение используем уравнения динамического равновесия с учетом вязкости, тем самым объединяя диссипативные параметры и модель пластины на основе разложения функций в ряд по полиномам Лежандра. Обозначим левые части уравнений (3) через функции U_n, V_n и W_n, соответственно. В итоге получаем:

$$\begin{aligned} U_n + A_\eta \frac{\partial U_n}{\partial t} &= \rho \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2}, \\ V_n + A_\eta \frac{\partial V_n}{\partial t} &= \rho \frac{\partial^2 \upsilon_n}{\partial t^2}, \\ W_n + A_\eta \frac{\partial W_n}{\partial t} &= \rho \frac{\partial^2 w_n}{\partial t^2}, \end{aligned} \tag{5}$$

Система (5) предназначена для расчета нормальных и касательных напряжений с учетом диссипативных параметров и разложения по полиномам Лежандра. Система использует двухмерную постановку вместо трехмерной. Это, при условии анализа пластинчатых конструкций без крупногабаритных навесных элементов, минимально сказывается на точности и позволяет получить выигрыш во времени примерно на 30%.

Для практического использования необходимо учесть возможность закрепления пластины с помощью амортизаторов и получить выражения численного решения задачи, применимого для пластинчатых конструкций произвольной формы.

5. Конечно-разностная аппроксимация аналитической модели

Для расчета пластинчатых конструкций сложной формы с различными вариантами закрепления решение уравнений (5) возможно только в численном виде. Для этого систему уравнений приводятся к виду рекуррентных соотношений, с использованием конечно-разностной аппроксимации [3]. Для этого следует заменить производные по времени в левой части уравнений их разностными аналогами с шагом дискретизации по времени, равным τ. Раскрыв скобки и сгруппировав члены уравнения, в результате получим конечно-разностное решение:

$$(6)\quad \begin{aligned} &-\left[\frac{(1+AKV)D}{p_i\rho d}\Delta^2 w(t)+\frac{(1+AKV_a)}{p_i\rho d S_a}\{[C_{ав}+C_{ан}](w_i(t)-w_k(t))\}\right]- \\ &-\left[\frac{AKV\cdot D}{p_i\rho d}\Delta^2 w(t-\tau)+\frac{AKV_a}{p_i\rho d S_a}\{[C_{ав}+C_{ан}](w_i(t-\tau)-w_k(t-\tau))\}\right]=\frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2}, \end{aligned}$$

где $AKV=\frac{\eta}{\tau}$, $AKV_a=\frac{\eta_a}{\tau}$; p_i – коэффициент плотности, учитывающий массу навесного элемента [7], $w(t)$ – перемещения узлов платы в настоящем временном слое, $w(t-\tau)$ – перемещения в прошедшем временном слое.

Левая часть (6) представляет собой выражение для ускорение а каждой точки платы. Так как ускорение это вторая производная от перемещений по времени, то выразим правую часть уравнения ее разностным аналогом. В результате получим расчетное рекуррентное соотношение:

$$(7)\quad -\tau^2 a+2w(t)-w(t-\tau)=w(t+\tau).$$

Для исследования различных вариантов закреплений задаются граничные условия, представляющие собой коэффициент, описывающий поведение узла по временной оси. Варьируя это значение, можно получать как свободно закрепленный край, так и жесткое закрепление, включая промежуточные варианты, задаваемые коэффициентом жесткости закрепления [3].

6. Заключение

Предложена математическая модель пластинчатой конструкции электронного узла, которая позволяет учитывать одновременном воздействии как вибрационных, так и тепловых нагрузок. В полученную модель входят в явном виде входят нормальные и касательные механические напряжения на поверхности платы, а также температура, косвенно задаваемая через модуль Юнга. Это позволяет использовать нормальные и касательные напряжения на поверхности для последующего анализа и учитывать влияние температуры на получаемые расчетным путем динамические характеристики.

В результате мы получаем возможность оценить поверхность платы и определить места для установки наиболее чувствительных к механическим воздействиям элементов.

В качестве исходных данных для численного моделирования требуются массогабаритные характеристики пластины, начальные условия, которые определяются внешним воздействием, а также граничные условия, зависящие от способа закрепления.

Для разных способов закрепления граничные условия, задаются коэффициентами, описывающими поведение узла во временной оси. Варьируя значения этих коэффициентов, можно получить способ закрепления, соответствующий условиям реальной конструкции.

Следует отметить, что результаты моделирования по приведенной модели показали достаточно хорошую корреляцию с данными реальных испытаний. Для печатных узлов на основе фольгированного стеклотекстолита FR-4 при рабочих температурах от 0 до 85 °C расхождение с моделью без учета температуры составляет не более 5%, что сопоставимо с погрешностями расчета. При больших диапазонах рабочих температур отличия становятся заметнее и должны приниматься во внимание разработчиками электронных устройств для ответственного применения.

Список источников

1. Андреев А.Н., Немировский Ю.В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания // Новосибирск: Наука. 2001. 287 с.
2. Анурьев В.И. Справочник конструктора-машиностроителя. М.: Машиностроение, 2001. 912 с.
3. Тартаковский А.М. Математическое моделирование в конструировании РЭС: Монография. Пенза: Изд-во Пенз. гос. ун-та, 1995. 112 с.
4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: МГУ, 1999. 799 с.
5. Samarskii A. The theory of difference schemes. Moscow, Russia: Moscow M. V. Lomonosov State University, 2001. 788 p.
6. Shishulin D.N., Yurkov N.K., Yakimov A.N. Recearch of the Vibration Effects on the Mirror Antenna’s Radiation Using ANSYS. Lviv-Slavske, Ukraine: Lviv Polytechnical National University, 2014. 135 c.
7. Yurkov N.K. Characteristic features of the control of complex systems utilizing conceptual models // Measurement techniques. 2004. No. 4 (47). P. 339-342.