

УДК 517.977.1:62-503.57

ПРЕДОТВРАЩЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ АДАПТИВНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

Б.Р. Андриевский

*Институт проблем машиноведения РАН¹
Санкт-Петербургский государственный университет²
Университет ИТМО³*

¹Россия, 199178, Санкт-Петербург, В.О. Большой пр., д. 61

²Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9

³Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д. 49.

E-mail: boris.andrievsky@gmail.com

Е.В. Кудряшова

*Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9*

E-mail: kudryashova.helen@gmail.com

О.А. Кузнецова

*Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9*

E-mail: o.kuznetsova.math@gmail.com

Т.Н. Мокаев

*Санкт-Петербургский государственный университет
Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., д. 7–9*

E-mail: t.mokaev@spbu.ru

С.И. Томашевич

*Институт проблем машиноведения РАН¹
Университет ИТМО²*

¹Россия, 199178, Санкт-Петербург, В.О. Большой пр., д. 61

²Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, д.49.

E-mail: tomashevich.stanislav@gmail.com

Ключевые слова: флаттер крыла, автоколебания, активное подавление, адаптация, пассивфикация.

Аннотация: В докладе рассматриваются два вида нелинейных колебаний, возникающих в полете летательных аппаратов (ЛА): упруго-изгибный флаттер крыла и автоколебания ЛА по крену, появляющиеся при больших углах атаки (англ. – «wing-rock»). Условия возникновения и параметры этих автоколебательных процессов существенно зависят от режима полета ЛА (высоты, скорости, углов атаки и скольжения), что стимулирует применение адаптивного подхода для их предотвращения. В докладе эта задача решается применением так называемого «простого адаптивного управления», с неявной моделью, основанных на применении метода пассивфикации. Этот подход приводит к алгоритмам адаптации невысокого порядка, несмотря на то, что порядок модели объекта может быть большим. Приводятся результаты моделирования, для системы активного подавления упруго-изгибного флаттера крыла и предотвращения автоколебаний ЛА по крену на разных режимах полета, показывающие результативность предложенного подхода.

1. Введение

Полет летательных аппаратов (ЛА) связан с возможностью возникновения колебательных процессов, связанных с наличием нелинейности в контуре управления и аэродинамических свойствах ЛА. Их появление приводит к ухудшению качества управления, к возможности потери управляемости, связанной с возникновением предельных циклов большой амплитуды, и даже к разрушению ЛА. Сюда относится, например, так называемый «эффект возбуждения интегратора» (англ. *integrator wind-up*), который может возникнуть при наличии интегральной составляющей в законе автопилотирования [1–3]. Влияние нелинейностей типа «насыщение» может вызвать и так называемую *раскачку самолета летчиком* (РСЛ) (англ. – *Pilot Induced Oscillations*), нарушающую процесс пилотирования ЛА [4–6]. Это явление характеризуется быстро развивающимися колебаниями с нарастающей амплитудой по угловым скоростям, перегрузкам и угловым движениям пилотируемого ЛА.

К подобным опасным явлениям возникновения автоколебательных процессов в полете ЛА относятся и явление *флаттера*, а также автоколебания ЛА по крену при больших углах атаки (англ. – *wing rock*), которые рассматриваются в настоящем докладе.

Геннадий Алексеевич Леонов в последние годы активно занимался тематикой анализа возникновения и подавления колебаний в системах управления ЛА [2,3,6–13]. В настоящем докладе отражены некоторые результаты исследований, проводимых под его руководством.

В докладе рассматриваются два вида нелинейных колебаний, возникающих в полете ЛА: упруго-изгибный флаттер крыла и автоколебания ЛА по крену, которые могут возникнуть при больших углах атаки. Условия возникновения и параметры этих автоколебательных процессов существенно зависят от режима полета ЛА (высоты, скорости, углов атаки и скольжения), что стимулирует применение адаптив-

ного подхода для их предотвращения. В докладе показано применение для решения данной задачи так называемого «простого адаптивного управления» с неявной моделью, основанном на применении метода пассивации [14–16]. Этот подход приводит к алгоритмам адаптации невысокого порядка, несмотря на то, что порядок модели объекта может быть большим. Приводятся результаты моделирования, проведенные для систем активного подавления упруго-изгибного флаттера крыла и предотвращения автоколебаний ЛА по крену на разных режимах полета, показывающие результативность предложенного подхода.

2. Подавление изгибно-упругого флаттера крыла

Флаттер – это опасное явление возникновения нежелательных колебаний, которое происходит в гибких конструкциях, подверженных действию аэродинамических сил. Он происходит в результате взаимодействия аэродинамических сил, сил упругости и инерционности конструкции. Если скорость воздушного потока относительно летательного аппарата (ЛА) возрастает, то существует точка, в которой естественного демпфирования элементов конструкции ЛА недостаточно для того чтобы подавить движения, возникающие из-за поступления к ним дополнительной аэродинамической энергии. В результате могут появиться колебания, приводящие к разрушению конструктивных элементов ЛА. Ученые и инженеры на протяжении многих лет всесторонне изучали флаттер и разработали теоретические методы, объясняющие рождение флаттера и математические модели для анализа поведения ЛА и его частей при появлении флаттера. Изучению явления упруго-элеронного флаттера и анализу способа его подавления посвящена работа знаменитого советского ученого М.В. Келдыша [17], в которой рассмотрены модели возникновения флаттера органов управления самолета (рулей, элеронов) и его подавления с помощью гидравлических демпферов с нелинейной характеристикой.

2.1. Обзор публикаций по подавлению флаттера

Авторы [18] проанализировали двумерный аэродинамический профиль крыла с нелинейностью собственного движения по углу тангажа, который подвергается воздействию несжимаемого потока. Для скоростей полета, значительно меньших границы флаттера при линейном описании процесса, в работе получены области появления колебаний предельного цикла и показано, что существование этих областей сильно зависит от начальных условий и свойств аэродинамического профиля. Для небольших предварительных нагрузок конструкции найдены узкие области, где возникает хаотическое движение. Показано, что существование этого хаотического движения сильно зависит от таких параметров крыла, как масса, отношение частоты, конструктивное затухание и предварительная нагрузка. *Aliganbari* и *Price* [19] выполнили бифуркационный анализ двумерного крыла с конструктивной нелинейностью в виде кривой третьего порядка. Аэроупругие уравнения движения описываются системой из восьми ОДУ третьего порядка. Вычислены бифуркационные диаграммы, показывающие наличие как устойчивых, так и неустойчивых периодических решений. В случаях, когда преднагрузка конструкции мала, получаются области хаотического движения; существование хаоса также подтверждается вычислением показателей Ляпунова. *O'Neil* и *Strganac* [20] изучали кусочно-постоянные нелинейности в собственных

движениях аэроупругих систем. Авторы рассматривали непрерывные нелинейности, такие как ужесточение или смягчение упругости конструкции. Описано уникальное испытательное устройство, предназначенное для проведения экспериментальных исследований с воспроизведением предписанной нелинейной характеристики.

В ряде работ предлагаются некоторые методы управления с обратной связью для активного подавления флаттера. В [21] предлагается так называемый метод «адаптивного управления с структурированной эталонной моделью» (*structured model reference adaptive control SMRAC*) для подавления колебаний предельного цикла, происходящих в секции крыла, обладающих нелинейной жесткостью на кручение. Приводится сравнение с результатами активного управления на основе линеаризации адаптивной обратной связью, предложенной в [22]. Оба адаптивных регулятора реализованы для экспериментов в аэродинамической трубе. Показано, что колебания предельного цикла подавляются обоими регуляторами для скорости на 20% превышающей скорость, при которой автоколебания возникают без управления.

В [23] предложена активная нелинейная система управления для подавления флаттера в аэроупругой системе. Поскольку отдельные поверхности управления имеют ограниченную эффективность, в [23] предлагается управление с помощью управляющих поверхностей на передней и задней кромке. Предлагается и исследуется управление с обратной связью по состоянию на скользящем режиме высокого порядка, обеспечивающее устойчивость системы и устранение колебаний предельного цикла.

В настоящем докладе для аэродинамического профиля, описанного в [23] применяется так называемое *простое адаптивное управление* низкого порядка с «неявной эталонной моделью» (НЭМ) [24, 25]. Преимуществом этого подхода является то, что для адаптивных регуляторов с НЭМ порядок эталонной модели может быть небольшим, даже если объект управления описывается уравнениями высокого порядка. Кроме того, на этапе разработки алгоритма управления порядок модели объекта может быть неизвестным, что является отличительной особенностью систем с НЭМ по сравнению с традиционными системами БЧС с ЭМ [26]. Другим достоинством такого рода адаптивных регуляторов является возможность их использования когда задающее воздействие равно нулю (постоянно), то есть для задач стабилизации.

2.2. Математическая модель аэроупругой системы

В докладе рассматривается двумерное крыло, которое колеблется по углу тангажа и вертикальному смещению. Угол наклона α - это наклон крыла относительно оси упругости (α положителен, когда передний край крыла поднят). Смещение h положительно в нисходящем направлении. Упругая ось расположена на расстоянии $a_h b$ от средней хорды крыла, а центр масс находится на расстоянии $x_\alpha b$ от оси упругости. Оба расстояния положительны при измерении от заднего края профиля крыла.

Для кубических сил упругости и дозвуковой аэродинамики соответствующее матрично-векторное уравнение для отклонения и кручения крыла имеет вид [23, 24, 27]:

$$(1) \quad \begin{bmatrix} I_\alpha & m_w x_\alpha b \\ m_w x_\alpha b & m_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \\ \ddot{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_\alpha & 0 \\ 0 & c_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{h} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\alpha(\alpha) & 0 \\ 0 & k_h(h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ -L \end{bmatrix},$$

где m_t – общая масса основного крыла и несущей конструкции, m_w – масса основного крыла, x_α – безразмерное расстояние между центром масс и осью изгиба; I_α –

момент инерции; b - средняя хорда крыла; c_α , c_h - коэффициенты демпфирования от смещения и угла тангажа соответственно; $k_h(h)$ и $k_\alpha(\alpha)$ - коэффициенты жесткости пружины для смещения и угла тангажа, так что $\alpha k_\alpha(\alpha)$ является нелинейным слагаемым [23, 27] $\alpha k_\alpha(\alpha) = k_1\alpha + k_2\alpha^2$.

Аэродинамические слагаемые L , M (подъемная сила и крутящий момент) в низкочастотном диапазоне и в дозвуковом полете могут быть выражены как [23, 24]:

$$(2) \quad L = c_1 \left(\alpha + \left(\frac{\dot{h}}{U} + \left(\frac{1}{2} - a \right) b \frac{\alpha}{U} \right) \right) + c_1 c_{l_\beta} \beta + c_1 c_{l_\gamma} \gamma,$$

$$(3) \quad M = c_2 c_{m_{\alpha\text{-eff}}} \left(\alpha + \left(\frac{\dot{h}}{U} + \left(\frac{1}{2} - a \right) b \frac{\alpha}{U} \right) \right) + c_2 c_{m_{\beta\text{-eff}}} \beta + c_2 c_{m_{\gamma\text{-eff}}} \gamma,$$

В дальнейшем предполагается, что для управления используется только отклонение задней кромки, то есть в (2), (3), $\gamma(t) \equiv 0$. Линеаризуем (2) в окрестности начала координат и представим его в векторно-матричной форме $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}u(t)$, где \mathbf{A} - (4×4) -матрица системы, \mathbf{b} - (4×1) входная матрица, $u(t) \equiv \beta(t)$ обозначает управляющее воздействие (отклонение задней кромки). Пусть параметры модели аэродинамического профиля (2) для номинальных условий полета берутся как в [23]. Собственные значения матрицы \mathbf{A} равны $s = \{3.05 \pm 15i, -4.63 \pm 13.5i\}$, что показывает, что состояние равновесия системы (2), (3) неустойчиво в смысле Ляпунова. Между тем, из-за наличия кубической нелинейности в модели, траектории системы ограничены, и могут возникать колебания предельного цикла - явление флаттера крыла [27].

2.3. Подавление флаттера адаптивным управлением с НЭМ.

В настоящей работе для разработки активной системы подавления флаттера используется вариант простого адаптивного управления, основанный на реализации так называемой «невной эталонной модели» и «теоремы о пассивации» работ [14, 15].

Используем следующий пропорционально-дифференциальный алгоритм управления с адаптивной настройкой коэффициентов регулятора [14–16, 24, 25]:

$$(4) \quad u(t) = k_p(t)\alpha(t) + k_d(t)\dot{\alpha}(t),$$

$$(5) \quad \sigma(t) = \dot{\alpha}(t) + g_0\alpha(t),$$

$$(6) \quad \dot{k}_p(t) = \gamma\sigma(t)\alpha(t) - \lambda(k_p(t) - k_p^0), \quad k_p(0) = k_p^0,$$

$$(7) \quad \dot{k}_d(t) = \gamma\sigma(t)\dot{\alpha}(t) - \lambda(k_d(t) - k_d^0), \quad k_d(0) = k_d^0,$$

Для этого алгоритма проведено моделирование в предположении что динамикой исполнительного устройства можно пренебречь и считать что $\beta(t) \equiv u(t)$. Система (3), (4)–(7) была промоделирована при следующих значениях параметров адаптивного регулятора: $g_0 = 1.5$, $\gamma = 2 \cdot 10^3$, $\lambda = 1$, $k_p^0 = 0.1$, $k_d^0 = 0.1$ [с]. Для моделирования приняты следующие начальные условия: $\alpha(0) = 1/57.3$ [рад], $h(0) = 0.02$ [м], $\dot{\alpha}(0) = 0$, $\dot{h}(0) = 0$. Заметим, что начальные значения параметров регулятора $k_p^0 = 0.1$, $k_d^0 = 0.1$ [с] не обеспечивают стабилизацию состояния равновесия системы. Чтобы проиллюстрировать поведение системы, механизм адаптации включается в момент времени $t^* = 2$ [с]. До этого значения коэффициенты регулятора постоянны, $k_p(t) = 0.1$, $k_d(t) = 0.1$ с.

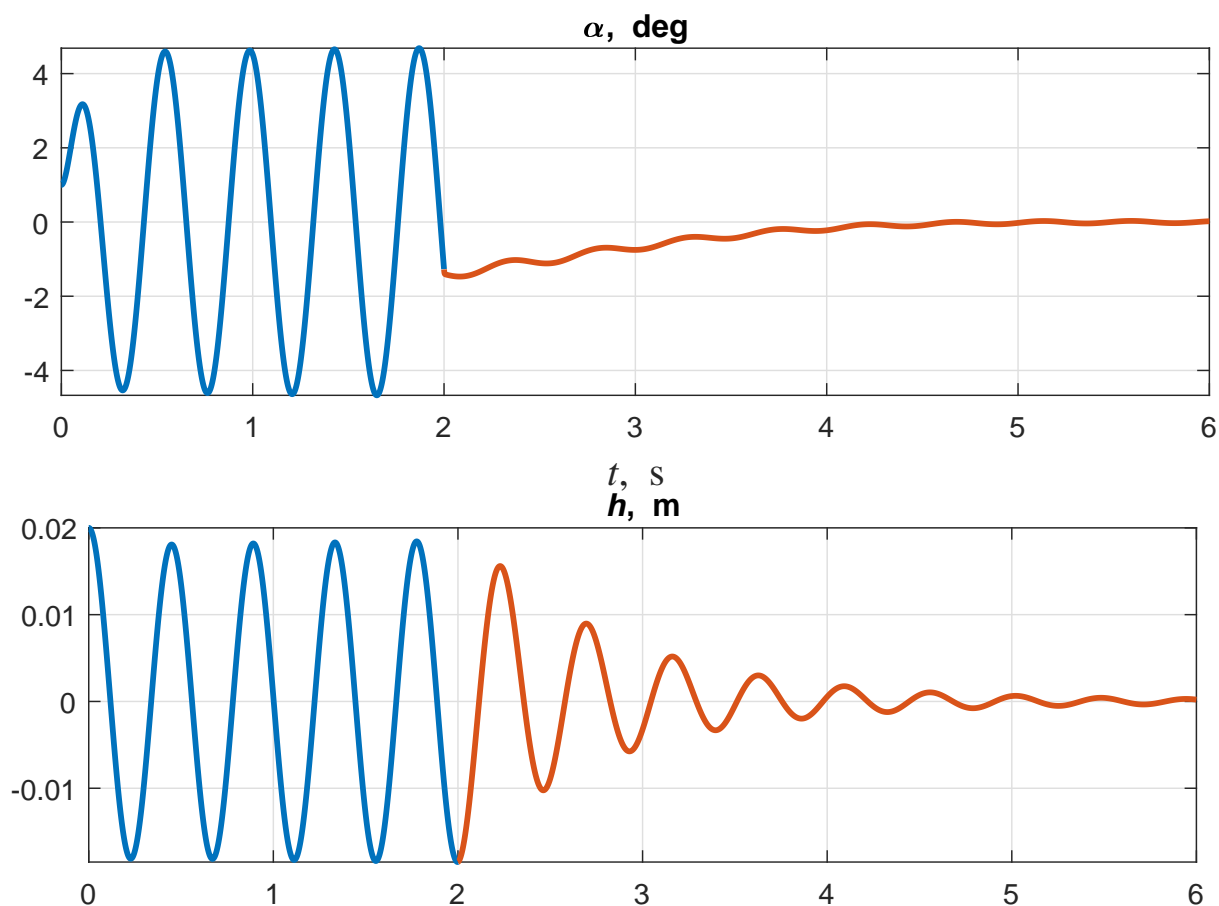


Рис. 1. Переходные процессы по углу тангажа (верхний график) и смещению $h(t)$ (нижний график). Алгоритм адаптации включается в момент времени $t^* = 2$ [с]

Переходные процессы по углу тангажа и смещению $h(t)$ показаны на рисунке 1. Видно, что колебания предельного цикла возникают в системе вплоть до момента t^* и затем подавляются с помощью адаптивного регулятора.

3. Адаптивное подавление автоколебаний по углу крена

Современные ЛА на нелинейных режимах полета, возникающих при больших углах атаки, часто проявляют феномен возникновения колебаний предельного цикла по углу крена (явление *wing rock*, англ.). Его появление отрицательно влияет на управляемость и маневренность самолетов и может даже привести к катастрофическим последствиям. Поэтому не прекращаются исследования для объяснения возникновения этого явления и синтеза систем управления для подавления появления этого предельного цикла, см. работы [28–35] и ссылки в них.

В настоящем докладе описано применение адаптивного управления с неявной моделью для решения задачи отслеживания углом крена ЛА задающего воздействия с заданной динамикой, при котором выполняется, тем самым подавление автоколебаний по крену.

3.1. Нелинейная модель динамики ЛА по крену

Следуя [34], используем следующую модель динамики ЛА по углу крена

$$(8) \quad \ddot{\gamma} + a_0\gamma + a_1\dot{\gamma} + a_2|\dot{\gamma}|\dot{\gamma} + a_3\gamma^3 + a_4\gamma^2\dot{\gamma} = bu,$$

где γ – угол крена; u – управление, угол отклонения элеронов (динамика привода элеронов не учитывается); $a_i = a_i(\alpha)$, $b = b(\alpha) > 0$ – параметры модели ЛА, зависящие от режима полета и угла атаки α . Рассматриваются в качестве неизвестных величин.

Введем цель управления: обеспечение слежения за задающим воздействием по крену $\gamma^*(t)$ с требуемой динамикой. Введем ошибку слежения по крену $e(t) = \gamma(t) - \gamma^*(t)$. Используем *невязку адаптации* $\sigma(t) = \tau\dot{e}(t) + e(t)$, $\tau > 0$. Тождество $\sigma(t) \equiv 0$ соответствует слежению за задающим воздействием с динамикой аperiodического звена первого порядка, имеющим заданную постоянную времени τ .

3.2. Алгоритм адаптивного управления

В основном контуре используем следующий пропорционально-интегрально-дифференцирующий (ПИД) регулятор с адаптивной настройкой параметров [16, 25]:

$$(9) \quad \begin{aligned} u(t) &= -(k_I s(t) + k_P(t)e(t) + k_D(t)\dot{e}(t)), \\ \dot{s}(t) &= e(t), \end{aligned}$$

где k_I , $k_P(t)$, $k_D(t)$ – интегральный, пропорциональный и дифференциальный (соответственно) коэффициенты регулятора. Коэффициенты $k_P(t)$, $k_D(t)$ настраиваются по следующему *алгоритму адаптации*

$$(10) \quad \dot{k}_P(t) = \kappa\sigma(t) - \lambda(k_P(t) - k_{P0}), \quad k_P(0) = k_{P0},$$

$$(11) \quad \dot{k}_D(t) = \kappa\sigma(t) - \lambda(k_D(t) - k_{D0}), \quad k_D(0) = k_{D0},$$

где $\kappa > 0$, $\lambda > 0$ – выбираемые разработчиком параметры алгоритма; k_{P0} , k_{D0} – «опорные» значения коэффициентов регулятора, выбираемые на основе предварительной априорной информации (например – для полета с балансировочным значением угла атаки). Выбор этих величин не оказывает существенного влияния на работу адаптивного регулятора; для устойчивых объектов их можно брать нулевыми.

3.3. Результаты моделирования

Выполнено моделирование системы при следующих значениях параметров, см. также [34]: $a_0 = 1.41 \cdot 10^3$, $a_1 = -5.544$, $a_2 = 0.3306$, $a_3 = -979.6$, $a_4 = -1.663$, $b = 1.742 \cdot 10^5$, $\tau = 1$ [с], $\kappa = 1$, $\lambda = 1$, $\gamma(0) = 0$, $\dot{\gamma}(0) = 0$, $k_{P0} = 10^{-3}$, $k_{D0} = 10^{-3}$ [с], $k_I = 0.05$ [1/с]. Задающее воздействие принято в виде $\gamma^*(t) = (10 - \exp(-2t))/57.3$ [рад].

Результаты моделирования представлены на рисунках 2, 3. На рисунке 2 показаны переходные процессы по углу крена и фазовый портрет на плоскости $(\gamma, \dot{\gamma})$. Графики изменения коэффициентов адаптивного регулятора приведены на рисунке 3.

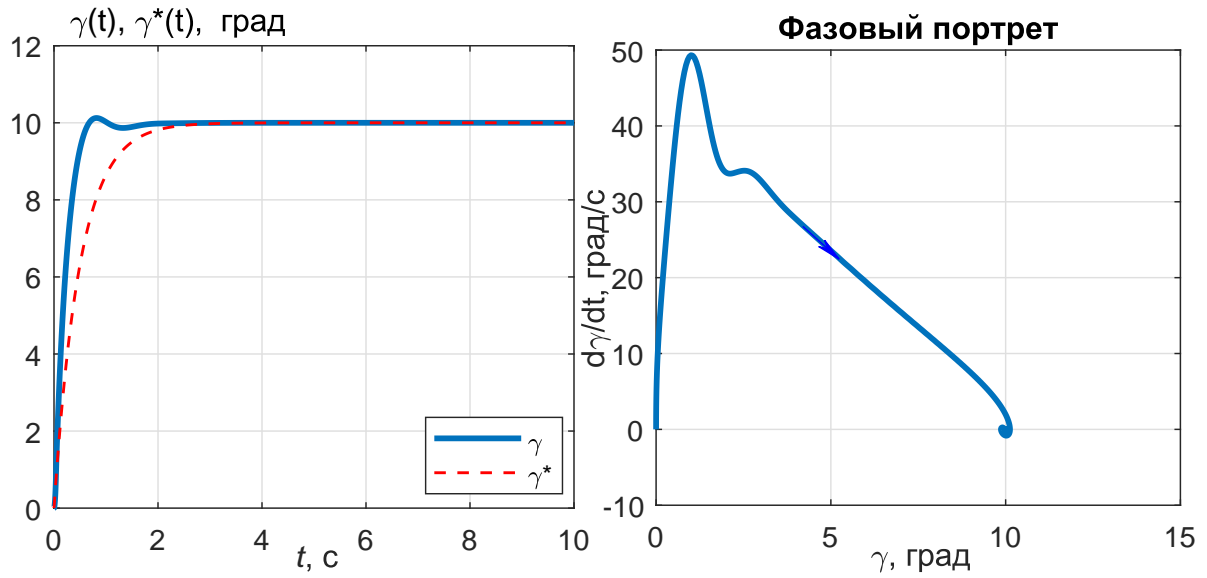


Рис. 2. Переходные процессы по углу крена (левый график) и фазовый портрет на плоскости $(\gamma, \dot{\gamma})$ (правый график)

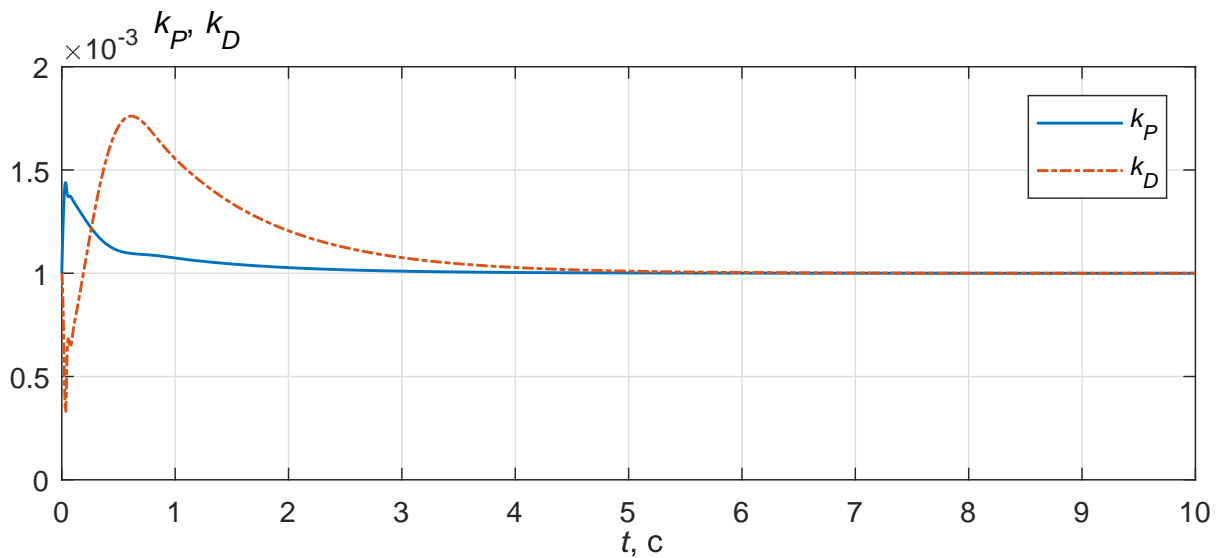


Рис. 3. Адаптация коэффициентов регулятора

4. Заключение

В докладе показана возможность использования схема «простого адаптивного управления», основанной на неявной эталонной модели и теореме о пассивации используется для разработки активной системы подавления крутильно-изгибного флаттера крыла и автоколебаний ЛА по крену.

Представлены результаты моделирования, демонстрирующие эффективность и робастность предлагаемых адаптивных регуляторов. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку закона адаптивного подавления флаттера крыла, в котором используются как измерения угла тангажа, так и смещения с целью увеличения области работоспособности адаптивного регулятора и повышения качества системы. Будут проведены исследования влияния неучтенных факторов, в первую очередь – инерционности исполнительных приводов систем управления. Также будет изучена возможность появления скрытых колебаний в случае ограничений скорости и положения привода.

Работа выполнена при поддержке гранта Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки Ведущих научных школ Российской Федерации на 2018–2019 годы (НШ-2858.2018.1).

Список литературы

1. Tarbouriech S., Turner M. Anti-windup design: an overview of some recent advances and open problems // IET Control Theory and Applications. 2009. Vol. 3, No. 1. P. 1-19.
2. Леонов Г.А., Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Погромский А.Ю. Управление летательными аппаратами с АУ-коррекцией // Дифференциальные уравнения и процессы управления. 2012. №. 3. 36 с.
3. Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Леонов Г.А. Методы подавления нелинейных колебаний в астатических системах автопилотирования летательных аппаратов // Изв. РАН. Теор. сист. упр. 2017. № 3. С. 118-134.
4. McRuer D.T., Warner J.D. (Eds.). Aviation Safety and Pilot Control: Understanding and Preventing Unfavorable Pilot-Vehicle Interactions. Washington, DC: Committee on the Effects of Aircraft-Pilot Coupling on Flight Safety Aeronautics and Space Engineering Board Commission on Engineering and Technical Systems National Research Council National Academy Press, 1997.
5. Brieger O., Kerr M., Postlethwaite I. et al. Pilot-Involved-Oscillation Suppression Using Low-Order Antiwindup: Flight-Test Evaluation // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2012. Vol. 35, No. 2. P. 471-483.
6. Андриевский Б.Р., Кузнецов Н.В., Кузнецова О.А., Леонов Г.А., Мокаев Т.Н. Локализация скрытых колебаний в системах управления полетом // Труды СПИИРАН. 2016. № 49. С. 5-31.
7. Леонов Г.А. Эффективные методы поиска периодических колебаний в динамических системах // Прикладная математика и механика. 2010. Т. 74, № 1. С. 37-73.
8. Leonov G., Kuznetsov N., Pogromskii A. Stability domain analysis of an antiwindup control system for an unstable object // Doklady Mathematics. 2012. Vol. 86, No. 1. P. 587-590.
9. Leonov G., Andrievskii B., Kuznetsov N., Pogromskii A. Aircraft control with anti-windup compensation // Differential equations. 2012. Vol. 48, No. 13. P. 1700-1720.
10. Andrievsky B., Kuznetsov N., Leonov G., Seledzhi S. Hidden oscillations in stabilization system of flexible launcher with saturating actuators // IFAC Proceedings Volumes. 2013. Vol. 46, No. 19. P. 37-41.
11. Andrievsky B., Kuznetsov N., Leonov G., Pogromsky A. Hidden oscillations in aircraft flight control system with input saturation // IFAC Proceedings Volumes. 2013. Vol. 46, No. 12. P. 75-79.
12. Andrievsky B., Kuznetsov N., Leonov G. Convergence-based Analysis of Robustness to Delay in Anti-windup Loop of Aircraft Autopilot // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 9. P. 144-149.

13. Leonov G., Kuznetsov N. On the Keldysh problem of flutter suppression // AIP Conference Proceedings. 2018. Vol. 1959, No. 1. Art. 020002.
14. Фрадков А.Л. Синтез адаптивной системы стабилизации линейного динамического объекта // Автоматика и телемеханика. 1974. № 12. С. 96-103.
15. Фрадков А. Л. Квадратичные функции Ляпунова в задаче адаптивной стабилизации линейного динамического объекта // Сибирский математический журнал. 1976. Т. 17, № 2. С. 436-445.
16. Андриевский Б. Р., Фрадков А. Л. Метод пассивации в задачах адаптивного управления, оценивания и синхронизации // Автоматика и телемеханика. 2006. № 11. С. 3-37.
17. Келдыш М.В. О демпферах с нелинейной характеристикой // Тр. ЦАГИ. 1944. Т. 557. С. 26-37.
18. Price S., Alighanbari H., Lee B. The aeroelastic response of a two-dimensional airfoil with bilinear and cubic nonlinearities // J. Fluids Struct. 1995. Vol. 9. P. 175–193.
19. Alighanbari H., Price S. J. The Post-Hopf-Bifurcation Response of an Airfoil in Incompressible Two-Dimensional Flow // Nonlinear Dynamics. 1996. Vol. 10. P. 381-400.
20. O’Neil T., Strganac T.W. Aeroelastic Response of a Rigid Wing Supported by Nonlinear Springs // J. of Aircraft. 1998. Vol. 35, No. 4. P. 616-622.
21. Ko J., Strganac T., Junkins J. et al. Structured Model Reference Adaptive Control for a Wing Section with Structural Nonlinearity // J. Vibration and Control. 2002. Vol. 8, No. 5. P. 553-573.
22. Ko J., Strganac T., Kurdila A. Adaptive Feedback Linearization for the Control of a Typical Wing Section with Structural Nonlinearity // Nonlinear Dynamics. 1999. Vol. 18, No. 3. P. 289-301.
23. Chen C.-L., Peng C.C., Yau H.-T. High-order sliding mode controller with backstepping design for aeroelastic systems // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2012. Vol. 17, No. 4. P. 1813-1823.
24. Andrievsky B., Kudryashova E. V., Kuznetsov N. V. et al. Simple adaptive control for airfoil flutter suppression // Mathematics in Engineering, Science and Aerospace (MESA). 2018. Vol. 9, No. 1. P. 5-20.
25. Андриевский Б.Р., Бобцов А.А., Фрадков А.Л. Методы анализа и синтеза нелинейных систем управления. Москва, Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2018. 336 с.
26. Петров Б.Н., Рутковский В.Ю., Крутова И.Н., Земляков С.Д. Принципы построения и проектирования самонастраивающихся систем управления. М.: Машиностроение, 1972.
27. Abdelkefi A., Vasconcellos R., Nayfeh A., Hajj M. An analytical and experimental investigation into limit-cycle oscillations of an aeroelastic system // Nonlinear Dynamics. 2013. Vol. 71, No. 1-2. P. 159-173.
28. Hsu C., Lan C. Theory of wing rock // J. of Aircraft. 1985. Vol. 22, No. 10. P. 920–924.
29. Brandon J., Nguyen L. Experimental study of effects of forebody geometry on high angle of attack static and dynamic stability // Proc. AIAA 24th Aerospace Sciences Meeting. 1986.
30. Elzebda J., Nayfeh A., Mook D. Development of an analytical model of wing rock for slender delta wings // J. of Aircraft. 1989. Vol. 26, No. 8. P. 737–743.
31. Nayfeh A., Elzebda J., Mook D. Analytical study of the subsonic wing-rock phenomenon for slender delta wings // J. of Aircraft. 1989. Vol. 26, no. 9. P. 805–809.
32. Suárez C., Kramer B., Ayers B. Forebody vortex control for suppressing wing rock on a highly swept wing configuration // Proc. 10th Applied Aerodynamics Conference. Palo Alto, CA: 1992. P. 855–868. Paper no A92-45476 16-02.
33. Katz J. Wing/vortex interactions and wing rock // Progress in Aerospace Sciences. 1999. Vol. 35. P. 727–750.
34. Lee K. W., Ghorawat P., Singh S. N. Wing rock control by finite-form adaptation // J. Vibration and Control. 2016. Vol. 22, No. 11. P. 2687-2703.
35. Lateral-directional aircraft dynamics under static moment nonlinearity // J. Guidance, Control, and Dynamics. 2009. Vol. 32, No. 1. P. 305-309.