

# СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЙ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ С НЕПОЛНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ И С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ ШАРНИРОВ

**А.С. Андреев**

*Ульяновский государственный университет*  
Россия, 432017, Ульяновск, Л. Толстого ул., 42  
E-mail: [asa5208@mail.ru](mailto:asa5208@mail.ru)

**О.А. Перегудова**

*Ульяновский государственный университет*  
Россия, 432017, Ульяновск, Л. Толстого ул., 42  
E-mail: [peregudovaoa@gmail.com](mailto:peregudovaoa@gmail.com)

**Ключевые слова:** управление, робот манипулятор, упругий шарнир, неполное измерение, стабилизация, программное движение.

**Аннотация:** В докладе представлен новый подход к решению задачи о стабилизации программных движений роботов манипуляторов с вращательными упругими шарнирами на основе неполной обратной связи. Каскадная структура динамических моделей таких механических систем позволила применить рекурсивную процедуру метода бэкстеппинга для построения управления. С использованием метода векторной функции Ляпунова получена новая схема управления, в которой измеряются только положения роторов двигателей, а также координаты и скорости звеньев. Эта схема управления состоит из нелинейной части по обратной связи, части прямой связи, вычисленной вдоль программного движения, и слагаемого, содержащего переменные состояния динамического фильтра.

## 1. Введение

Задача построения управления движением манипуляционных роботов с учетом сил упругости в соединительных элементах звеньев является актуальной [3, 5]. Возникновение сил упругости обусловлено использованием кабелей, волновых приводов, ремней трансмиссии и т.д. Динамические модели роботов манипуляторов с упругими шарнирами имеют удвоенное число независимых переменных по сравнению с роботами с абсолютно жесткими шарнирами [15]. Кроме того, задача построения управления для стабилизации программных движений таких манипуляторов сложна из-за нелинейности и нестационарности уравнений движения.

Значительное количество исследований посвящено проблеме управления роботами манипуляторами с упругими шарнирами (см., например, обзор в [12]). Подход

построения адаптивного управления был предложен [8] для роботов манипуляторов с гибкими сочленениями в предположении слабой эластичности шарниров с использованием теории сингулярных возмущений. В работе [10] предложена адаптивная схема управления независимо от значения гибкости сустава на основе подхода, использующего свойство пассивности системы. Благодаря использованию интегральных многообразий был получен [9] адаптивный закон управления для робота манипулятора с упругими шарнирами. Результаты управления, полученные в [8–10], предполагают полное измерение состояния роботов с упругими шарнирами, а именно входы управления рассчитываются с использованием положений и скоростей вала и двигателя. В работе [14] получен как регулятор плавного отслеживания выходного сигнала с динамической линеаризацией по обратной связи, так и схема управления переменной структуры для манипуляторов с гибкими сочленениями. Для определения глобальных контроллеров слежения [4] были применены три метода стабилизации, такие как схемы на основе декомпозиции, процедура метода бэкстеппинга и подход, основанный на свойстве пассивности системы. Отметим, что применение законов управления, предложенных в [4, 6, 11, 13], предполагают измерение положений звеньев, их скоростей, ускорений, производных от ускорений, а также скоростей роторов двигателей, что не является практически возможным. Поэтому важными являются исследования по построению управления манипуляторами с упругими шарнирами на основе неполной обратной связи. В работе [3] решена задача глобальной стабилизации программных движений роботов манипуляторов с упругими шарнирами с помощью измерения только положений звеньев и роторов на основе приближенного дифференцирования и построения наблюдателя Луенбергера. Задача робастного управления для класса роботов с гибкими шарнирами с учетом задержки по времени, на основе измерения положений, решена путем использования функционалов Ляпунова-Красовского и изменения процедуры метода бэкстеппинга в работе [5]. В работах [1, 2] задача о стабилизации программных движений роботов манипуляторов с упругими шарнирами на основе неполной обратной связи и применения метода бэкстеппинга с построением вектор-функции Ляпунова. При этом остается проблема упрощения структуры управления такими механическими системами.

Целью статьи является разработка закона управления, который будет обеспечивать стабилизацию программного движения робота манипулятора с гибкими соединениями с использованием только датчиков положения звеньев и роторов двигателей и тахометров для определения угловых скоростей звеньев.

## 2. Формулировка задачи

Рассмотрим модель многозвенного робота манипулятора с упругими шарнирами, определяемую в виде [7]

$$(1) \quad A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + D(\dot{q} - \dot{Q}) + K(q - Q) + d(q, \dot{q}) = 0,$$

$$(2) \quad J\ddot{Q} + D(\dot{Q} - \dot{q}) + K(Q - q) = u,$$

где векторы  $q \in R^n$  и  $Q \in R^n$  представляют собой углы поворота звеньев манипулятора и роторов двигателей соответственно,  $A(q) \in R^{n \times n}$  – матрица инерции звеньев,  $J \in R^{n \times n}$  – диагональная матрица инерции роторов двигателей относительно

осей соответствующих звеньев,  $J = \text{diag}\{j_1, j_2, \dots, j_n\} > 0$ , кориолисовы и центробежные моменты описываются вектором  $C(q, \dot{q})\dot{q}$ , функция  $g(q)$  представляет собой гравитационные моменты,  $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\} > 0$  – матрица коэффициентов вязкого трения в шарнирах,  $d(q, \dot{q})$  – вектор вязкого трения для звеньев манипулятора,  $K = \text{diag}\{k_1, k_2, \dots, k_n\} > 0$  – матрица коэффициентов жесткости в шарнирах и  $u \in R^n$  – входной крутящий момент.

Для модели робота (1), (2), определим множество  $X$  программных движений в виде

$$X = \{q^{(0)}(t) : [t_0, +\infty) \rightarrow R^n : \|\dot{q}^{(0)}(t)\| \leq g_1, \|\ddot{q}^{(0)}(t)\| \leq g_2\},$$

где функции  $q^{(0)}(t)$  дифференцируемы по крайней мере дважды по  $t$ ,  $g_i$  ( $i = 1, 2$ ) – некоторые положительные постоянные,  $t_0 = \text{const} \geq 0$ .

Предположим, что  $Q$ ,  $q$  и  $\dot{q}$  измеримы. Сформулируем задачу стабилизации программного движения робота (1), (2), как построение закона управления  $u = u(t, Q, q, \dot{q})$ , обеспечивающего равномерную асимптотическую устойчивость движения  $q^{(0)}(t) \in X$ .

### 3. Решение задачи

Для динамической модели робота (1), (2) определим новый вектор состояния  $(q, \dot{q}, S)^T$  и новое управление  $v$  следующим образом

$$S = D\dot{Q} + K(Q - q),$$

$$v = DJ^{-1}u + (DJ^{-1}D - K)\dot{q} + KD^{-1}Kq - KD^{-1}KQ.$$

Тогда получим уравнения состояния в виде

$$A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + D\dot{q} + d(q, \dot{q}) = S,$$

$$\dot{S} = (-DJ^{-1} + KD^{-1})S + v.$$

Пусть  $q^{(0)}(t) \in X$  – заданное программное движение робота. Определим функцию  $S^{(0)}(t)$  следующим образом

$$S^{(0)}(t) = A(q^{(0)}(t))\ddot{q}^{(0)}(t) + C(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))\dot{q}^{(0)}(t) + g(q^{(0)}(t)) + D\dot{q}^{(0)}(t) + d(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)).$$

Введем отклонения

$$x = q - q^{(0)}(t), \quad \dot{x} = \dot{q} - \dot{q}^{(0)}(t), \quad y = S - S^{(0)}(t).$$

Тогда динамические уравнения в отклонениях примут вид

$$A^{(1)}(t, x)\ddot{x} + C^{(1)}(t, x, \dot{x})\dot{x} + R_1(t, x) + R_2(t, x, \dot{x}) = y, \\ \dot{y} = (-DJ^{-1} + KD^{-1})y + v^{(1)},$$

где  $A^{(1)}(t, x) = A(q^{(0)}(t) + x)$ ,  $C^{(1)}(t, x, \dot{x}) = C(q^{(0)}(t) + x, \dot{x})$ ,  $R_1(t, x) = (A(q^{(0)}(t) + x) - A(q^{(0)}(t)))\ddot{q}^{(0)}(t) + (C^{(1)}(t, x, \dot{q}^{(0)}(t)) - C^{(1)}(t, 0, \dot{q}^{(0)}(t)))\dot{q}^{(0)}(t) + g(q^{(0)}(t) + x) - g(q^{(0)}(t)) +$

$d(x + q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)) - d(q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t)), R_2(t, x, \dot{x})) = D\dot{x} + d(x + q^{(0)}(t), \dot{x} + \dot{q}^{(0)}(t)) - d(x + q^{(0)}(t), \dot{q}^{(0)}(t))$  и

$$(3) \quad v^{(1)} = v - \dot{S}^{(0)}(t) + (DJ^{-1} - KD^{-1})S^{(0)}(t).$$

Предположим, что функции  $R_1(t, x)$  и  $R_2(t, x, \dot{x})$  имеют вид

$$R_1(t, x) = F(t, x)p(x), \quad R_2(t, x, \dot{x}) = D^{(1)}(t, x, \dot{x})\dot{x},$$

где  $F \in R^{n \times n}$ ,  $D^{(1)} \in R^{n \times n}$  – некоторая положительно определенная матрица, вектор-функция  $p : R^n \rightarrow R^n$  ограничена, непрерывно дифференцируема и такова, что  $p(x) = (p_1(x_1), p_2(x_2), \dots, p_n(x_n))^T$ ,  $p(0) = 0$ , а также выполнены следующие условия

а)  $|p_i(x_i)|$  периодическая функция с периодом  $2\pi \forall x_i \in R$ ;  $p_i(2\pi k) = 0$ ,  $|p_i(x_i)| > 0 \forall x_i \neq 2\pi k$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )  $\forall k \in Z$ ;

б) функция  $r(x) = (r_1(x_1), r_2(x_2), \dots, r_n(x_n))^T$ , определяемая в виде

$$r_i(x_i) = \int_0^{x_i} p_i(x_i) dx_i \quad \forall x_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$$

ограничена, непрерывно дифференцируема и такова, что  $r_i(x_i)$  – периодическая функция с периодом  $4\pi \forall x_i \in R$ ;  $r_i(4\pi k) = 0$ ,  $r_i(x_i) > 0 \forall x_i \neq 4\pi k \forall k \in Z$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Теорема 1.** Пусть найдутся матрицы  $B_1, B_2 \in R^{n \times n}$  и положительные постоянные  $a, b, c, \alpha, \beta, \delta, \delta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), такие, что выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} & \|gn\| - \alpha ab A^{(1)}(t, x) + C^{(1)}(t, x, \beta p(x) + \dot{q}^{(0)}(t)) - D^{(1)}(t, x, \dot{x}) + \\ & + \beta \frac{\partial p(x)}{\partial x} A^{(1)}(t, x) \| \leq -\delta_1, \\ & \| \beta C^{(1)}(t, x, 2\dot{q}^{(0)}(t) - \beta p(x)) + \beta D^{(1)}(t, x, \dot{x}) + \\ & + \alpha a(\beta b - c) A^{(1)}(t, x) + hE - \beta^2 A^{(1)}(t, x) \frac{\partial p(x)}{\partial x} - F^T(t, x) - B_1 \| \leq 2\delta_2, \\ & \| \alpha C^{(1)}(t, x, 2\dot{q}^{(0)}(t) - \dot{x} - \beta p(x)) + \alpha D^{(1)}(t, x, \dot{x}) + \\ & + \alpha a(\alpha b - 1) A^{(1)}(t, x) + hE - \alpha \beta A^{(1)}(t, x) \frac{\partial p(x)}{\partial x} - abE - B_2 \| \leq 2\delta_3, \\ & \forall \dot{x} \in R^n : \|\dot{x}\| < \delta, \\ & d_i^2 - k_i j_i > 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n, \end{aligned}$$

где  $h = a(c - \beta b)/\alpha$ .

Пусть также матрица

$$\begin{pmatrix} -\delta_1 & \delta_2 & \delta_3 \\ \delta_2 & -\beta h & 0 \\ \delta_3 & 0 & -a(1 - \alpha b) \end{pmatrix}$$

отрицательно определенная.

Тогда управление вида

$$(4) \quad \begin{aligned} u &= JD^{-1}v^{(1)} + JD^{-1}\dot{S}^{(0)}(t) + (JKD^{-2} - E)S^{(0)}(t) + \\ & + (JD^{-1}K - D)\dot{q} - JK^2D^{-2}q + JK^2D^{-2}Q, \\ v^{(1)} &= (-DJ^{-1} + KD^{-1})(B_1p(x) + B_2w) - B_1\dot{x}^T \frac{\partial p(x)}{\partial x} + aB_2(w + b\dot{x} + cp(x)), \\ \dot{w} &= -a(w + b\dot{x} + cp(x)) \end{aligned}$$

обеспечивает равномерную асимптотическую устойчивость программного движения  $q^{(0)}(t)$  робота (1), (2).

Основным отличием полученного результата от работ [1, 2] является то, что найденный закон управления не требует установки акселерометров для звеньев манипулятора.

## 4. Заключение

В работе получены новые условия стабилизации программного движения многозвенного манипулятора с упругими шарнирами. Построен закон управления по динамической обратной связи по выходу, требующий измерения только угловых координат звеньев и роторов двигателей, а также угловых скоростей звеньев. Задача решена на основе процедуры метода бэкстеппинга и применения вектор-функции Ляпунова.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-41-730022р-а) и Министерства науки и высшего образования РФ (9.5994.2017/БЧ).

## Список литературы

1. Andreev A., Peregudova O. On Position Stabilization and Trajectory Tracking Control for Robot Manipulators with Flexible Joints // 8th ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics. Prague, Czech Republic, 19-22 June 2017. 2017. P. 501-510.
2. Andreev A.S., Peregudova O.A., Sobolev A.A. On global trajectory tracking control of robot manipulators with flexible joints // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51, No. 32. P. 28-33.
3. Avila-Becerril S., Loria A., and Panteley E. Global position-feedback tracking control of flexible-joint robots // IEEE American Control Conference. July 2016, Boston, MA, United States. 2016.
4. Brogliato B., Ortega R., Lozano R. Global tracking controllers for flexible-joint manipulators: a comparative study // Automatica. 1995. Vol. 31, No. 7. P. 941-956.
5. Chang Y.C., Wu M.F. Robust tracking control for a class of flexible-joint time-delay robots using only position measurements // International Journal of Systems Science. 2016. Vol. 47, No. 14. P. 3336-3349.
6. De Luca A., Siciliano B., Zollo L. PD control with on-line gravity compensation for robots with elastic joints: Theory and experiments // Automatica. 2005. Vol. 41. P. 1809-1819.
7. De Luca A., Schroder D., Thummel M. An acceleration-based state observer for robot manipulators with elastic joints // 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2007. P. 3817-3823.
8. Ghorbel F., Hung J.Y., Spong M.W. Adaptive control of flexible-joint manipulators // IEEE Control Systems Magazine. 1989. Vol. 9, No. 13.
9. Ghorbel F., Spong M.W. Adaptive Integral Manifold Control of Flexible Joint Robot Manipulators // Proceedings of the 1992 IEEE International Conference on Robotics and Automation. 1992. P. 707-714.
10. Lozano R., Brogliato B. Adaptive control of robot manipulators with flexible joints // IEEE Transactions on Automatic Control. 1992. Vol. 37, No. 2. P. 174-181.
11. Moberg S. On modeling and control of flexible manipulators. Linkoping: Linkoping University, 2007.
12. Ozgoli S., Taghirad H.D. A survey on the control of flexible joint robots // Asian Journal of Control. 2006. Vol. 8, No. 4. P. 1-15.
13. Palli G., Melchiorri C., De Luca A. On the feedback linearization of robots with variable joint stiffness // IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2008. P. 1753-1759.
14. Sira-Ramirez H., Ahmad S., Zribi M. Dynamical feedback control of robotic manipulators with joint flexibility // IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 1992. Vol. 22, No. 4. P. 736-747.
15. Spong M.W. Control of flexible joint robots: a survey. (Rep. UILU-ENG-90-2203, DC-116, Coordinated Science Laboratory). University of Illinois at Urbana-Champaign, February, 1990.