

УДК 681.51

# ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ В СХЕМАХ НЕЛИНЕЙНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕАФФИННЫМИ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

**Е.Л. Еремин**

*Амурский государственный университет*  
Россия, 675000, Хабаровск, Игнатьевское шоссе, 21  
E-mail: [ereminel@mail.ru](mailto:ereminel@mail.ru)

**Е.А. Шеленок**

*Тихоокеанский государственный университет*  
Россия, 380035, Хабаровск, Тихоокеанская ул., 136  
E-mail: [cidshell@mail.ru](mailto:cidshell@mail.ru)

**Ключевые слова:** комбинированный регулятор, априорная неопределенность, неаффинный по управлению объект, критерий гиперустойчивости, периодический режим.

**Аннотация:** Рассматриваются динамические процессы, возникающие в системах нелинейного управления неаффинными по входной переменной стационарными динамическими объектами, функционирующими в условиях априорной параметрической неопределенности при постоянном действии внешних возмущений. С помощью имитационного моделирования иллюстрируется и сопоставляется качество работы двух синтезированных с помощью критерия гиперустойчивости систем управления: системы с комбинированным нелинейным регулятором и системы с нелинейно-периодическим контуром управления.

## 1. Описание систем управления

Пусть математическая модель динамического объекта, относящегося к классу неаффинных по управлению стационарных объектов, представлена с помощью следующих уравнений:

$$(1) \quad \frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + B(u(t)f(x(t), u(t)) + \varphi(u(t)) + \psi(t)), \quad y(t) = x_1(t),$$

где  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T \in R^n$  – переменные состояния объекта;  $A$  – некоторая матрица в форме Фробениуса размерности  $(n \times n)$ ;  $B = [0, \dots, 0, b_n]$ ,  $b_n = \text{const} > 0$  – вектор;  $u(t) \in R$  – управляющее воздействие;  $f(x(t), u(t))$ ,  $\varphi(u(t))$  – гладкие нелинейные функции;  $\psi(t)$  – внешнее возмущение;  $y(t) \in R$  – измеряемый выход объекта.

Предполагается, что для рассматриваемого объекта (1) выполнены следующие допущения:

1) числовые значения параметров матрицы  $A$ , вектора  $B$ , а также сигналов  $f(x(t), u(t))$ ,  $\varphi(u(t))$  и  $\psi(t)$  являются априорно неизвестными и определяются соотношениями

$$(2) \quad \begin{aligned} A &= A(\xi), \quad B = B(\xi), \quad f(x(t), u(t)) = f_\xi(x(t), u(t)), \\ \varphi(u(t)) &= \varphi_\xi(u(t)), \quad \psi(t) = \psi_\xi(t), \end{aligned}$$

где  $\xi$  – неизвестный набор параметров, входящих в состав известного числового множества  $\Xi$ ;

2) относительный порядок объекта превышает единичное значение;

3) для непосредственного измерения доступен только выходной сигнал объекта  $y(t)$ ;

4) нелинейные функции  $f(x(t), u(t))$ ,  $\varphi(u(t))$  и сигнал помех  $\psi(t)$  удовлетворяют выражениям

$$(3) \quad \varepsilon_1 < f(x(t), u(t)) \leq \varepsilon_2, \quad |\varphi(u(t))| \leq \varepsilon_3, \quad |\psi(t)| = |\psi(t+T)| \leq \varepsilon_4,$$

где  $\varepsilon_i = \text{const} > 0$ ,  $i = \overline{1, 4}$  – известные числа;

5) внутренние состояния объекта недоступны для измерения;

6) относительный порядок объекта известен и равен  $n$ .

Желаемая динамика основного контура системы и объекта управления (1) – (3) задается с помощью параллельной эталонной моделью с двумя выходами [1 – 3]:

$$(4) \quad \frac{dx_M(t)}{dt} = A_M x_M(t) + B_M r(t), \quad y_M(t) = x_{M1}(t), \quad z_M(t) = g^T x_M(t),$$

где  $x_M(t) = [x_{M1}(t), x_{M2}(t), \dots, x_{Mn}(t)]^T \in R^n$  – эталонные переменные состояния;  $A_M$  – гурвицева матрица, с последней строкой вида  $[a_{M1}, a_{M2}, \dots, a_{Mn}]$ ,  $a_{Mi}$  – известные числа;  $B_M$  – известный вектор;  $r(t) = r(t+T) \in R$  – периодическое задающее воздействие;  $y_M(t) \in R$  – основной выход эталона;  $z_M(t) \in R$  – вспомогательный выход эталона;  $g^T = [1, g_1, g_2, \dots, g_{(n-1)}]$  – заданный вектор.

Поскольку у объекта управления (1) – (3) измеримым является только выход  $y(t)$ , то с целью получения оценок переменных состояния  $x(t)$ , по аналогии с [11, 12, 17], в основной контур системы введен фильтр-корректор со следующим математическим описанием:

$$(5) \quad \frac{dx_F(t)}{dt} = A_F x_F(t) + B_F y(t), \quad z_F(t) = C_F^T x_F(t) + D_F y(t),$$

$$(6) \quad W_F(s) = \frac{z_F(s)}{y(s)} = C_F^T (sE_{(n-1)} - A_F)^{-1} B_F + D_F = \frac{g(s)}{(Ts+1)^{(n-1)}},$$

где  $x_F(t) = [x_{F1}(t), x_{F2}(t), \dots, x_{F(n-1)}(t)]^T \in R^{(n-1)}$  – переменные состояния фильтра;  $z_F(t) \in R$  – выход фильтра-корректора;  $A_F, B_F, C_F, D_F$  – матрицы и вектор, с числовыми значениями, позволяющими представить передаточную функцию фильтра в виде (6);  $s$  – комплексная переменная;  $E_{(n-1)}$  – единичная матрица;  $g(s)$  – полином, составленный относительно коэффициентов вектора  $g$ ;  $T$  – малая постоянная времени.

В работах [4, 5] на основе критерия гиперустойчивости В.М. Попова, а также применения эталонной модели с двумя выходами (4) и фильтра-корректора (5), (6) были предложены два новых закона управления для двух различных классов неаффинных динамических объектов. В частности, в работе [4] синтезирован нелинейно-периодический регулятор

$$(7) \quad \begin{aligned} u(t) &= (\zeta_1(t - \bar{T}) + \gamma_1(z_M(t) - z_F(t))) + \\ &+ \sum_{i=0}^{n-1} \gamma_{2i} x_{F(i+1)}(t) \int_0^t x_{F(i+1)}(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \\ &+ \gamma_3 u(t) \int_0^t u(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \gamma_4 \int_0^t (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta, \end{aligned}$$

где  $\bar{T}$ ,  $\gamma_1, \gamma_{2i}, \gamma_3, \gamma_4 = const > 0$ , позволяющий выполнить целевое условие работы системы

$$(8) \quad \lim_{t \rightarrow \infty} |y_M(t) - y(t)| \leq \Delta_y, \Delta_y = const > 0,$$

$\Delta_y$  – малая относительно максимального значения основного выхода эталонной модели величина.

Опираясь на рассуждения из [5] можно показать, что для рассматриваемой системы (1)-(6) возможно получить следующий закон управления:

$$(9) \quad \begin{aligned} u(t) = & r(t) + \sum_{i=0}^{n-1} h_{1i} x_{F(i+1)}(t) \int_0^t x_{F(i+1)}(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \\ & + h_2 u(t) \int_0^t u(\zeta) (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + h_3 \int_0^t (z_M(\zeta) - z_F(\zeta)) d\zeta + \\ & + h_4 (z_M(t) - z_F(t)), h_{1i}, h_2, h_3, h_4 = const > 0, \end{aligned}$$

который, по аналогии с (8) также будет обеспечивать выполнение цели (8).

Рассмотрим и сравним качество работы системы управления неаффинным стационарным объектом (1) – (3) с нелинейно-периодическим регулятором (7) и с законом в виде нелинейной комбинации (9).

## 2. Вычислительные эксперименты

Определим структуру динамического объекта (1) – (3) в следующем виде:

$$(10) \quad \begin{aligned} A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_1 & a_2 & a_3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_3 \end{pmatrix}, f(x(t), u(t)) = 1 + \frac{d_0}{1 + |u(t)|} + 0.1(1 + x_2^2(t)), \\ \varphi(u(t)) = \varphi_0 \sin(0.5u(t)), \psi(t) = \psi_0 \sin(0.3t). \end{aligned}$$

Класс априорной неопределенности параметров объекта (1), (10) определен неравенствами

$$(11) \quad \begin{aligned} -3.2 \leq a_1 \leq 2.1; \quad -1.5 \leq a_2 \leq 1; \quad -12 \leq a_3 \leq 5.2; \\ 1.2 \leq d_0 \leq 3.2; \quad 0.02 \leq \varphi_0 \leq 1; \quad 0 \leq \psi_0 \leq 0.8. \end{aligned}$$

Структуру матрицы и векторов эталонной модели зададим в виде

$$(12) \quad \begin{aligned} A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ a_{M1} & a_{M2} & a_{M3} \end{pmatrix}, B_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{M3} \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} 1 \\ g_1 \\ g_2 \end{pmatrix}, \\ a_{M1} = -20, a_{M2} = -41, a_{M3} = -22, b_{M3} = 23, g_1 = 2, g_2 = 1; \end{aligned}$$

матрицы и векторы фильтра-корректора (5) сформируем следующим образом:

$$(13) \quad \begin{aligned} A_F = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{F1} & a_{F2} \end{pmatrix}, B_F = \begin{pmatrix} 0 \\ b_{F2} \end{pmatrix}, C_F = \begin{pmatrix} 1 \\ g_1 \end{pmatrix}, D_F = g_2, \\ a_{F1} = -10^6, a_{F2} = -2 \cdot 10^3, b_{F2} = 10^6, g_1 = 2, g_2 = 1. \end{aligned}$$

Работу систем управления (1) – (7) и (1) – (6), (9) рассмотрим при двух различных командных сигналах, представленных на рис. 1:

$$(14) \quad r_1(t) = 1.15 \sin(0.075t) \cdot \sin^2(0.05t),$$

$$(15) \quad r_2(t) = 1.15 \sin(0.075t) \cdot \sin^2(0.05t),$$

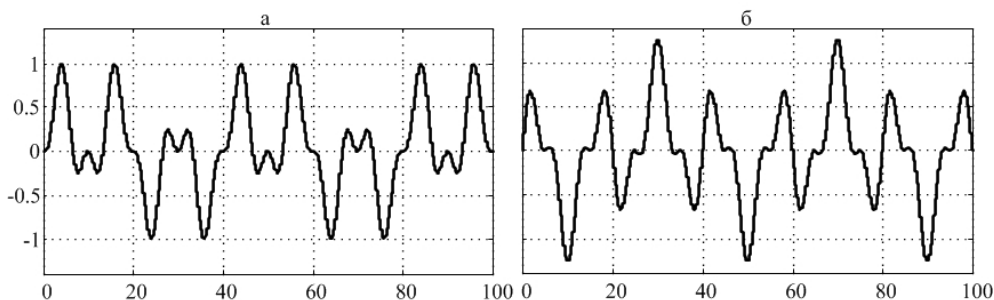


Рис. 1. Задающие воздействия систем управления.

В ходе вычислительных экспериментов параметры нелинейно-периодического закона (7) и комбинированного нелинейного регулятора (9) были подобраны со значениями

$$(16) \quad \begin{aligned} \gamma_1 &= 80, \gamma_{21} = 400, \gamma_{22} = 300, \gamma_{23} = 200, \gamma_3 = 100, \gamma_4 = 500; \\ h_{11} &= 400, h_{12} = 300, h_{13} = 200, h_2 = 100, h_3 = 500, h_4 = 80. \end{aligned}$$

Результаты имитационного моделирования систем управления (1) – (7) и (1) – (6), (9) с задающим воздействием (14) показаны на рис. 2, с командным сигналом (15) – на рис. 3.

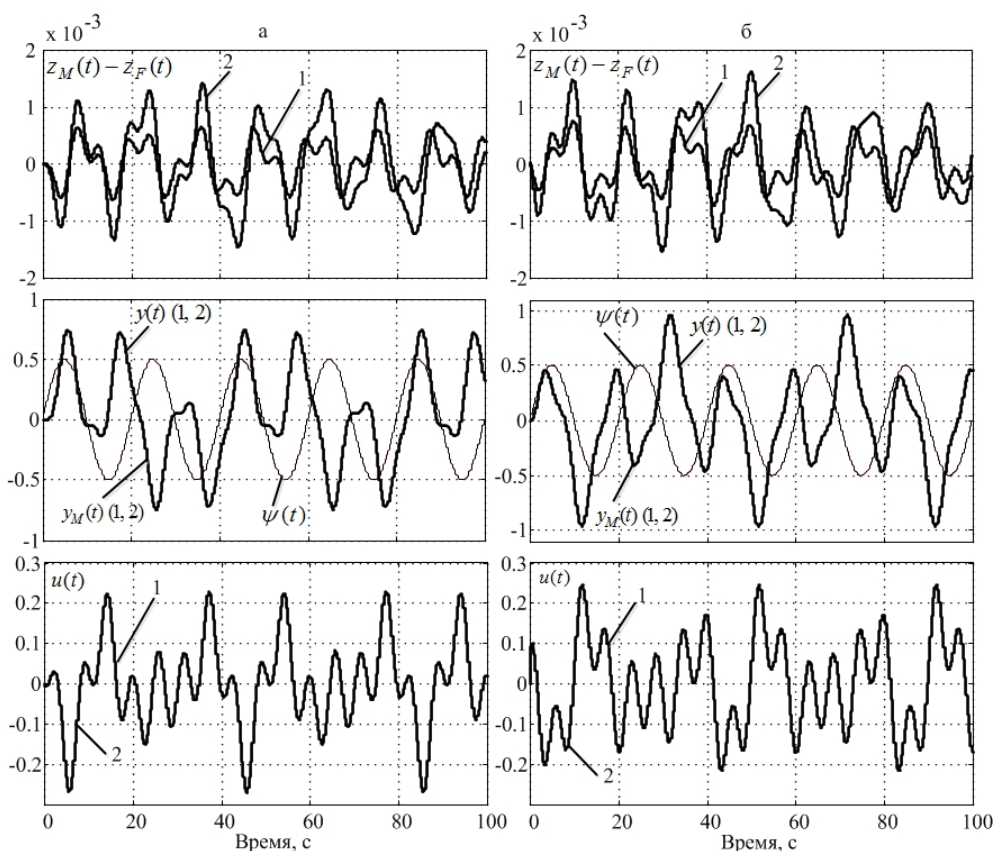


Рис. 1. Ошибки регулирования, выходы объектов и эталонных моделей, внешние возмущения, управляющие воздействия (1 – первой системы управления, 2 – второй системы управления), а – при задающем воздействии (14), б – при задающем воздействии (15).

Представленные характеристики свидетельствуют о том, что использование как нелинейно-периодического закона управления (7), так и комбинированного регулятора (9) позволяет обеспечить достаточно высокое качество работы рассматриваемой системы управления при поддержании различных периодических режимов. Однако нелинейно-периодический закон в обоих случаях обеспечивает значительно меньшие пиковые значения ошибок регулирования, что может иметь значение при практической реализации предложенных способов управления неаффинными по входу объектами.

## Список литературы

1. Еремин Е.Л. Робастный регулятор для неаффинного по управлению нестационарного объекта // Информатика и системы управления. 2016. № 1 (47). С. 106-116.
2. Еремин Е.Л., Шеленок Е. А. Система нелинейного робастного управления для неаффинного нестационарного динамического объекта с запаздыванием // Автометрия. 2017. № 2 (53). С. 63-71.
3. Еремин Е.Л., Шеленок Е. А. Робастное управление для одного класса многосвязных динамических объектов // Автоматика и телемеханика. 2017. № 6. С. 106-121.
4. Еремин Е.Л., Шеленок Е.А. Нелинейно-периодическая система для неаффинного по управлению стационарного объекта // Информатика и системы управления. 2018. № 1 (55). С. 130-141.
5. Еремин Е.Л., Чепак Л.В. Комбинированный регулятор для одного класса неаффинных объектов с запаздыванием по управлению // Информатика и системы управления. 2017. № 4(54). С. 125-134.