

УДК 534.014

# К ТЕОРИИ МНОГОИМПУЛЬСНЫХ ВИБРОУДАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

**И.В. Никифорова**

*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского*  
Россия, 603950, Нижний Новгород, Гагарина пр., 23  
E-mail: [tsii@list.ru](mailto:tsii@list.ru)

**Л.А. Игумнов**

*Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского*  
603950, Нижний Новгород, Гагарина пр., 23  
E-mail: [igumnov@mech.unn.ru](mailto:igumnov@mech.unn.ru)

**В.С. Метрикин**

*Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского  
Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского*  
603950, Нижний Новгород, Гагарина пр., 23  
E-mail: [v.s.metrikin@mail.ru](mailto:v.s.metrikin@mail.ru)

**Ключевые слова:** метод точечных отображений, устойчивость в малом, бифуркационные диаграммы, хаос, границы существования точечных отображений.

**Аннотация:** В работе проведено исследование динамики многопоршневого виброударного механизма с кривошипно-шатунным возбудителем колебаний. Разработана на основе метода точечных отображений оригинальная методика численно-аналитического исследования как периодических режимов движения с поочередным ударным взаимодействием поршней, так и сложных режимов движения с произвольным числом ударов, включая хаотические. В результате этого удалось предложить простые инженерные формулы для выделения в пространстве параметров областей с различным качественным поведением механизма, удобные для настройки механизма на требуемый режим его работы. Приведенные бифуркационные диаграммы позволили указать в пространстве параметров механизма области существования сколь угодно сложных, включая хаотические и периодические режимы движения. Предложенные в работе численно-аналитические подходы к исследованию динамических характеристик кривошипно-шатунных виброударных механизмов позволяют специалистам-практикам использовать их для анализа изменения их режимов работы при изменении параметров систем.

## 1. Введение

В последнее время наряду с ударно-вибрационными механизмами с дебалансным возбудителем колебаний достаточно широкое применение в машиностроении, градостроении, прокладке дорожного покрытия, обработки различных сред и др. нашли эксцентриковые ударно - вибрационные механизмы (ЭУВМ) с кривошипно-ползунным возбудителем колебаний (КПК). В основу нового конструктивного решения был положен принцип «перевернутого вибратора» [1], у которого рабочий орган, являясь дебалансом, шарнирно посажен на эксцентриковом валу и уравновешен при вращении дебалансом. Силовой импульс, передаваемый среде (грунту, сваи и т.п.), возникает как

за счет распора с плечом эксцентрикового вала, так и за счет кинетической энергии падения рабочего органа. Очевидно, что плотная и вместе с тем прочная структура грунта достигается лишь в том случае, когда в процессе обработки (уплотнения) среды удельное давление на поверхности контакта рабочего органа со средой повышается постепенно. При этом частота следования импульсов в каждом одиночном цикле должна быть такой, чтобы исключить возможность развития упругого последействия обрабатываемой среды в промежутках между импульсами. Такой многоимпульсный способ нагружения может быть реализован с помощью многоударниковых ЭУВМ с КПВК, конструкция которых позволяет достаточно просто регулировать режимы работы посредством изменения геометрии кинематических связей и решать задачи уплотнения грунтов в стесненных условиях промышленного и гражданского строительства.

## 2. Постановка задачи

Рассматриваемый в работе ударно - вибрационный механизм [2] состоит из корпуса, с расположенным в нем эксцентриковым валом с маховиками на концах. На этом валу установлены эксцентриковые механизмы, каждый из которых состоит из двух эксцентриков, вставленных друг в друга с возможностью изменения положения шайб, что позволяет регулировать величины эксцентриситетов  $r_i$  и сдвигов по фазам  $\varphi_i$  между ними ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). На свободных концах шатунов установлены шарнирно поршни-ударники (ПУ). Уравнения движения механизмов при ряде ограничений могут быть записаны в виде

$$(1) \quad \begin{aligned} \ddot{x} &= -p, x > f(\tau), \\ \dot{x}^+ &= -R\dot{x}^- + (1+R) \frac{df(\tau)}{d\tau}, x = f(\tau). \end{aligned}$$

где  $x, \tau$  - безразмерные координата центра масс корпуса и время соответственно,  $0 \leq R \leq 1$  - коэффициент восстановления скорости при ударе,  $f(\tau) = \max_{\tau} \{f_1(\tau), f_2(\tau), \dots, f_N(\tau)\}$  ( $f_i(\tau) = \varepsilon_i - \mu\gamma_i \cos(\tau - \varphi_i)$ ). Описание остальных параметров смотри в работе [2].

## 3. Фазовое пространство

Фазовое пространство системы (1)  $\Phi(x \geq f(\tau), \dot{x} < +\infty)$  в координатах  $x, \dot{x}, \tau$  усечено по  $x$ . Все фазовые траектории располагаются либо на поверхности  $S(x = f(\tau))$ , либо выше ее, представляющую собой вообще говоря  $N$  пересекающихся поверхностей  $x = f_i(\tau)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ), качественный вид которых вместе с фазовыми траекториями, приведен на рис. 1.

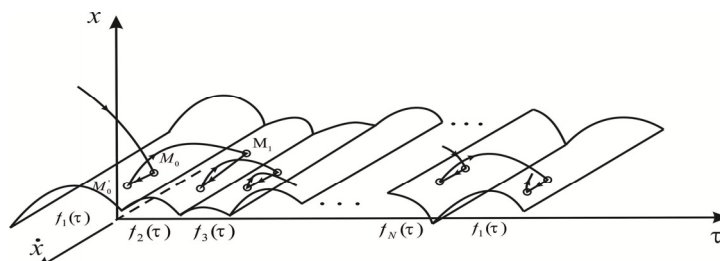
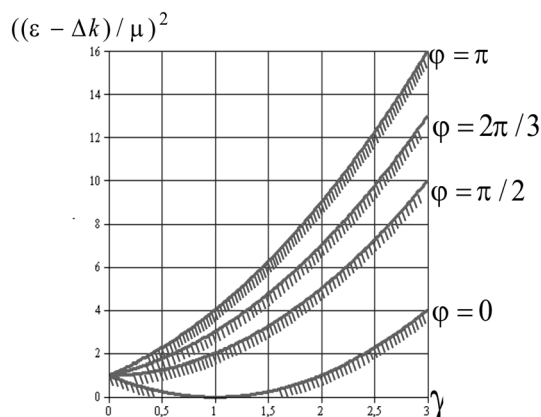


Рис. 1. Качественный вид фазового пространства системы (1).

Случай  $x > f(\tau)$  соответствует свободному движению механизма, а  $x = f(\tau)$  – ударному взаимодействию одного из ПУ с ограничителем. Используя математический аппарат метода точечных отображений, удалось создать общую методику подбора параметров механизмов, определяющих настройку последних на требуемый режим движения. Так ниже в плоскости обобщенных параметров для механизма с двумя ПУ и при различных значениях  $\varphi_i$  представлены границы областей существования режимов движения (заштрихованная сторона границ) с возможностью поочередного соударения каждым ПУ



**Рис. 2.** Бифуркационные границы, выделяющая в пространстве параметров области существования режимов движения с ударами каждым ПУ.

Исследование динамики механизма, описываемого уравнениями (1), проведено численно-аналитическим способом с использованием метода точечного преобразования [3] поверхности  $S$  в себя.

Уравнения для нахождения координат неподвижных точек точечного преобразования, соответствующих периодическим движениям с поочередными ударом каждым поршнем-ударником, получаются путем добавления к уравнениям точечного преобразования условий периодичности [4].

Устойчивость в малом неподвижной точки определяется, как известно [4], величиной корней характеристического уравнения  $\chi(z) = 0$ , которое имеет вид

$$(2) \quad \chi(z) = Az^2 + Bz + C = 0.$$

Коэффициенты  $A, B, C$  подсчитываются после линеаризации уравнений точечного преобразования в окрестности найденных неподвижных точек.

Граница области существования и устойчивости неподвижных точек точечного отображения  $T$  определяется, как известно [4], поверхностями  $N_+, N_-, N_\varphi$ , уравнения которых получают подстановкой в (2)  $z = 1, z = -1, z = \exp(\pm i\varphi), 0 \leq \varphi \leq 2\pi$  соответственно.

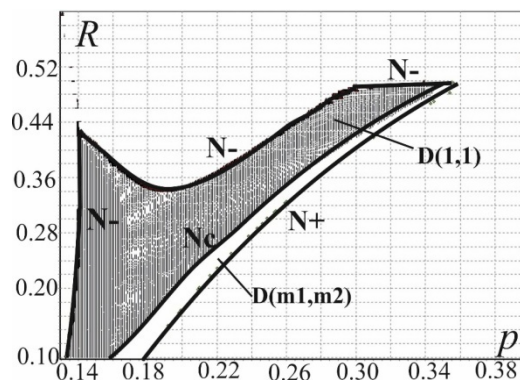
## 4. Результаты численного исследования динамики механизма

Исследование сложной динамики механизмов при числе ПУ  $N=2$  проведено с использованием численных экспериментов с помощью программного комплекса, разработанного в среде Borland Developer Studio 2006. Данный комплекс позволяет прово-

дальше расчеты фазовых траекторий, бифуркационных диаграмм и областей устойчивости основных режимов движения в пространстве параметров механизма.

Обозначим через  $D(m_1, m_2)$  область существования устойчивых периодических движений в пространстве параметров, где  $m_1$  – число ударов первым поршнем о шабот,  $m_2$  – число ударов вторым поршнем о шабот.

На рис. 3 в плоскости  $(p, R)$  представлена область  $D(1,1)$  (заштрихованная область) для значений параметров  $\varepsilon = 0.02, \gamma = 4, \varphi = 0.52, \mu = 0.1, k = 0, \Delta k = 0$



**Рис. 3.** Область  $D(1,1)$  существования устойчивых периодических режимов движения для значений параметров  $\varepsilon = 0.02, \gamma = 4, \varphi = 0.52, \mu = 0.1, k = 0, \Delta k = 0$ .

Бифуркационная граница  $N_c$  [4] отсекает часть (не заштрихованную на рис.3), в которой существуют движения механизма с ударами 1-м и 2-м поршнями, неравными, одновременно, единице –  $m_1 \neq 1, m_2 \neq 1$ .

Результаты вычислений координат  $(\tau_0, \tau_1, \dot{x}_0, \dot{x}_1)$  неподвижных точек и их устойчивость, при различных значениях  $p$  и  $R$  из области  $D(1,1)$  рисунка 3, представлены в таблице (1), где  $\xi = \tau_1 - \tau_0$ . Показано, что в области устойчивости существуют две неподвижные точки, одна из которых всегда устойчива (в таблице отмечено знаком «+»), а другая неустойчива (отмечена знаком «-»). Из таблицы наглядно видна степень зависимости изменения координат неподвижных точек от параметров механизма. Так, с увеличением коэффициента восстановления скорости при ударе незначительно увеличивается время удара вторым ПУ и его скорость при ударе. Зато наблюдается явная зависимость от параметров начальной фазы и начальной скорости. В предпоследнем столбце знаком «+» отмечено, существование периодического движения с 1-м ударом каждым из поршней, а знаком «-» отсутствие периодического движения. В последнем столбце знак «+» соответствует случаю, когда поршень имеет положительную доударную скорость, знак «-» соответствует отрицательной доударной скорости.

**Таблица 1.** Таблица с координатами неподвижных точек.

R/p		0.14						уст	Перемещение с 1 на 2	Рост
		$\xi$	$\tau_0$	$\tau_1$	$\dot{x}_0$	$\dot{x}_1$				
0.10	1	0.268	2.077113768	2.345113768	0.1386497126	0.4156657475	+	+	+	
	2	1.621	6.069042776	7.690042776	0.5577924448	0.3638174265	-	-	-	
0.12	1	0.223	2.125152798	2.348152798	0.1463565315	0.4193462237	+	+	+	
	2	1.656	5.997088752	7.653088752	0.238152702	0.3644886084	-	-	-	
0.14	1	0.182	2.166381090	2.348381090	0.1544564331	0.4228000164	+	+	+	
	2	1.689	5.927621628	7.616621628	-0.723287027	0.3652773003	-	-	-	

R/p		0.14							
		$\xi$	$\tau_0$	$\tau_1$	$\dot{x}_0$	$\dot{x}_1$	уст	Перемещение с 1 на 2	Рост
0.16	1	0.144	2.201844572	2.345844572	0.1621106662	0.4261215305	+	+	+
	2	1.719	5.864372251	7.583372251	-0.348284783	0.3660774105	-	-	-
0.18	1	0.111	2.231014348	2.342014348	0.1707604606	0.4290664217	+	+	+
	2	1.747	5.804600275	7.551600275	-0.605938443	0.3669171619	-	-	-
0.20	1	0.82	2.254874379	2.336874379	0.1793233029	0.4317323689	+	+	+
	2	1.773	5.748886265	7.521886265	-0.839789207	0.3677572797	-	-	-
0.22	1	0.58	2.273443077	2.331443077	0.1886963966	0.4339875272	+	+	+
	2	1.798	5.693299175	7.491299175	-0.107777035	0.3686922723	-	-	-
0.24	1	0.38	2.287654862	2.325654862	0.1965929695	0.4359278301	+	+	+
	2	1.821	5.642869263	7.463869263	-0.128156239	0.3695580800	-	-	-
0.26	1	0.23	2.297575321	2.320575321	0.2032317378	0.4374171462	+	+	+
	2	1.843	5.593182259	7.436182259	-0.148354350	0.3704748844	-	-	-

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Правительства Российской Федерации (договор №14.Y26.31.0031)

### Список литературы

1. А.с. 1020479 СССР. Вибротрамбовка / Шилков. В.А., Савалюк А.Д., Метрикин В.С., Поляков А.А., Шабардин А.К., Алехин А.И., Омененко И.Я. (СССР). N 3376593/29-33; заявлено 05.01.1982; опубликовано 30.05.1983. Бюл. № 20.
2. Igumnov L.A., Metrikin V.S., Nikiforova I.V. The dynamics of eccentric vibration mechanism (Part 1) // JVE Journal of VibroEngineering. 2017. Vol. 19. P. 4816-5656.
3. Неймарк Ю.И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Наука, 1972. 471 с.
4. Фейгин М.И. Вынужденные колебания систем с разрывными нелинейностями. М.: Наука, 1994. 285 с.