УДК 681.511.46

АЛГОРИТМ УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ СИСТЕМАМИ НА БАЗЕ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ ВХОДНЫХ И ВЫХОДНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

И.Б. Фуртат, П.А. Гущин
Институт проблем машиноведения РАН
Университет ИТМО
Российский государственный университет нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина
Россия, 199178, Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 61
Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский проспект, 49
Россия, 119991, Москва, Ленинский пр., 65
E-mail: cainenash@mail.ru

Ключевые слова: возмущения, наблюдатель, компенсация возмущений.

Аннотация: Синтезирован алгоритм управления нелинейными системами с использованием наблюдателей входных и выходных возмущений. Рассматриваются выходные возмущения, размерность которых совпадает с размерностью вектора состояния объекта. Параметрическая неопределенность и входные возмущения могут присутствовать в любом уравнении модели объекта. Получены условия расчета параметров алгоритма в виде разрешимости линейного матричного неравенства.

1. Введение

В настоящее время особое внимание уделяется задаче управления с компенсацией влияния параметрической неопределенности и возмущений, которые отрицательно влияют на качество функционирования системы управления. Для компенсации влияния входных возмущений широко используются методы [1–6].

Однако алгоритмы управления, разработанные на базе методов [1–6], могут не обеспечивать заданных показателей качества переходных процессов при наличии входных и выходных возмущений. Это связано с тем, что для одновременной компенсации влияния данных возмущений требуется находить между ними компромисс с учетом особенности математической модели объекта.

Для синтеза алгоритмов управления в условиях входных и выходных возмущений эффективно используются метод H_∞-оптимизации [7], модифицированный метод вспомогательного контура [6], методы анализа влияния помех измерения на качество работы замкнутой системы [8]- [10] и т.д. В [6] получен алгоритм компенсации возмущений при более общих условиях на структуры матриц модели объекта по сравнению с [7]. Также в [6] рассматриваются произвольные внешние ограниченные возмущения, а не синусоидальные, как в [3]. Однако в [6] предполагается, что объект управления линейный, размерность помехи должна быть меньше размерности вектора состояния, параметрическая неопределенность и внешние возмущения могут присутствовать только в определенных уравнениях модели объекта. Также в [6] отсутствуют условия расчета параметров алгоритма управления. Решению данных проблем и посвящена настоящая статья.

2. Постановка задачи

Рассмотрим объект управления, модель которого описывается уравнениями

(1) $$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B\left(\psi(x,t) + c_0 u(t) + \varphi(t)\right), \quad x(0) = x_0,$$

(2) $$z(t) = x(t) + \xi(t),$$

где $x(t) = [x_1(t), ..., x_n(t)]^{\mathrm{T}}$ – вектор состояния, $u(t) \in R$ – сигнал управления, $z(t) \in R^n$ – измеряемый сигнал, $\xi(t) = [\xi_1(t), ..., \xi_n(t)]^{\mathrm{T}}$ – ограниченные выходные возмущения, $\psi(x) \in R$ и $\varphi(t) \in R$ – неизвестные функции такие, что $\left|\frac{\partial \psi(x,t)}{\partial x}\right| \leqslant L$, входное возмущение $\varphi(t)$ является ограниченной функцией и $|\dot{\varphi}(t)| \leqslant \chi_1$, $L > 0$ и $\chi_1 > 0$ (здесь и далее $|\cdot|$ – евклидова норма соответствующего вектора), $A \in R^{n\times n}$ – известная гурвицева матрица, $B = [b_1, ..., b_n]^{\mathrm{T}}$ – известный вектор, пара (A, B) управляема, параметрическая неопределенность обусловлена неопределенностью коэффициента c_0, который принадлежит отрезку $[c_{\min}, c_{\max}]$, где $c_{\min} > -1$ и $c_{\max}$ известны. Начальное условие x_0 неизвестно.

Требуется разработать алгоритм управления, который обеспечит устойчивость замкнутой системы и выполнение целевого условия

(3) $$\overline{\lim_{t\to\infty}} |x(t)| \leqslant \delta,$$

где значение величины $\delta > 0$ будет определено в утверждении ниже.

3. Наблюдатель выходных возмущений

Перепишем выражение (2) в виде

(4) $$z = x + \tilde{E}\tilde{\xi} + E_i \xi_i.$$

где $E_j = [0, ..., 0, 1, 0, ..., 0]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{E} = [E_1, ..., E_{i-1}, E_{i+1}, ..., E_n]$. Исключим i-е уравнение из (4). Для этого умножим (4) слева на $\tilde{I}$, где $\tilde{I}$ – матрица размерности $(n-1) \times n$, полученная из единичной матрицы порядка n путем вычеркивания i-й строки. В результате получим

(5) $$\tilde{z} = \tilde{I}x + \tilde{\xi},$$

где $\tilde{z} = \tilde{I}z$.

Обозначим: $f(x,u,t) = \psi(x,t) + c_0u(t) + \varphi(t)$. Продифференцировав (5) по времени вдоль траекторий системы (1), имеем

(6) $$\dot{\tilde{z}} = \tilde{I}Az - \tilde{I}A\tilde{E}\tilde{\xi} - \tilde{I}A\tilde{E}_i\xi_i + \tilde{I}Bu + \tilde{I}Bf(x,u,t) + \dot{\tilde{\xi}}.$$

Введем обозначения

$$\tilde{A} = \tilde{I}A\tilde{E}, \tilde{A}_1 = \tilde{I}A, \tilde{A}_2 = \tilde{I}AE_i, \tilde{B} = \tilde{I}B$$

и перепишем (6) в виде

(7) $$\dot{\tilde{\xi}} = \tilde{A}\tilde{\xi} - \tilde{A}_1z + \dot{\tilde{z}} - \tilde{B}u - \tilde{B}f(x,u,t) + \tilde{A}_2\xi_i.$$

Сформируем наблюдатель выходного возмущения $\tilde{\xi}$ в виде

(8) $$\hat{\xi} = \int_0^t \left[\tilde{A}\hat{\xi}(s) - \tilde{A}_1z(s)\right] ds + \tilde{z},$$

где $\hat{\xi}$ – вектор оценки сигнала $\tilde{\xi}$, сигналы z и $\tilde{z}$ доступны измерению из постановки задачи.

4. Наблюдатель входных возмущений и закон управления

Выразим в системе (1) i-е уравнение. Для этого умножим слева (1) на матрицу E_i:

(9) $$\dot{x}_i = E_i^{\mathrm{T}}Ax + E_i^{\mathrm{T}}Bu + E_i^{\mathrm{T}}Bf(x,u,t),$$

где $x_i = E_i^{\mathrm{T}}x$. Найдем из (9) сигнал возмущения в виде

(10) $$f(x,u,t) = \left(E_i^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}\left[\dot{x}_i - E_i^{\mathrm{T}}Ax - E_i^{\mathrm{T}}Bu\right].$$

Из (10) следует, что для получения информации о функции f необходима информация о сигналах x и $\dot{x}_i$. Однако данная информация напрямую не доступна из постановки задачи. Поэтому дальнейшие действия связаны с получением оценок данных сигналов. Принимая во внимание (4), запишем выражение для $\hat{x}$ как

(11) $$\hat{x} = z - \tilde{E}\hat{\xi} = x + \tilde{E}e + E_i\xi_i.$$

Следуя [13], введем наблюдатель $\hat{f} = \hat{f}(\hat{x}, u)$ входного возмущения f в виде

(12) $$\hat{f} = \left(E_i^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}\left[\dot{\hat{x}}_i - E_i^{\mathrm{T}}A\hat{x} - (1-\mu p)E_i^{\mathrm{T}}Bv\right],$$

где $p = d/dt$, $\mu > 0$. Для частичной компенсации влияния входного возмущения введем закон управления u в виде

$$u = -\hat{f} \tag{13}$$

или

$$u = -\frac{1}{\mu}\left(E_i^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}\left[\hat{x}_i - E_i^{\mathrm{T}}A\int_0^t \hat{x}(s)ds\right]. \tag{14}$$

Обозначим:
$A_{21} = \frac{1+c_0}{\mu}A$, $A_{22} = -\frac{1+c_0}{\mu}I_n + A$, $A_{23} = \frac{1+c_0}{\mu}B(E_i^{\mathrm{T}}B)^{-1}E_i^{\mathrm{T}}A\tilde{E}$,
$B_{21} = B$, $B_{22} = -\frac{1+c_0}{\mu}B\left(E_i^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}E_i^{\mathrm{T}}AE_i$, $B_{23} = -\frac{1+c_0}{\mu}B\left(E_i^{\mathrm{T}}B\right)^{-1}$,
$A_{43} = \frac{1+c_0}{\mu}[\tilde{A} - \tilde{B}(E_i^{\mathrm{T}}B)^{-1}E_i^T A\tilde{E}]$, $A_{44} = -\frac{1+c_0}{\mu}I_{n-1} + \tilde{A}$,
$B_{41} = -\tilde{B}$, $B_{42} = -\frac{1+c_0}{\mu}(\tilde{B}(E_i^{\mathrm{T}}B)^{-1}E_i^{\mathrm{T}}AE_i - \tilde{A}_2)$, $B_{43} = \frac{1+c_0}{\mu}\tilde{B}(E_i^{\mathrm{T}}B)^{-1} + \tilde{A}_2$,

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 0 \\ B \\ 0 \\ -\tilde{B} \end{bmatrix}, B_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} \\ 0 & 0 & 0 \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} \end{bmatrix},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} A_e^{\mathrm{T}}P + PA_e + 2\beta P + \tau L^2 C^{\mathrm{T}}C & PF & PB_e \\ * & -\tau & 0 \\ * & * & -\rho I_3 \end{bmatrix}.$$

Здесь $\beta > 0$, $\rho > 0$, $\tau > 0$ и $P > 0$ – положительно определенная матрица, "$*$" обозначает симметричный блок симметричной матрицы. Сформулируем основной результат статьи.

Утверждение 1. *Рассмотрим систему управления, состоящую из объекта* (1), (2)*, наблюдателя выходного возмущения* (8) *и закона управления* (11), (14)*. Пусть для заданных чисел $\beta > 0$ и $\mu > 0$ существуют коэффициенты $\tau > 0$, $\rho > 0$ и матрица $P > 0$ такие, что выполнено линейное матричное неравенство (ЛМН) $\Psi < 0$. Тогда замкнутая система* (1), (2), (8), (11), (14) *устойчива и выполнено целевое условие* (3)*, где*

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho\sum_{i=1}^{3}\chi_i^2}{2\beta\lambda_{\min}(P)}}, \tag{15}$$

$\lambda_{\min}(P)$ *– наименьшее собственное число матрицы P.*

5. Заключение

Получен алгоритм управления нелинейными системами на базе наблюдателей входных и выходных возмущений. В отличие от существующих результатов предложенный алгоритм работоспособен в условиях выходных возмущений, размерности которых равны размерности вектора состояния, не используется наблюдатель производных, а параметрическая неопределенность и внешние возмущения могут присутствовать в любом уравнении модели объекта. Получены условия расчета параметров алгоритма управления для обеспечения устойчивости замкнутой системы. Поскольку значение закона управления противоположно значению возмущений, то обеспечивается управление объектом при низком уровне сигнала управления.

Исследования выполнены при поддержке проекта РФФИ № 18-38-20037.

Список литературы

1. Поляк Б.Т., Топунов М.В. Подавление ограниченных внешних возмущений: управление по выходу // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. С. 72-90.
   Polyak B.T., Topunov M.V. Suppression of bounded exogenous disturbances: Output feedback // Automation and Remote Control. 2008. V. 69, No. 5. P. 801-818.
2. Никифоров В.О. Нелинейная система управления с компенсацией внешних детерминированных возмущений // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1997. № 4. С. 69-73.
3. Fedele G., Ferrise A. Biased Sinusoidal Disturbance Compensation With Unknown Frequency // IEEE Trans. Autom. Control. 2013. Vol. 58, No. 12. P. 3207-3212.
4. Буков В.Н. Вложение систем. Аналитический подход к анализу и синтезу матричных систем. Калуга: Изд-во научн. лит-ры. Н.Ф. Бочкаревой, 2006.
5. Проскурников А.В., Якубович В.А. Универсальные регуляторы в задачах оптимального управления с эталонной моделью при неизвестных внешних сигналах // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2012. № 2. С. 49.
6. Цыкунов А.М. Робастное управление с компенсацией возмущений. М.: Физматлит, 2012.
7. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления / Под ред. Егупова Н.Д. М.: Изд-во МТТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
8. Baillieul J. Feedback Coding for Information-Based Control: Operating Near the Data Rate Limit // Proc. 41 IEEE Conf. Decision Control. Las Vegas, Nevada, USA, 2002. P. 3229-3236.
9. Delchamps D.F. Extracting State Information from a Quantized Output Record // Syst. Control Lett. 1989. Vol. 13. P. 365-372.
10. Furtat I.B., Fradkov A.L., Liberzon D. Compensation of disturbances for MIMO systems with quantized output // Automatica. 2015. Vol. 60. P. 239-244.
11. Баландин Д.В., Коган М.М. Синтез законов управления на основе линейных матричных неравенств. М.: Физматлит, 2007.
12. Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С. Управление линейными системами при внешних возмущениях. Техника линейных матричных неравенств. М.: Ленанд, 2014.
13. Фуртат И.Б. Алгоритм робастного управления линейными объектами с векторными входами-выходами в условии насыщения сигнала управления // Мехатроника, автоматизация, управление. 2016. Т. 17, № 9. С. 579-587.