УДК 629.7.036.54-63

СПОСОБЫ РЕШЕНИЯ ТЕРМИНАЛЬНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ РАКЕТНЫМИ СРЕДСТВАМИ ВЫВЕДЕНИЯ

В.П. Иванов
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: vladguc@ipu.ru

В.К. Завадский
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: vladguc@ipu.ru

Е.Б. Каблова
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: vladguc@ipu.ru

Л.Г. Кленовая
Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65
E-mail: vladguc@ipu.ru

Ключевые слова: терминальное управление, средства выведения, динамика систем.

Аннотация: Дан краткий обзор исследований в области терминального управления объектами ракетно-космической техники. Рассмотрены возможные способы решения терминальных задач. Исследованы вопросы динамики систем квазитерминального управления с прогнозированием будущего состояния на заданном интервале времени.

1. Введение

Во многих областях техники возникают задачи приведения объекта управления в заданное конечное состояние, определяемое совокупностью нескольких краевых условий. Динамические системы, решающие такого рода задачи, получили название терминальных систем управления.

Толчком к становлению теории терминальных систем управления послужили практические задачи, возникающие в ракетно-космической и авиационной технике.

Становление теории терминального управления происходило в середине прошлого столетия. Здесь следует отметить работы [1-3]. Первое систематическое изложение содержания теории терминального управления применительно к подвижным объектам дано в монографии [4].

Дальнейшее развитие теории терминального управления происходило на основе исследований по разработке методов прогнозирования промаха и алгоритмов управления по прогнозируемому промаху, принципов комбинированного управления, применительно к терминальным системам при неполной априорной информации о возмущающих факторах [5], теории отказоустойчивых бортовых терминальных систем в обеспечение безопасности объекта управления [6], [7].

В настоящее время отмечается тенденция к интеграции управления процессами различной физической природы в едином объекте. Это диктуется возросшими требованиями к управлению и новыми возможностями бортовых вычислительных средств. В единой интегрированной системе реализуются новые, полезные свойства [8].

2. Формулировка задачи терминального управления

Рассмотрим задачу управления сложными многосвязными объектами, к которым относятся жидкостные ракеты-носители и разгонные блоки.

Объект управления описывается дифференциальным уравнением вида:

(1) $$\dot{x} = f(x(t), w(t), t),\, x(t) \in X \subset E^k,\, w \in W \subset E^\nu,\, \nu \leq k,$$
$$t \in [t_0, T],\, x(t_0) = x_0 \in X_0.$$

Здесь $x(t)$ – объединенный вектор координат состояния объекта и уравнений модели возмущающих факторов; $x(t_0)$ – расширенный вектор заранее неизвестных начальных условий; f – вектор-функция, дифференцируемая по совокупности своих аргументов; $w(t)$ – управление; T – момент достижения требуемого конечного состояния (терминальный момент времени).

Для конечного состояния объекта задаются краевые условия:

(2) $$\phi^\ell(x(T), T) = \phi_з^\ell,\, \ell = \overline{1, L},\, L \leq k.$$

Значение терминального момента времени может задаваться заранее. В общем случае его величина заранее неизвестна, и допускается определенная степень свободы в назначении момента T . В возмущенных условиях терминальный момент времени может рассматриваться как параметр управления.

Принимая во внимание возможность ошибок управления при решении задачи (1)÷(2), введем понятие невязок краевых условий и переформулируем цель управления (2):

(3) $$z = \{z^\ell = \phi^\ell\,(x(T), T) - \phi_з^\ell,\, \ell = \overrightarrow{1, L}, L \leq k\},\, z \in \delta,$$

где δ – множество допустимых значений вектора невязок, характеризующее точность решения задачи (1)÷(2).

Кроме терминальных условий (3), обычно учитываются также показатели интегрального типа:

(4) $$I_n = \int_{t_0}^{T} g_n\,(x, w, \tau) d\tau,\, n = 1,2, \ldots, N,$$

где g_n - известная знакоопределенная функция, физическое содержание которой могут составлять затраты энергетического ресурса, времени, потери на управление.

Для управления с обратной связью производятся измерения процесса $x(t)$, определяемого уравнением (1).

Устройства измерения обычно представляются статическими звеньями. В общем случае уравнение измерительной части системы для объекта управления (1) записывается в виде:

(5) $$y(t) = \chi_t\,(x(t), h(t)),$$

где $y(t)$ - вектор измерений размерности p, $h(t)$ - вектор ошибок измерения.

Уравнения (1) описывают процессы различной физической природы, протекающие на ракетоносителе: механика движения твердого тела, гидродинамика жидкости, теплообменные, термодинамические процессы, и служат априорной информацией для решения задач навигации, наведения, управления расходованием топлива, наддувом баков и двигателем.

Краевые условия (2) и невязки (3) определяются целевыми функционалами задач выведения космических аппаратов и условиями безопасного выключения двигателя. Критерий (4) формируется, исходя из постоянной потребности повышения энергетических характеристик ракетных средств выведения.

Первоначально в терминальных системах управление с обратной связью формировалось относительно программы, выбираемой при решении задачи оптимального управления с граничными условиями на правом конце траектории. Программное управление определяется как функция времени $w_{\text{пр}}(t)$ для невозмущенного движения объекта при заданных начальных условиях. Ему соответствует номинальная (невозмущенная) траектория движения объекта $x_{\text{н}}(t)$.С учетом сказанного, в (1) $x(t)= x_{\text{н}}(t)+\Delta x(t)$, $w(t)= w_{\text{пр}}(t)+\Delta w(t)$. При этом из (1) может быть получено линеаризованное уравнение для $\Delta x(t)$, $\Delta w(t)$. Недостатками данного способа решения терминальной задачи являются возможность возникновения автоколебаний и повышенные потери на управление с обратной связью.

Принципы управления, наиболее адекватные терминальным системам, предусматривают прогнозирование будущего движения системы от текущего до терминального момента и формирование $w(t)$, приводящего систему в заданное конечное состояние (2) [9]. При этом может сокращаться размерность вектора управляющих воздействий, а по остальным компонентам сохраняется программное управление. С целью компенсации неизбежно возникающих в реальных условиях погрешностей управления такая процедура многократно повторяется и в последующие моменты времени.

При так называемом квазитерминальном управлении при прогнозировании взамен условий (2) рассматриваются новые, подвижные краевые условия – значения координат номинальной траектории в момент времени, удаленный от текущего на заданный интервал ΔT [10]. При прогнозировании используются линеаризованные уравнения объекта. Размерность $\Delta w(t)$ может быть меньше, чем при первом способе. При этом управление выбирается в классе вектор-функций $\Delta w(u,t)$ вектора параметров $u(t)$ времени размерности k [11].

3. Синтез алгоритма квазитерминального управления

Пусть объект управления описывается линейным дифференциальным уравнением вида

(6) $$\dot{x} = Ax + B\Delta w(u,t), x(t_0) = x_0,$$

где

A, B – матрицы размера $k \times k$ и $k \times \nu$.

Здесь через $x(t)$ переобозначены отклонения фактических значений координат объекта от их значений, соответствующих номинальной траектории движения.

Целью управления является перевод и удержание вектора состояния на заданной в функции времени номинальной траектории $x_{\text{н}}(t)$.

Так же как и при решении терминальных задач, управление объектом (6) будем формировать на основе прогнозирования будущих значений фазовых координат при заданном будущем управлении. Для вычисления в текущий момент t прогнозируемых на интервал τ будущих значений координат вектора x (т.е. значений x в момент $t+\tau$) будем использовать прогнозирующую модель, содержащую модель объекта и полиномиальную программу $\Delta w(u,\tau) = T(\tau) \cdot u(t)$ будущего управления

(7) $$\dot{\hat{x}}(t,\tau) = A\hat{x}(t,\tau) + BT(\tau)\cdot u(t),\ \tau \in (0,\Delta T),\ \hat{x}(t,\tau)|_{\tau=0} = x(t),$$
$$T(\tau) = \begin{Vmatrix} 1\ \tau \cdots \tau^{k_1} & 0 \cdots 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 \cdots 0 & 1\ \tau \cdots \tau^{k_\nu} \end{Vmatrix},$$
$$u(t) = [u_{0_1}, \ldots, u_{k_1}, \ldots, u_{0_j}, \ldots, u_{k_j}, \ldots, u_{0_\nu}, \ldots, u_{k_\nu}],\ u_0 = \Delta w(t).$$

Здесь k_j – наивысшая степень полиномиального представления для *j*-й компоненты вектора Δw, $\sum k_j = k$. Предполагается, что контуры терминального управления развязаны по управлениям (в строках матрицы В содержится не более одного ненулевого элемента).

Полагая в уравнении объекта (6)
$$\Delta w(u,t) = T(0)u(t),$$
получим:

(8) $$\dot{x} = Ax + B\,\Delta w = Ax + B\,T(0)\cdot u(t).$$

В дальнейшем для объекта (8) вектор *u* будем называть управлением.

В прогнозирующей модели (7) в отличие от (6) управление $u(t)$считается *постоянным* на интервале прогнозирования $\tau \in (t, t+\Delta T)$и дифференцирование производится по «будущему» времени τ (в предположении *t*=*const*).

Пусть $z(t,\Delta T) = \hat{x}(t,\Delta T)$ – прогнозируемое значение вектора невязок между фактической и номинальной траекторией движения объекта в момент $t + \Delta T$.

В линейном стационарном случае выражение (7) для прогнозируемого промаха принимает вид [12]

(9) $$z(t,\Delta T) = \hat{x}(t,\Delta T) = \exp(A\Delta T)x(t) + \left(\int_0^{\Delta T} \exp(A(\Delta T - \tau))B\,T(\tau)d\tau\right)u(t) =$$
$$= \exp(A\Delta T)x(t) + \frac{\partial z}{\partial u}u,$$

где
$$\frac{\partial z}{\partial u} = \int_0^{\Delta T} \exp\big(A(\Delta T - \tau)\big)B\,T(\tau)d\tau.$$

Управление *u*(*t*) объектом (8) в каждый момент времени *t* будем выбирать из условия выполнения равенства нулю вектора промаха *z*(*t*,Δ*T*)=0, откуда алгоритм управления представляется в виде

(10) $$u(x(t)) = D\,x(t) = -\left(\int_0^{\Delta T} \exp(A(\Delta T - \tau))B\,T(\tau)d\tau\right)^{-1}\exp(A\Delta T)x(t).$$

В этом случае постоянные матрицы $\frac{\partial z}{\partial u}$ и D могут быть вычислены (при условии $\det(\frac{\partial z}{\partial u}) \neq 0$, например, в системе MATLAB) по известным матрицам A, B, $T(\tau)$ и выбранном значении параметра ΔT. Уравнение замкнутой системы в данном случае имеет вид

(11) $$\dot{x} = \Phi(\Delta T)x = \left(A - BT(0)\left(\int_0^{\Delta T}\exp(A(\Delta T - \tau))B\,T(\tau)d\tau\right)^{-1}\exp(A\Delta T)\right)x,$$

а для проверки ее устойчивости достаточно вычислить вектор собственных ний$\lambda(\Phi)$ постоянной матрицы Φ и убедиться, что $\mathrm{Re}(\lambda_j(\Phi)) < 0, j = 1,\ldots,k$.

Условие $\det(\frac{\partial z}{\partial u}) \neq 0$ для всех $\Delta T > 0$ по существу является условием управляемости объекта (6) по вектору Δw и поэтому может выполняться лишь для полностью управляемого объекта (6).

Справедливо следующее утверждение, легко проверяемое непосредственно в каждой конкретной ситуации.

В стационарном случае при условиях $det(\frac{\partial z}{\partial u}) \neq 0$ *и для ограниченных сверху и снизу значений* ΔT: $0 < \Delta T < \Delta T_{\text{огр}}$ *квазитерминальный алгоритм управления (10) обеспечивает асимптотическую устойчивость замкнутой системы управления.*

Список литературы

1. Охоцимский Д.Е.. К теории движения ракет // Прикладная математика и механика. 1946. Т. 10, № 2. С. 203-214.
2. Охоцимский Д.Е., Энеев Т.М. Некоторые вариационные задачи, связанные с запуском искусственного спутника Земли» // Успехи физических наук. 1957. Т. 63, Вып. 1а. С. 5-32.
3. Чандлер Д., Смит И. Итеративное наведение ракет // Вопросы ракетной техники. 1967. № 12. С. *55*-67.
4. Петров Б.Н., Портнова-Соколов Ю.П., Андриенко А.Я., Иванов В.П. Бортовые терминальные системы управления. М.: Машиностроение, 1983.
5. Андриенко А.Я., Иванов В.П. Вопросы теории и практики создания бортовых терминальных систем жидкостных ракет-носителей // Автоматика и телемеханика. 2013. № 3. С. 103-119.
6. Rodrigues M., Theilliol D. and Sauter D. Fault tolerant control design of nonlinear systems using LMI gain synthesis // IFAC Proceedings Volumes. 2005. Vol. 38, No. 1. P. 442-447.
7. Ivanov V.P., Kablova E.B.. Control of the times of engine shutdown by the launch safety criterion // IFAC Proceedings Volumes. 2004. Vol. 37, No. 6. P. 275-279.
8. Иванов В.П., Завадский В.К., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г. Разработка принципов и методов терминального управления перспективными средствами выведения / Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2014. Москва, 16-19 июня 2014 г.. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. С. 3442-3449.
9. Иванов В.П., Завадский В.К., Гуськов А.Д., Дишель В.Д., Васягина И.В., Кислик В.Д.. Терминальное управление наведением ракеты-носителя и расходованием топлива в режиме его полной выработки // М.: Союз НИО, 2008. С. 56-64.
10. Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г. Алгоритмы терминального управления с прогнозированием невязок подвижных краевых условий // Проблемы управления. 2017. № 3. С. 57-63.
11. Завадский В.К. Условно-оптимальное управление в терминальных системах с прогнозированием // Автоматика и телемеханика. 1991. № 5. С. 63-72.
12. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц / Издание третье. М., 1967. 575 с.