УДК 629.785

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ УГЛОМ ОРИЕНТАЦИИ АСИММЕТРИЧНОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В АТМОСФЕРЕ МАРСА

В.В. Любимов
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34
E-mail: vlubimov@mail.ru

Е.В. Куркина
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Россия, 443086, Самара, Московское шоссе, 34
E-mail: ekaterina.kurkina@mail.ru

Ключевые слова: оптимальное управление, ориентация, асимметричный космический аппарат, динамическое программирование, атмосфера

Аннотация: Рассматривается квазилинейная динамическая система, описывающая движение КА с малой аэродинамической асимметрией в атмосфере. Целью работы является получение оптимального приближённого управления углом атаки, учитывающего изменение величины аэродинамической и инерционной асимметрии в нерезонансном случае. При синтезе управления используются метод динамического программирования и метод усреднения. Основным результатом работы является получение выражения для приближённо-аналитического оптимального управления. Достоверность результатов подтверждается численным моделированием в задаче спуска асимметричного космического аппарата в атмосфере Марса.

1. Введение

Известно, что при атмосферном спуске космических аппаратов необходимо соблюдать ограничения на величину угла атаки [5]. Действительно, ограничение пространственного угла атаки обеспечивает наибольший нагрев поверхности аппарата закрытой теплозащитным покрытием. Следует отметить, что имеется существенное количество публикаций по теме исследования относительного неуправляемого движения космических аппаратов с малой асимметрией при атмосферном спуске [1-3]. Кроме того, существуют публикации по управлению величиной асимметрии при реализации резонансных эффектов в процессе атмосферного спуска космического аппарата [6, 7]. Отметим, что известных публикациях отсутствует решение задачи управления углом атаки посредством изменения малой аэродинамической асимметрией спускаемого космического аппарата.

Целью данной работы является получение оптимального управления углом атаки, реализуемого посредством изменения величины аэродинамической асимметрии. При решении данной задачи применяется метод динамического программирования Беллмана [4]. Согласно методу Беллмана, ставится задача нахождения оптимального управления на всем отрезке атмосферного движения $[t_o, T]$. При этом управление u должно быть оптимальным в каждый момент времени $t \in [t_o, T]$.

2. Математическая модель

Рассмотрим квазилинейные уравнения относительного движения космического аппарата [1] с изменяемой аэродинамической асимметрией $\overline{m}^A = u$ при условии постоянной положительной угловой скорости ω_x:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon f_1 + \varepsilon f_2(\theta) u$$

(1)
$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_x - \omega_{1,2}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon f_3,$$

где $f_1 = -\frac{\omega}{2\omega_a^2}\dot{\omega}\alpha$, $f_2 = -\frac{1}{2\omega_a}\cos(\theta + \theta_1)$, $f_3 = \frac{\omega}{2q}\dot{q}$, ε – малый параметр, характеризующий величину параметра аэродинамической асимметрии; ω_x – угловая скорость космического аппарата относительно продольной оси OX; α – угол атаки, θ – быстрая фаза; $\theta = \varphi - \pi/2$; φ – аэродинамический угол крена; m^A– параметр, характеризующий величину инерционной и аэродинамической асимметрий; θ_1– параметр, который определяет взаимное расположение инерционной и аэродинамической асимметрии;$\omega_{1,2} = \bar{I}_x\omega_x/2 \pm \omega_a$, $\bar{I}_x = I_x/I$, I_x, $I_y = I_z = I$ – моменты инерции космического аппарата относительно осей координат систем OXYZ; $\omega_a = \sqrt{\bar{I}_x^2\omega_x^2/4 + \omega^2}$; ω – частота прецессии с угловой скоростью $\omega_x = 0$, $\omega = \sqrt{-m_{z\text{п}} qSLctg\alpha/I}$, q – скоростной напор, S - площадь миделевого сечения, L – длина космического аппарата, $m_{z\text{п}}$ – коэффициент восстанавливающего аэродинамического момента, $\omega_x - \omega_{1,2}$ – резонансное соотношение частот.

3. Оптимальное управление

Пусть $\alpha_0 = \alpha(t_0)$ – начальная величина угла атаки. Необходимо найти управление $u_0 \in U$, переводящее угол $\alpha_0 = \alpha(t_0)$ в заданное положение $\alpha_T = \alpha(T) = 0$ за минимальное время.

При этом критерий оптимальности примет вид [9]:

(2)
$$I = \varepsilon\int_0^T (b\alpha^2 + cu^2)dt,$$

где b, c – заданные весовые коэффициенты критерия оптимальности. Здесь функция Ляпунова $V = b\alpha^2 + cu^2$ $(b > 0, c > 0)$.

Для решения задачи оптимизации используется принцип Беллмана, который для системы (1) и критерия (2) приводит к соотношению:

(3)
$$\min_u\left(\varepsilon b\alpha^2 + \varepsilon cu^2 + \frac{\partial v}{\partial\alpha}\frac{d\alpha}{dt} + \frac{\partial v}{\partial\theta}\frac{d\theta}{dt}\right) = 0,$$

где $v(\alpha, \theta)$ – производящая функция.

Подставив в соотношение (3) производные $\frac{d\alpha}{dt}, \frac{d\theta}{dt}$ из системы (1), получим:

(4)
$$\min_u(\varepsilon b\alpha^2 + \varepsilon cu^2 + \frac{\partial v}{\partial\alpha}\left[-\varepsilon\frac{\omega\dot{\omega}}{2\omega_a^2}\alpha - \varepsilon\frac{u}{2\omega_a}\cos(\theta + \theta_1)\right] + \frac{\partial v}{\partial\theta}\Delta) = 0.$$

Выделяя в (4) отдельно слагаемые, зависящие от управления u - получим:

(5)
$$F(u) = \varepsilon cu^2 - \frac{\partial v}{\partial\alpha}\frac{u}{2\omega_a}\cos(\theta + \theta_1).$$

Необходимое условие минимума функции $F(u)$ – по управлению u – будет иметь вид:

(6) $$\frac{\partial F}{\partial u} = 2\varepsilon c u - \frac{\partial \nu}{\partial \alpha}\frac{\cos(\theta+\theta_1)}{2\omega_a} = 0$$

Отметим, что выполняется достаточное условие минимума $F(u)$:

(7) $$\frac{\partial^2 F}{\partial u^2} = 2\varepsilon c > 0$$

Поэтому оптимальное управление u^0 находим из условия (6) в виде:

(8) $$u^0 = \frac{\partial \nu}{\partial \alpha}\frac{\cos(\theta+\theta_1)}{4c\omega_\alpha}$$

Подставляя управление (8) в условие (4) после упрощения получаем уравнение Беллмана:

(9) $$\varepsilon b\alpha^2 - \varepsilon\left[\frac{\partial \nu}{\partial \alpha}\right]^2\frac{\cos^2(\theta+\theta_1)}{16c\ \ \omega^2{}_\alpha} - \varepsilon\frac{\partial \nu}{\partial \alpha}\frac{\omega\dot{\omega}}{2\omega_\alpha^2}\alpha + \frac{\partial \nu}{\partial \theta}\Delta = 0$$

В соответствии с этим методом усреднения будем искать решение уравнений (1) с учётом (9) в виде рядов:

(10) $$\begin{cases}\alpha = \alpha^0 + \varepsilon u_1\left(\alpha^0,\theta^0\right) + \ldots\\ \theta = \theta^0 + \varepsilon U_1\left(\alpha^0,\theta^0\right) + \ldots\\ \nu = \nu^0(\alpha^0) + \varepsilon\nu_1\left(\alpha^0,\theta^0\right) + \ldots\end{cases}$$

Здесь α^0,θ^0 – новые переменные системы (1), а функции $u_j\left(\alpha^0,\theta^0\right)$, $U_j\left(\alpha^0,\theta^0\right)$, $\nu^0(\alpha^0)$, $\nu_j\left(\alpha^0,\theta^0\right)$, $(j = 1,2,..)$ – подлежат определению.

Подставляя ряды (10) в уравнение (9) получим до членов $O(\varepsilon^2)$:

(11) $$\varepsilon b(\alpha^0)^2 - \varepsilon\left[\frac{\partial \nu^0}{\partial \alpha^0}\right]^2\frac{\cos^2\left(\theta^0+\theta_1\right)}{16c\ \ \omega^2{}_\alpha} - \varepsilon\frac{\partial \nu^0}{\partial \alpha^0}\frac{\omega\dot{\omega}}{2\omega_\alpha^2}\alpha^0 + \varepsilon\frac{\partial \nu_1}{\partial \theta^0}\Delta = 0.$$

В первом приближении метода усреднения получим:

(12) $$\varepsilon b(\alpha^0)^2 - \varepsilon\frac{\partial \nu^0}{\partial \alpha^0}\frac{\omega\dot{\omega}}{2\omega_\alpha^2}\alpha^0 - \varepsilon\left(\frac{\partial \nu^0}{\partial \alpha^0}\right)^2\frac{1}{32c\omega_\alpha^2} = 0.$$

Порождающее решение уравнения (12) будем искать методом неопределённых коэффициентов в виде [9]:

(13) $$\nu^0 = A\left(\alpha^0\right)^2.$$

Для этого подставим (14) в (13):

(14) $$\varepsilon(\alpha^0)^2\left[b - 2A\frac{\omega\dot{\omega}}{2\omega_\alpha^2} - \frac{4A^2}{32c\omega_\alpha^2}\right] = 0.$$

Решая уравнение (14) при $\alpha^0 \neq 0$получим:

(15) $$A_{1,2} = \frac{-\frac{\omega\dot{\omega}}{\omega_\alpha^2} \pm \sqrt{\frac{\omega^2\dot{\omega}^2}{\omega_\alpha^4} - \frac{4b}{16c\omega_\alpha^2}}}{2\frac{1}{16c\omega_\alpha^2}}$$

Из двух корней уравнения (15) представляют интерес только положительные $A_{1,2}$, так как они обеспечивают положительную определённость функции Ляпунова $\nu = A\alpha^2$. Так как $b > 0, c > 0,$ то условие $A_{1,2} > 0$ выполняется лишь при щ < 0. При $\dot{\omega} < 0$ оба коэффициента $A_{1,2} > 0$ обеспечивают положительную определенность функции Ляпунова. Кроме того должно выполняться условие не отрицательности дискриминанта:

(16) $$D = \frac{\omega^2\dot{\omega}^2}{\omega_\alpha^4} - \frac{b}{4c\omega_\alpha^2} \geq 0$$

Следовательно, случай $\dot{\omega} = 0$ требуется отбросить. Из (15) следует, что при $\dot{\omega} < 0$: $A_1 > A_2$. С точки зрения быстродействия процесса управления следует из двух величин $A_{1,2} > 0$ выбрать большую $A = A_1$.

Решение (13) подставляем в управление (8):

(17) $$u = \frac{A\alpha\cos(\theta+\theta_1)}{2c\omega_\alpha}$$

При подстановке управления (17) в исходное уравнение (1) обеспечивается асимптотическая устойчивость точки покоя α=0.

4. Численное моделирование

Производилось численное моделирование относительного движения космического аппарата с малой асимметрией, осуществляющего спуск в атмосфере Марса. В процессе получения численных результатов использовалась система уравнений (1). При этом предполагалось, что спускаемый космический аппарат имеет массово-инерционные характеристики, аналогичные спускаемому космическому аппарату «Mars Polar Lander»: наибольший радиус основания конуса $r = 1{,}25$ м, высоту конуса $l = 2$ м и массу $m = 576$ кг, моменты инерции $I_x = 270$кгм^2, $I_y = 443$ кгм^2, $I_y = 443$ кгм^2. Рассматриваемая спускаемый аппарат совершает спуск в атмосфере Марса (средний радиус $R_0 = 3390$ км) при среднем ускорении свободного падения g_0=3,86 м/с^2. Начальные условия входа в атмосферу имеют вид: скорость центра масс аппарата $V(0) = 3400$ м/с, высота полёта $H(0) = 120$км, угол наклона траектории $\vartheta(0) = -0{,}017$ рад. На рис.1-2 представлено изменение пространственного угла атаки спускаемого космического аппарата в атмосфере Марса. Из рисунков сравнения рис.1 и рис. 2 следует, что управление величиной асимметрии посредством выражения (19) способствует уменьшению угла атаки до малых значений меньших 0,01 рад. Следовательно, задача оптимального управления пространственным углом атаки выполнена.

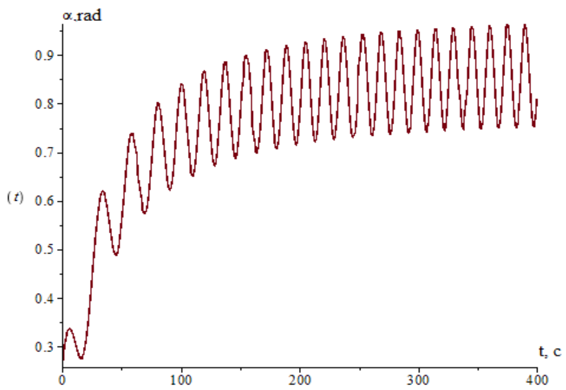

Рис. 1. Изменение угла атаки без управления.

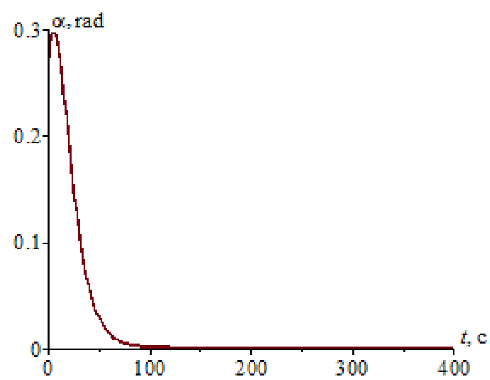

Рис. 2. Изменение угла атаки с учётом управления.

5. Заключение

Таким образом, применение метода динамического программирования Беллмана в сочетании с методом усреднения позволило решать задачу по оптимальному управлению пространственным углом атаки при атмосферном спуске асимметричного космического аппарата. При этом было получено новое выражение для приближённо-аналитического оптимального управления, учитывающего изменение малой аэродинамической асимметрии. Численные результаты подтверждают, что полученное приближённо-аналитическое выражение для оптимального управления обеспечивает уменьшение пространственного угла атаки до заданных малых величин.

Отметим, что полученное управление предполагает, что угловая скорость аппарата была постоянной и положительной. По аналогии можно рассмотреть случай, когда неизменная угловая скорость космического аппарата может иметь произвольный знак. Кроме того, представляет интерес случай управление ориентацией космического аппарата при изменяющейся угловой скорости. Однако, указанные исследования выходят за рамки представленной работы, но могут быть рассмотрены в дальнейших публикациях.

Список литературы

1. Заболотнов Ю.М. Асимптотический анализ квазилинейных уравнений движения в атмосфере КА с малой асимметрией III // Космические исследования. 1994. Т. 32, № 3. С. 112-125.
2. Шилов А. А. Динамическая устойчивость движения вращающейся капсулы на режиме установившегося снижения в атмосфере // Ученые записки ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 2. С. 165-171.
3. Ярошевский В.А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. М. Машиностроение. 1978. 168 с.
4. Bellman R. Dynamic Programming. Princeton, New Jersey: Princeton LandMarks in Mathematicsб 2010. 392 p.
5. Lyubimov V.V. Asymptotic analysis of the secondary resonance effects in the rotation of a spacecraft with small asymmetry in the atmosphere // Russ. Aeronaut. 2014. Vol. 57, No. 3. P. 245-252.
6. Lyubimov V.V. Dynamics and control of angular acceleration of a re-entry spacecraft with a small asymmetry in the atmosphere in the presence of the secondary resonance effect // Omsk: Omsk State Technical University. 2015. P. 21-23.
7. Lyubimov V.V., Kurkina E.V. Simulation of the dynamics of non-resonant motion in a controlled descent of an asymmetric spacecraft in the low-density atmosphere // Proceedings of the International Conference on Information Technology and Nanotechnology. Samara, 2016. P. 610-621.
8. Zabolotnov Y.M. Optimal control of continuous dynamic systems. Samara: Samara State Aerospace University. 2005. 129 p.