

УДК 621.396.988.6

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОРИЕНТАЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА ПО ИЗМЕРЕНИЯМ GNSS ПРИЕМНИКА И MEMS ГИРОСКОПОВ

А.В. Пестерев

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: alexanderpesterev.ap@gmail.com

И.В. Матросов

Джавад Джи Эн Эс Эс

Россия, 125057, Москва, Чапаевский пер., 3

E-mail: matrossov@gmail.com

Ю.В. Морозов

Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН

Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65

E-mail: tot1983@inbox.ru

Ключевые слова: ориентация твердого тела, уравнение Пуассона, трехосный гироскоп, GNSS измерения.

Аннотация: В статье предлагается новый подход к определению ориентации твердого тела, не предполагающий использование акселерометров и магнетометров. Матрица ориентации находится по измерениям вектора угловой скорости вращения тела и линейной скорости антенны, измеренной с помощью GNSS приемника.

1. Введение

Для измерения ориентации твердого тела (устройства) традиционно используются гироскопы, акселерометры и компас. Для определения ориентации неподвижного тела достаточно акселерометров и компаса, гироскопы же нужны для того, чтобы найти изменение ориентации, когда тело движется. Точность измерения ориентации определяется характеристиками используемых датчиков и, в первую очередь, неучтенными байесами датчиков, которые, к тому же, могут меняться со временем и зависеть от температуры окружающей среды. Следует отметить также, что, в то время как байесы гироскопов могут быть легко найдены с помощью простой процедуры калибровки непосредственно перед проведением измерений, нахождение байесов акселерометров и компаса требует более сложной процедуры калибровки [1]. Кроме того, показания компаса зачастую искажаются как внешними магнитными аномалиями, так и магнитными полями, индуцируемыми токами в измерительных приборах.

В настоящей работе предлагается новый подход к определению ориентации движущегося твердого тела с неподвижной точкой, не предполагающий использование акселерометров и магнетометров. Для нахождения матрицы ориентации устройства, снабженного приемником GNSS, спутниковой антенной и трехосным MEMS гироскопом, используются измерения вектора угловой скорости вращения тела и линейной скорости антенны.

2. Постановка задачи

Рассмотрим движение твердого тела (устройства) с неподвижной точкой O на интервале времени $[t_0, t_f]$. Обозначим через X, Y, Z оси связанной с Землей инерциальной системы отсчета, и через x, y, z оси движущейся, связанной с телом, системы координат. Обозначим через Q матрицу ориентации тела, т.е. матрицу, преобразующую координаты вектора в системе отсчета, связанной с телом, в координаты этого вектора в инерциальной системе. Установленный на устройстве трехосный гироскоп измеряет вектор угловой скорости $\Omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$ относительно осей x, y, z связанной с телом системы координат. Устройство также снабжено спутниковой антенной, установленной в точке A , и приемником спутниковой навигации (далее, GNSS приемник, или просто приемник), который выдает координаты точки A и вектор ее линейной скорости V^m в инерциальной системе координат.

Измерения приемника и гироскопа синхронизированы и производятся с достаточно высокой частотой (100 герц и выше), что позволяет в дальнейших выкладках считать, для простоты, время непрерывной величиной. Будем предполагать, что перед измерениями проведена процедура калибровки гироскопов, а время измерения $t_f - t_0$ не слишком велико, так что можно пренебречь ошибкой определения ориентации, связанной с неучтенными байесами гироскопов. Требуется, используя указанные выше измерения, определить матрицу ориентации $Q(t) \forall t \in [t_0, t_f]$.

3. Описание предлагаемого подхода

Воспользуемся тем обстоятельством, что скорость антенны, измеренная с помощью спутникового приемника, может быть также вычислена по известной угловой скорости движения тела, если известна матрица ориентации. Действительно, при движении тела с неподвижной точкой O скорость точки A определена формулой [2] $V^A = \omega_I \times P_I = Q\Omega \times QP_B$, где $\omega_I = Q\Omega$ - угловая скорость вращения тела в инерциальной системе координат, P_B - вектор \vec{OA} , записанный в системе координат, связанной с телом и $P_I = QP_B$ - координатное представление этого же вектора в инерциальной системе отсчета. Используя известную формулу представления векторного произведения в виде произведения кососимметричной матрицы на вектор [3] и свойство ортогональности матрицы ориентации, получаем

$$V^A = (Q\Omega) \times QP_B = Q\Omega^\times Q^T QP_B = Q\Omega^\times P_B,$$

где

$$(1) \quad \Omega^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица Q является решением уравнения Пуассона [3, 4]

$$(2) \quad \dot{Q} = Q\Omega^\times, \quad Q(t_0) = Q_0.$$

Таким образом, скорость точки A полностью определяется ориентацией тела в момент t_0 : $V^A = V^A(t, Q_0)$. Проблема, однако, заключается в том, что начальная ориентация тела неизвестна и не может быть измерена при заданном наборе датчиков.

Рассмотрим функционал

$$(3) \quad \Phi(Q_0) = \int_{t_0}^{t_f} (V^A(\tau, Q_0) - V^m(\tau))^T (V^A(\tau, Q_0) - V^m(\tau)) d\tau.$$

Так как глобальный минимум функционала достигается тогда, когда матрица Q_0 совпадает с истинной матрицей ориентации тела в начальный момент, искомую начальную ориентацию тела можно найти решая задачу минимизации функционала (3), если линейная скорость антенны $V^A(t)$ не равна тождественно нулю ($\Omega^\times P_B \neq 0$).

Параметризуем матрицу ориентации с помощью трех углов Эйлера,

$$(4) \quad Q_0 = H(\psi_0)T(\theta_0)R(\phi_0),$$

где $H(\psi_0)$, $T(\theta_0)$ и $R(\phi_0)$ - матрицы поворотов вокруг осей z , y и x на углы ψ_0 , θ_0 и ϕ_0 , соответственно. При этом функционал (3) становится функцией трех параметров: $\Phi(Q_0) = \Phi(\psi_0, \theta_0, \phi_0)$ и задача нахождения начальной ориентации сводится к минимизации функции трех переменных. Для нахождения минимума функционала (3) в численных экспериментах нами применялся алгоритм Бroyдена-Флетчера-Гольдфарба-Шанно (BFGS) [5]. Значения функции Φ и ее производных Φ_{α_i} , $i = 1, 2, 3$, где символы $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ обозначают переменные ψ_0, θ_0 и ϕ_0 , соответственно, при заданных значениях переменных, находятся совместным решением уравнения Пуассона (2) и системы четырех дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\Phi &= (V^A - V^m)^T (V^A - V^m), \quad \Phi(t_0) = 0, \\ \frac{d}{dt}\Phi_{\alpha_i} &= 2(V^A - V^m)^T \frac{\partial V^A}{\partial \alpha_i}, \quad \Phi_{\alpha_i}(t_0) = 0, \quad i = 1, 2, 3, \end{aligned}$$

где $V^A = Q\Omega^\times P_B$, $\partial V^A / \partial \alpha_i = (\partial Q_0 / \partial \alpha_i) Q_0^T Q \Omega^\times P_B$ и производные $\partial Q_0 / \partial \alpha_i$ легко вычисляются с помощью представления (4).

Описанный выше метод нахождения начальной матрицы ориентации позволяет получить матрицу ориентации устройства в результате постпроцессинговой обработки результатов измерений. Однако, небольшая модификация метода позволяет использовать его в режиме реального времени. Действительно, если заменить верхний предел интегрирования t_f в (3) на t , $t_0 < t < t_f$, то глобальный минимум полученного функционала при любых t также достигается на матрице Q_0 , совпадающей с искомой начальной матрицей ориентации тела. Воспользуемся указанным свойством функционала и разобьем интервал $[t_0, t_f]$ на два подинтервала $[t_0, t_1]$ и $[t_1, t_f]$. При нахождении начальной матрицы ориентации ограничимся первым интервалом $[t_0, t_1]$, т.е. будем минимизировать функционал $\Phi(Q_0)$, определенный на интервале $[t_0, t_1]$. Решая уравнение Пуассона с начальной матрицей Q_0 , находим матрицу $Q(t_1)$ и используем ее в качестве начального значения при решении уравнения Пуассона на интервале $[t_1, t_f]$. Возможны и другие варианты реализации метода, при которых, например, задача минимизации функционала постоянно решается в фоновом режиме и ее результаты используются для уточнения полученных с помощью уравнения Пуассона матриц ориентации в фиксированные дискретные моменты времени.

4. Численный пример

В качестве иллюстрации рассмотрим применение предлагаемого метода для определения ориентации геодезической вешки, представляющей собой шест длиной 2.1 м с установленным на нем приемником Triumph 1M со встроенной антенной [6]. В качестве инерциальной системы отсчета использовалась связанная с Землей система с направленной вертикально вверх осью Z и лежащими в плоскости локального горизонта осями X и Y , направленными на восток и север, соответственно.

В процессе полевых испытаний вешка фиксировалась (момент t_0) в близком к вертикальному (чтобы не терялось слежение за спутниками) положении, и при этом нижний конец вешки находился в точке с известными (предварительно измеренными) координатами (последнее требовалось для того, чтобы можно было оценить точность определения ориентации). Затем в течение нескольких секунд пользователь перемещал антенну, наклоняя шест в произвольных направлениях так, чтобы нижний конец шеста оставался неподвижным. При этом записывались измеренные приемником скорость антенны и показания гироскопа.

Искомая матрица Q_0 определялась путем минимизации функционала (3). Начальные приближения для углов θ_0 и ϕ_0 принимались равными нулю (как будто вешка стояла строго вертикально), а начальное приближение угла рыскания ψ_0 выбиралось случайным образом (на практике, так как все IMU обычно снабжены компасом и акселерометрами, начальные приближения для искомого угла рыскания и углов θ_0 и ϕ_0 можно выбирать с помощью компаса и акселерометров, соответственно). Эксперименты показали, что при таком выборе начальной точки всегда удавалось найти глобальный минимум функционала.

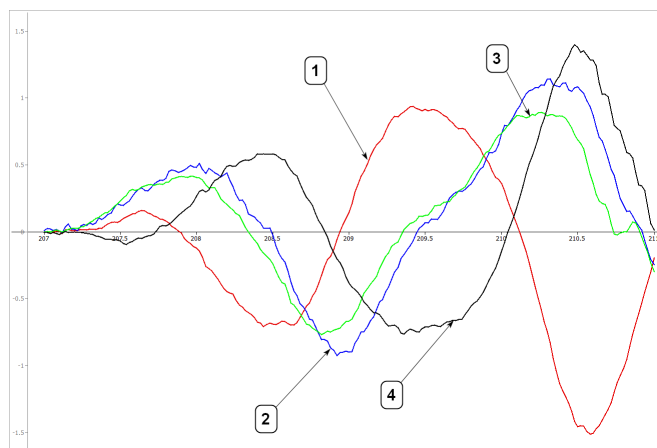


Рис. 1. Сравнение проекций измеренной и вычисленной скорости антенны до минимизации функционала.

На рис. 1 и 2 показаны графики проекций вычисленной V_X^A , V_Y^A (кривые с меткой 1 и 2) и измеренной V_X^m , V_Y^m (кривые, помеченные цифрами 3 и 4) скоростей на плоскость локального горизонта. Вычисленные проекции скорости V^A на первом рисунке получены для матрицы Q_0^0 , соответствующей начальным приближениям углов $\psi_0 = \theta_0 = \phi_0 = 0$. Как видно, вычисленная скорость V^A далека от измеренной V^m , что согласуется с большой величиной функционала $\Phi(Q_0^0) = 4.05$. Решение задачи минимизации дало: $\psi_0 = -1.342$, $\theta_0 = 0.045$, $\phi_0 = -0.007$ радиан и $\Phi(Q_0^0) = 0.13$. Про-

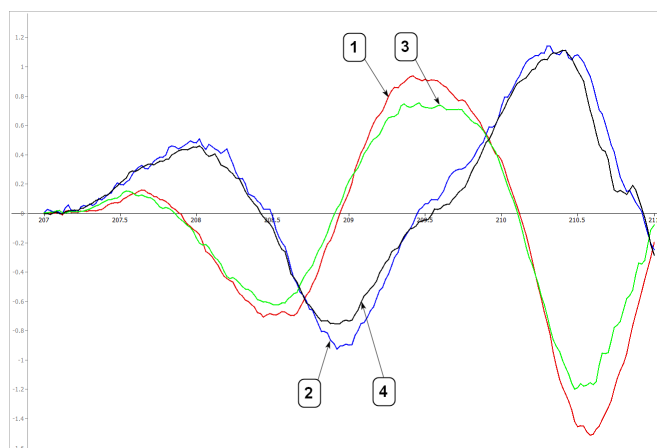


Рис. 2. Сравнение проекций измеренной и вычисленной скоростей антенны после минимизации функционала.

екции скорости V^A , соответствующие полученной ориентации, показаны на втором рисунке.

Для того, чтобы оценить точность найденной ориентации, по известной длине шеста и найденной матрице ориентации Q_0 определялась позиция нижнего (закрепленного) конца шеста и сравнивалась с априори известным значением. Многочисленные эксперименты показали, что отклонение найденной позиции от истинной всегда укладывалось в 10 см. Таким образом, можно заключить, что ошибка измерения ориентации (3σ) не превышает 0.05 рад.

5. Заключение

В статье рассмотрена задача определения ориентации твердого тела без использования компаса и акселерометров. Предложен новый метод нахождения матрицы ориентации, основанный на измерениях вектора угловой скорости и линейной скорости антенны.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-08-00531a) и Президиума РАН, Программа № 29 "Актуальные проблемы робототехнических систем".

Список литературы

1. Gebre-Egziabher D., Elkaimy G.H., Powell J.D., Parkinson B.W. Calibration of Strapdown Magnetometers in the Magnetic Field Domain // Journal of Aerospace Engineering. 2006. Vol. 19, No. 2. P. 87-102.
2. Айзерман М.А. Классическая механика. М.: Наука, 1974. 367 с.
3. Амелькин Н.И. Кинематика и динамика твердого тела. М.: Издательство МФТИ, 2000.
4. Борисов А.В., Мамаев И.С. Динамика твердого тела. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 384 с.
5. Fletcher R. Practical methods of optimization (2nd ed.). New York: Wiley, 1987.
6. www.javad.com