

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЧАСТОТЫ СИНУСОИДАЛЬНОГО СИГНАЛА ЗА КОНЕЧНОЕ ВРЕМЯ

Е.С. Севастеева

Университет ИТМО

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: evgeshik816@gmail.com

В.А. Чернов

Университет ИТМО

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: che.valerii@gmail.com

Ключевые слова: идентификация, конечная сходимость, синусоидальные сигналы, регрессионные модели.

Аннотация: рассматривается задача идентификации частоты доступного для измерения синусоидального сигнала. Поставленная задача решается в классе алгоритмов идентификации, обеспечивающих сходимость настраиваемого параметра к истинному значению за конечное время, но не асимптотически или экспоненциально.

1. Введение

В данной работе рассматривается задача идентификация частоты синусоидального сигнала за конечное время. Сама по себе задача идентификации частоты синусоидального сигнала является хорошо изученной и имеет обширную базу для цитирования (см., например, [1-10]). Однако принципиально новой и мало изученной является задача идентификации частоты за конечное время (но не асимптотическая или экспоненциальная сходимость настраиваемых параметров к их истинным значениям). Необходимость синтеза алгоритмов идентификации за конечное время мотивируется возрастающими требованиями к современным системам управления по качеству и быстродействию процессов. В качестве примера подобной мотивации можно рассмотреть ставшую уже классической проблематику компенсации синусоидальных возмущений (см., например, [11-15]). В частности, в статье [15] предложено решение для задачи управления по выходу линейным параметрически неопределенным объектом, подверженным влиянию внешнего неизвестного синусоидального возмущающего воздействия. Решение данной задачи найдено в классе итеративных алгоритмов адаптации, предусматривающих отдельные каналы стабилизации и идентификации частоты возмущающего воздействия. При этом число итераций стремилось к бесконечности, поскольку на каждом новом шаге в регулятор загружалось новое значение оценки частоты синусоидального возмущения. В случае использования алгоритмов идентификации с конечной сходимостью подобная итеративная процедура будет содержать всего лишь один шаг.

В данной работе рассматривается алгоритм идентификации частоты чистого синусоидального сигнала (то есть без шумов измерений или каких-либо дополнительных

возмущений). Предполагая, что частота, амплитуда и фаза синусоидального сигнала являются постоянными и неизвестными параметрами, синтезируется алгоритм идентификации, обеспечивающий сходимость оценки настраиваемой частоты к истинному значению за любое конечное время $t > 0$.

2. Постановка задачи

Рассмотрим синусоидальный сигнал вида

$$(1) \quad y = A \sin(\omega t + \delta)$$

где A , $\omega > 0$ и δ – неизвестные постоянные параметры.

Ставится задача синтезировать алгоритм идентификации

$$\hat{\omega}(t) = F(y, \hat{\omega}, t),$$

обеспечивающий сходимость функции $\hat{\omega}(t)$ к ω за конечное время, то есть

$$\hat{\omega}(t_1) = \omega,$$

где t_1 некоторый момент времени такой, что для всех $t \geq t_1$ выполнено $\hat{\omega}(t) = \omega$.

Поставленная задача будет решена при допущении, что известно минимальное значение частоты синусоидального сигнала ω_{min} .

3. Синтез алгоритма идентификации

Прежде всего, осуществим параметризацию (1) в удобном для синтеза алгоритма идентификации виде. Для этого продифференцируем (1) два раза:

$$(2) \quad \ddot{y} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \delta) = -\omega^2 y$$

и рассмотрим фильтр:

$$r(t) = \frac{\lambda^3}{(p + \lambda)^3}$$

где $p = d/dt$ – оператор дифференцирования и λ – любое положительное число.

Применим данный фильтр для (2):

$$z_1 = \frac{\lambda^3 p^2}{(p + \lambda)^3} y = -\omega^2 \frac{\lambda^3}{(p + \lambda)^3} y = \theta \varphi_1,$$

где $\varphi_1 = \frac{\lambda^3}{(p + \lambda)^3} y$ и $\theta = -\omega^2$.

Определим дополнительно сигнал $z_2 = \dot{z}_1$:

$$z_2 = \frac{\lambda^3 p^3}{(p + \lambda)^3} y = -\omega^2 \frac{\lambda^3 p}{(p + \lambda)^3} y = \theta \varphi_2,$$

где $\varphi_2 = \frac{\lambda^3 p}{(p + \lambda)^3} y$.

Хорошо известно, что для любых $\lambda > 0$ решение дифференциального уравнения:

$$\ddot{\varphi}_1 + 3\lambda \dot{\varphi}_1 + 3\lambda^2 \varphi_1 + \lambda^3 = \lambda^3 A \sin(\omega t + \delta)$$

имеет вид

$$(3) \quad \varphi_1 = B \sin(\omega t + \beta) + \varepsilon_1,$$

где B и β – соответственно неизвестные амплитуда и фаза, а ε_1 – экспоненциально затухающее слагаемое.

Также хорошо известно, что ε_1 затухает тем быстрее, чем больше коэффициент $\lambda > 0$. Поэтому, пренебрегая ε_1 для больших $\lambda > 0$ запишем алгоритм идентификации параметра ω следующим образом:

$$(4) \quad \hat{\omega}(t) = \sqrt{|\hat{\theta}|},$$

$$(5) \quad \hat{\theta} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_1, \\ \sqrt{\frac{\xi_1}{\xi_2}} & \text{при } t \geq t_1, \end{cases}$$

где $\xi_1 = \gamma z_1^2 + z_2^2$, $\xi_2 = \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2$, $\gamma = \omega_{min}^2$ и t_1 – некоторый фиксированный момент, за который произойдет идентификация частоты ω , то есть $\hat{\omega}(t) = \omega$ при всех $t \geq t_1$.

Для доказательства работоспособности алгоритма идентификации (4), (5) рассмотрим момент времени $t \geq t_1$. Тогда

$$\hat{\theta}^2 = \frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{\gamma z_1^2 + z_2^2}{\gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2} = \theta^2 \frac{\gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2}{\gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2} = \theta^2,$$

где функция $\xi_2 = \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2$ не пересекает ноль и более того $\xi_2 \geq B^2 \omega_{min}^2$, что следует из следующего вывода:

$$\begin{aligned} \xi_2 &= \gamma \varphi_1^2 + \varphi_2^2 = \gamma (B \sin(\omega t + \beta))^2 + (\omega B \cos(\omega t + \beta))^2 = \\ &= \gamma (B \sin(\omega t + \beta))^2 + \gamma (B \cos(\omega t + \beta))^2 + (\omega^2 - \gamma)(B \cos(\omega t + \beta))^2 = \\ &= \gamma B^2 + (\omega^2 - \gamma)(B \cos(\omega t + \beta))^2 \geq B^2 \omega_{min}^2. \end{aligned}$$

4. Пример

Для иллюстрации работоспособности алгоритма идентификации (4), (5) рассмотрим следующий пример. Пусть сигнал $y = A \sin(\omega t + \delta)$ измеряется с некоторым шумом σ . Пусть $A = 3$, $\delta = 0.7$, $\omega = 8$ рад/с и $\omega_{min} = 1.2$. Примем $t_1 = 0.225$ и промоделируем алгоритм (4), (5) для различных коэффициентов λ . Результаты моделирования для $\sigma = 0$ при различных коэффициентах λ представлены на рис. 1. Графики представленные на рис. 1 иллюстрируют тот факт, что увеличение λ позволяет ускорить процесс затухания экспоненциального слагаемого ε_1 из (3). Результаты моделирования для белого шума σ (с частотой дискретизации 20 кГц и амплитудой составляющих сигнала порядка Ae^{-4}) при различных коэффициентах λ представлены на рис. 2. Графики, представленные на рис. 2, иллюстрируют сохранение робастных свойств алгоритма (4), (5).

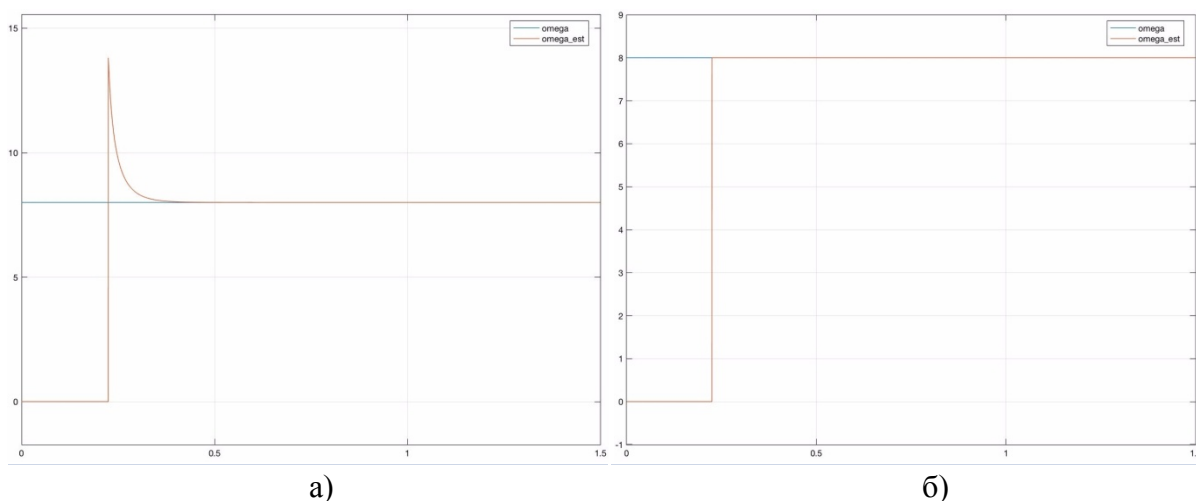


Рис. 1. Идентификация частоты сигнала (1) в отсутствии шумов измерений: а) $\lambda = 30$; б) $\lambda = 120$.

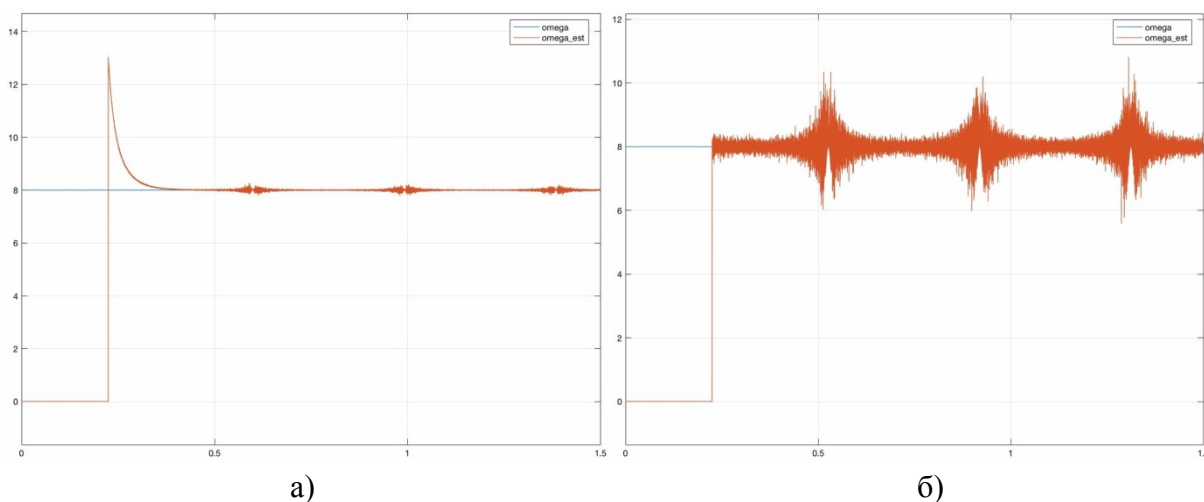


Рис. 2. Идентификация частоты сигнала (1) при наличии шумов измерения: а) $\lambda = 30$; б) $\lambda = 120$.

5. Заключение

Алгоритм (4), (5) для идентификации неизвестной частоты $\omega > 0$ синусоидального сигнала (1) за конечное время t_1 был синтезирован. Данный алгоритм имеет динамическую размерность равную трем, что, в свою очередь, не превышает известные аналоги (см., например, [2, 7, 9]). К недостаткам данного подхода можно отнести тот факт, что экспоненциально затухающее слагаемое ε_1 было приравнено к нулю и формально не влияло на вывод основного результата, хотя при моделировании оно естественным образом было учтено (см. графики на рис. 1 и 2). Однако, известные аналоги также содержат аналогичную ε_1 экспоненциальную компоненту и дополнительно имеют динамику сходимости не за конечное время. Таким образом алгоритм идентификации (4), (5) выгодно отличается от известных аналогов по быстродействию сходимости.

Следующая проблема, которую планируется рассмотреть в будущих работах, связана с анализом качества сходимости при наличии шумов в измерениях сигнала (1).

Список литературы

1. Bodson M., Douglas S.C. Adaptive algorithms for the rejection of periodic disturbances with unknown frequencies // Automatica. 1997. Vol. 33. P. 2213-2221.
2. Hsu L., Ortega R., Damm G. A globally convergent frequency estimator // IEEE Transactions on Automatic Control. 1999. Vol. 46. P. 967-972.
3. Mojiri M., Bakhshai A.R. An Adaptive Notch Filter for Frequency Estimation of a Periodic Signal // IEEE Transactions on Automatic Control. 2004. Vol. 49. P. 314-318.
4. Marino R., Tomei R. Global Estimation of Unknown Frequencies // IEEE Transactions on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1324-1328.
5. Xia X. Global Frequency Estimation Using Adaptive Identifiers // IEEE Transactions on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 1188-1193.
6. Obregón-Pulido G., Castillo-Toledo B., Loukianov A.A. Globally Convergent Estimator for n-Frequencies // IEEE Transactions on Automatic Control. 2002. Vol. 47. P. 857-863.
7. Bobtsov A., Lyamin A., Romasheva D. Algorithm of parameter's identification of polyharmonic function // IFAC Proceedings Volumes. 2002. Vol. 35, No. 1. P. 439-443.
8. Hou M. Amplitude and frequency estimator of a sinusoid // IEEE Transactions on Automatic Control. 2005. Vol. 50. P. 855-858.

9. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Efimov D., Zolghadri A. Frequency estimation for periodical signal with noise in finite time // 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference. 2011. P. 3646-3651.
10. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Improved transients in multiple frequencies estimation via dynamic regressor extension and mixing // IFAC-PapersOnLine. 2016. Vol. 49, No. 13. P. 99-104.
11. Bobtsov A.A., Kremlev A.S., Pyrkin A.A. Compensation of harmonic disturbances in nonlinear plants with parametric and functional uncertainty // Automation and Remote Control. 2011. Vol. 72, No. 1. P. 111-118.
12. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A. The compensation of a harmonic perturbation under conditions of a delay in control // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2008, Vol. 47, No. 4. P. 513-517.
13. Pyrkin A.A., Bobtsov A.A. Adaptive controller for linear system with input delay and output disturbance // IEEE Transactions on Automatic Control. 2016. Vol. 61, No. 12. P. 4229-4234.
14. Basturk H., Krstic M. Adaptive sinusoidal disturbance cancellation for unknown LTI systems despite input delay // Automatica. 2015. Vol. 58. P. 131-138.
15. Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Kremlev A.S., Pyrkin A.A. An iterative algorithm of adaptive output control with complete compensation for unknown sinusoidal disturbance // Automation and Remote Control. 2012. Vol. 73, No. 8. P. 1327-1336.