УДК 519.71

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЦЕЛЕЙ СЛЕЖЕНИЯ В СЕНСОРНОЙ СЕТИ ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ НО ОГРАНИЧЕННЫХ ПОМЕХАХ В ИЗМЕРЕНИЯХ

В.А. Ерофеева

Санкт-Петербургский государственный университет (Математико-механический факультет)

Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

E-mail: victoria@grenka.net

О.Н. Граничин

Санкт-Петербургский государственный университет (Математико-механический факультет)
Институт Проблем Машиноведения РАН

Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

Россия, 199178, Санкт-Петербург, В.О., Большой проспект, 61

E-mail: o.granichin@spbu.ru

А.В. Леонова

Санкт-Петербургский государственный университет (Математико-механический факультет)

Россия, 199034, Санкт-Петербург, Университетская наб., 7-9

E-mail: annia.leonova@gmail.com

Ключевые слова: сенсорная сеть, слежение за целями, распределение задач, помехи, линейные матричные неравенства.

Аннотация: Проблема распределения задач в сенсорных сетях возникает во многих практических приложениях. Применительно к отслеживанию множества целей, необходимо сформировать такие подгруппы слежения, которые минимизируют ошибку оценивания траекторий движения и при этом расходуют как можно меньшее количество ресурсов сети. Под ресурсами в этом случае понимаются вычислительные мощности и пропускная способность каналов передачи данных. В статье предлагается стратегия распределения целей между сенсорами, направленная на уменьшение их нагрузки. При этом предполагается, что каждый сенсор получает измерения с неизвестной, но ограниченной помехой. Стратегия основана на линейных матричных неравенствах и позволяет найти решение за конечный интервал времени, несмотря на вычислительную трудоемкость изначально поставленной задачи.

1. Введение

Уровень технологического развития компонентной базы устройств и их удешевление позволяет формировать сенсорные сети, состоящие из большого числа узлов и охватывающие значительную территорию. В задаче отслеживания множества целей использование подобного рода сетей может повысить точность оценивания и прогнозирования движения объектов. Тем не менее, появляется сложность в управлении сетью из-за ограниченности ее ресурсов. Сенсоры имеют ограниченную зону видимости, вследствие чего может быть неэффективным отслеживание цели всеми доступными устройствами или их фиксированной группой в течение всего времени слежения. Кроме того, сенсоры, расположенные на большой территории, могут незначительно влиять на качество процедуры оценивания из-за нахождения на большом расстоянии от движущихся объектов. Несмотря на это, они будут потреблять ресурсы сети, обмениваясь данными с другими узлами. Такого рода проблемы привели к задаче формирования групп слежения, в которой требуется сформировать наилучший в некотором смысле набор сенсоров для слежения за каждой целью.

Существует ряд работ, связанных с распределением задач в сенсорных сетях. Наиболее близким по тематике работы является подход на основе полуопределенного программирования (SDP), который позволяет одновременно минимизировать общее количество активных датчиков и погрешность оценивания (подробнее см. в работах [1–7]). В [8] авторами был предложен алгоритм распределения целей между сенсорами, основанный на линейных матричных неравенствах, который способствует уменьшению количества сенсоров в группах слежения. В [9] было произведено сравнение предложенного метода с методом полного перебора и показана его вычислительная эффективность. Рассматриваемая статья расширяет проведенные исследования, дополнительно минимизируя количество целей, назначенных каждому сенсору. Помимо этого, в работе предполагается, что получаемые сенсорами измерения содержат неизвестную, но ограниченную помеху.

Отметим обозначения, используемые в статье. Заглавные и строчные полужирные буквы используются для матриц и векторов соответственно. $\mathrm{E}\{\cdot\}$ — математическое ожидание. $\mathbf{I}_k$ — это тождественная матрица $k \times k$ с единицами на главной диагонали и нулями в других местах. $\preccurlyeq$ или $\prec$ — нестрогое или строгое неравенство для симметричных матриц, которое понимается в смысле неравенств для квадратичных форм. $(\cdot)^{\mathrm{T}}$ — транспонирование. $|\mathcal{U}|$ — мощность множества $\mathcal{U}$. $\|\cdot\|$ — евклидова норма. $\mathrm{tr}\{\cdot\}$ — оператор следа матрицы. $\det\{\cdot\}$ — определитель матрицы. $\mathrm{vol}(\cdot)$ — объем

2. Постановка задачи

Рассматривается распределенная сеть, состоящая из n сенсоров с номерами от 1 до $n = |N|$, $N = \{1, 2, \dots, n\}$. В зоне видимости сенсоров движутся m целей с номерами от 1 до $m = |M|$, $M = \{1, 2, \dots, m\}$. Пусть $\mathbf{s}_t^j \in \mathbb{R}^k$ — состояние датчика j, $\mathbf{r}_t^i \in \mathbb{R}^l$ — состояние цели i. Состояние каждой цели в момент времени $t = 0, 1, 2, \dots$ изменяется согласно следующему уравнению:

$$\mathbf{r}_{t+1}^i = \mathbf{F}^i \mathbf{r}_t^i + \mathbf{w}_t^i, \tag{1}$$

где $\mathbf{F}^i$ — матрица изменения системы, $\{\mathbf{w}_t^i\}$ — белый гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и ковариационной матрицей $\mathbf{R}_w^i$: $\mathrm{E}\mathbf{w}_t^i = 0$, $\mathrm{E}\mathbf{w}_t^i(\mathbf{w}_t^i)^{\mathrm{T}} = \mathbf{R}_w^i \preccurlyeq \sigma_w^2 \mathbf{I}_l$.

Каждый сенсор получает измерения о текущем состоянии цели:

$$\mathbf{z}_t^{i,j} = \varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i) + \boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j}, \tag{2}$$

где $\mathbf{z}_t^{i,j} \in \mathbb{R}^q$ — измерение, доступное сенсору j в момент времени t, $\varphi(\cdot,\cdot) : \mathbb{R}^k \times \mathbb{R}^l \to \mathbb{R}^q$ — функция измерений, зависящая от текущего состояния цели i и сенсора j, $\{\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j}\}$ — неизвестная, но ограниченная помеха в измерениях.

Для упрощения будем считать, что сенсор j получает оценку $\widehat{\mathbf{r}}_t^{i,j}$ состояния цели i в момент времени t в соответствии с подходом, изложенным далее. Предполагается, что для любых $i \in M$, $j \in N$ существует обратная функция $\varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j,\cdot) : \mathbb{R}^q \to \mathbb{R}^l$, формирующая оценку $\widehat{\mathbf{r}}_t^{i,j}$:

$$\widehat{\mathbf{r}}_t^{i,j} = \varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{z}_t^{i,j}) = \mathbf{r}_t^i + \boldsymbol{\xi}_t^{i,j}, \tag{3}$$

где $\boldsymbol{\xi}_t^{i,j}$ — неизвестная, но ограниченная компонента. Такое упрощение принято ввиду того, что процедура оценивания не является основной задачей рассматриваемой статьи.

Предположим, что истинное значение $\mathbf{r}_t^i$ принадлежит эллипсоиду:

$$\mathcal{E}_t^{i,j} = \{x \;:\; (x - \widehat{\mathbf{r}}_t^{i,j})^{\mathrm{T}} (\Xi_t^{i,j})^{-2} (x - \widehat{\mathbf{r}}_t^{i,j}) \leqslant 1\}, \tag{4}$$

где $\Xi_t^{i,j} = (\Xi_t^{i,j})^{\mathrm{T}} \succ 0$, $\Xi_t^{i,j}(\Xi_t^{i,j})^{\mathrm{T}} \succ 0$ — матрица, задающая форму и ориентацию эллипсоида, $\widehat{\mathbf{r}}_t^{i,j}$ — центр эллипсоида.

Ввиду рассмотрения сенсорной сети, для каждой цели i формируется вектор оценок $\tilde{\mathbf{r}}_t^i = \{\widehat{\mathbf{r}}_t^{i,1}, \ldots, \widehat{\mathbf{r}}_t^{i,n}\}$ и эллипсоидов $\mathcal{E}_t^i = \{\mathcal{E}_t^{i,1}, \ldots, \mathcal{E}_t^{i,n}\}$. Воспользовавшись предположением о том, что «истинное» значение $\mathbf{r}_t^i$ принадлежит соответствующему эллипсоиду, а, следовательно, и пересечению эллипсоидов, полученных каждым сенсором, перейдем к задаче о минимизации области такого пересечения.

Пусть $\mathcal{U}_t^i$ — область пересечения эллипсоидов, содержащихся в $\mathcal{E}_t^i$, сформируем вектор $\widehat{\mathcal{U}}_t = \{\mathcal{U}_t^1, \ldots, \mathcal{U}_t^m\}$. Представим задачу в следующем виде:

$$\Phi_t(\widehat{\mathcal{U}}_t) = \sum_{i \in M} \mathrm{vol}(\mathcal{U}_t^i) \to \min_{\widehat{\mathcal{U}}_t}. \tag{5}$$

Трудность задачи (5) состоит в нахождении объема области пересечения при больших значениях n. Альтернативно, можно воспользоваться процедурой аппроксимации этой области эллипсоидом [10]. Пусть $\hat{\mathcal{E}}_t = \{\hat{\mathcal{E}}_t^1, \ldots, \hat{\mathcal{E}}_t^m\}$ — набор эллипсоидов, аппроксимирующих пересечения эллипсоидов, содержащихся в $\{\mathcal{E}_t^i\}_{i \in M}$. Тогда задача (5) примет вид:

$$\Phi_t(\hat{\mathcal{E}}_t) = \sum_{i \in M} \mathrm{vol}(\hat{\mathcal{E}}_t^i) \to \min_{\hat{\mathcal{E}}_t}. \tag{6}$$

Главная проблема состоит в нахождении оптимального соотношения качества оценивания, количества сенсоров, следящих за каждой целью, и количества целей, назначенных каждому сенсору. Обозначим через $\mathbf{G}_t$ матрицу распределения задач. Компоненты $g_t^{i,j}$ этой матрицы отражают состояние назначения сенсора j цели i. Исходя из этого, рассматривается следующая задача оптимизации:

$$\begin{gathered} \min_{\mathbf{G}_t} \;\; \Phi_t(\hat{\mathcal{E}}_t) + \alpha \sum_{i \in M} \|\mathbf{G}_t^{(i,\cdot)}\|_1 + \beta \sum_{j \in N} \|\mathbf{G}_t^{(\cdot,j)}\|_1, \\ \textit{при условии} \;\; 0 \leqslant g_t^{i,j} \leqslant 1, \;\; i = 1, \ldots, M, \;\; j = 1, \ldots, N. \end{gathered} \tag{7}$$

Для нахождения решения задачи (7) будет использоваться хорошо известный подход к нахождению пересечения эллипсоидов из [11].

3. Распределение целей между сенсорами

В этом разделе рассматривается подход, основанный на линейных матричных неравенствах (англ. LMI), для решения проблемы (7). Изменив стандартную процедуру нахождения пересечения эллипсоидов из [11] для учета матрицы распределения ресурсов $\mathbf{G}_t$, получим решение следующего вида:

$$
\begin{aligned}
&\text{minimize} \ \ \delta \\
&\text{при условиях} \ \ \forall i \ \ \hat{\mathbf{A}}^i \succ 0, \ \ g^{i,1} \geqslant 0, \ldots, g^{i,n} \geqslant 0, \\
&\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{A}}^i & \hat{\mathbf{b}}^i & 0 \\ (\hat{\mathbf{b}}^i)^{\mathrm{T}} & -1 & (\hat{\mathbf{b}}^i)^{\mathrm{T}} \\ 0 & \hat{\mathbf{b}}^i & -\hat{\mathbf{A}}^i \end{bmatrix} - \sum_{j=1}^{n} g^{i,j} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{i,j} & \mathbf{b}^{i,j} & 0 \\ (\mathbf{b}^{i,j})^{\mathrm{T}} & \mathbf{c}^{i,j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \preccurlyeq 0, \\
&\sum_{i=1}^{m} \log\det(\hat{\mathbf{A}}^i)^{-1} + \alpha \sum_{i=1}^{m} \|\mathbf{G}_t^{(i,\cdot)}\|_1 + \beta \sum_{i=1}^{n} \|\mathbf{G}_t^{(\cdot,j)}\|_1 \leqslant \delta.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

Решение (8) имеет следующий смысл. Для каждой цели требуется найти эллипсоид минимального объема, используя при этом как можно меньше сенсоров. Кроме того, минимизируется количество целей, которые отслеживает каждый сенсор. В этом случае можно достигнуть уменьшения использования вычислительных и коммуникационных ресурсов сенсорной сети за счет формирования решения с допустимой потерей качества оценивания.

4. Эксперименты

Рассматривается модель (1), в которой $\mathbf{r}_t^i = \left[r_t^{i,1}, \dot{r}_t^{i,1}, r_t^{i,2}, \dot{r}_t^{i,2}\right]^{\mathrm{T}}$ состоит из компонент местоположения и скорости. В каждый момент времени оценивается местоположение целей $\mathbf{r}_t^i = [r_t^{i,1} \ r_t^{i,2}]^{\mathrm{T}}$ по двум измерениям:

$$
\mathbf{z}_t^{i,j} = \varphi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i) = \begin{bmatrix} \psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i) \\ \rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2, \tag{9}
$$

где $\psi(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i)$ — угол азимута, $\rho(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{r}_t^i)$ — расстояние до цели i.

В этом случае обратная функция $\varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j, \cdot)$ выглядит следующим образом

$$
\varphi^{-1}(\mathbf{s}_t^j, \mathbf{z}_t^{i,j}) = \mathbf{s}_t^j + \begin{bmatrix} z_t^{i,j,2} \sin z_t^{i,j,1} \\ z_t^{i,j,2} \cos z_t^{i,j,1} \end{bmatrix}, \tag{10}
$$

где $z_t^{i,j,1}$ и $z_t^{i,j,2}$ являются первой и второй координатами вектора $\mathbf{z}_t^{i,j}$ соответственно.

Сенсорная сеть состоит из $n = 6$ сенсоров и отслеживает передвижение $m = 4$ целей, движущихся в квадратной области площадью 300×300 м^2. Измерения выполняются через регулярный интервал времени, равный 1 с, а отслеживание цели выполняется в течение 80 временных шагов. В измерения добавляется помеха следующего вида:

$$
\boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j,1} = 1.15 * cos(2t+1), \ \ \boldsymbol{\varepsilon}_t^{i,j,2} = 0.01 * z_t^{i,j,2} * 1.1 * sin(2t),
$$

где t — момент времени. Умножение на $z_t^{i,j,2}$ означает, что ошибка увеличивается в зависимости от расстояния между сенсором и целью.

Используя (8), мы можем получить, например, следующую матрицу распределения ресурсов $\mathbf{G}_t^*$:

$$\mathbf{G}_t^* = \begin{pmatrix} 0.552 & 0.935 & 0.742 & 0.000 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.327 & 0.882 & 0.000 & 0.000 & 0.653 \\ 0.000 & 0.000 & 0.836 & 0.000 & 0.461 & 0.000 \\ 0.998 & 0.694 & 0.000 & 0.347 & 0.000 & 0.000 \end{pmatrix}.$$

Предложенный метод дает субоптимальное решение, но гарантирует получение результата в некоторый конечный момент времени, если задача разрешима.

5. Заключение

В статье представлена стратегия распределения целей слежения между сенсорами распределенной сети, которая направлена на достижение баланса между ошибкой оценивания, количеством сенсоров, следящих за каждой целью, и количеством целей, за которым следит каждый сенсор. Результаты показывают, что подобного рода переборная задача может быть решена за конечное время при ее переформулировании на основе матричных линейных неравенств. Кроме того, полученная стратегия работоспособна при неизвестных, но ограниченных помехах в измерениях.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (16–19–00057).

Список литературы

1. Argha A., Su S.W., Savkin A. Optimal actuator/sensor selection through dynamic output feedback // Decision and Control (CDC), 2016 IEEE 55th Conference on. IEEE, 2016. P. 3624-3629.
2. Chepuri S.P., Leus G. Sparsity-Promoting Sensor Selection for Non-Linear Measurement Models // IEEE Trans. Signal Processing. 2015. Vol. 63. No. 3. P. 684-698.
3. Chepuri S.P., Leus G. Sparsity-promoting adaptive sensor selection for non-linear filtering // ICASSP. 2014. P. 5080-5084.
4. Fu Y., Ling Q., Tian Z. Distributed sensor allocation for multi-target tracking in wireless sensor networks // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2012. Vol. 48, No. 4. P. 3538-3553.
5. Joshi S., Boyd S. Sensor selection via convex optimization // IEEE Transactions on Signal Processing. 2009. Vol. 57, No. 2. P. 451-462.
6. Polyak B., Khlebnikov M., Shcherbakov P. An LMI approach to structured sparse feedback design in linear control systems // Control Conference (ECC), 2013 European. IEEE. 2013. P. 833-838.
7. Yang X., Niu R. Adaptive Sensor Selection for Nonlinear Tracking via Sparsity-Promoting Approaches // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2018.
8. Erofeeva V., Granichin O., Granichina O. Multi-Sensor Task Assignment Using Linear Matrix Inequalities in the Multiple Target Tracking Problem // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51, No. 15. P. 880-885.
9. Erofeeva V., Granichin O., Leonova A. Comparison of Multi-Sensor Task Assignment Methods: Linear Matrix Inequalities vs. Brute Force // IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51, No. 32. P. 648-653.
10. Matviychuk O. State estimation for bilinear impulsive control systems under uncertainties // Cybernetics and Physics. 2018. Vol. 7, No. 10. P. 35-40.
11. Linear matrix inequalities in system and control theory / Ed. by Boyd S., El Ghaoui L., Feron E., Balakrishnan V. Ph.: Siam, 1994. Vol. 15. 206 p.