УДК 517.977

АДАПТИВНОЕ РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОСВЯЗНЫМИ СТАТИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ МАТРИЦАМИ КОЭФФИЦИЕНТОВ УСИЛЕНИЯ

Л.С. Житецкий
Кибернетический центр НАН Украины
Украина, 03680, ГСП, Киев, пр. Академика Глушкова, 40
E-mail: leonid_zhiteckii@i.ua

В.Н. Азарсков
Национальный авиационный университет
Украина, 03580, Киев, пр. Космонавта Комарова, 1
E-mail: azarskov@nau.edu.ua

К.Ю. Соловчук
Международный научно-учебный центр информационных технологий и систем НАН и МОН Украины
Украина, 03680, ГСП, Киев, пр. Академика Глушкова, 40
E-mail: solovchuk.ok@gmail.com

Ключевые слова: адаптивный регулятор, дискретное время, многосвязный объект, рекуррентное оценивание, робастность.

Аннотация: Ставится и решается задача синтеза робастного адаптивного регулятора для стабилизации многосвязного дискретного статического объекта с произвольной прямоугольной матрицей коэффициентов усиления в условиях ограниченных возмущений. Рассматривается случай, когда число выходных переменных объекта превышает число управляющих воздействий. Устанавливаются асимптотические свойства синтезированной системы управления.

1. Введение

Проблема обеспечения робастности систем управления в условиях неопределенности заданного класса, поставленная в 80-х годах прошлого века, по-прежнему продолжает оставаться предметом пристального внимания многих исследователей. Достаточно полное представление о результатах, полученных в теории робастного управления к началу 2000-х годов, дает монография [1]. В свое время в рамках этой теории выделилось направление, связанное с описанием возмущений как нерегулярных ограниченных сигналов [1, п. 5.3]. Последние результаты в этом направлении обобщены в книге [2].

Задача синтеза робастных регуляторов для управления нелинейными одномерными дискретными статическими объектами с неопределенностями впервые, по-видимому, была решена в работе [3]. Позже в [4-6] удалось получить решение задачи робастного неадаптивного управления некоторыми классами линейных и нелинейных многомерных (многосвязных) статических объектов с неопределенностями при наличии ограниченных возмущений. К сожалению, установленные в упомянутых работах достаточные условия робастности построенных регуляторов гарантируют работоспособность системы управления при сравнительно ограниченной области неопределенности. Чтобы обойти этот досадный факт, приходится прибегать к адаптивному подходу, строгое математическое обоснование которого восходит к ранним монографиям по теории адаптивного управления [7, 8] и др. Примечательно, что в [7, п. 4.2.2] и в [8, п. 6.3.3] были уже решены задачи синтеза адаптивных систем управления многосвязными дискретными объектами с квадратной невырожденной матрицей коэффициентов усиления.

В последнее десятилетие в теории адаптивного управления был получен ряд фундаментальных результатов, в том числе предложены новые методы робастного адаптивного управления [2, п.1.9], которые представлены в многочисленных англоязычных работах, а также в русскоязычных монографиях и периодических изданиях (см., в частности, [9, 10] и ссылки там). Между тем ни один из результатов, появившихся в доступных литературных источниках, до сих пор не пролил свет на возможность адаптивного управления многосвязными объектами с произвольными матрицами коэффициентов усиления в условиях нерегулярных ограниченных возмущений.

Сравнительно недавно в работе [11] авторам удалось снять одно из упомянутых существенных ограничений на класс объектов и решить в адаптивной постановке задачу стабилизации многосвязного статического объекта с квадратной вырожденной матрицей коэффициентов усиления. Основу предложенного в ней метода составляет идея одновременной адаптивной стабилизации истинного объекта и другого так называемого воображаемого объекта с неизвестной, но заведомо невырожденной матрицей коэффициентов усиления. Эта идея оказалась плодотворной при решении оставшейся открытой задачи синтеза робастного адаптивного регулятора для стабилизации многосвязного статического объекта с прямоугольной матрицей коэффициентов усиления при наличии ограниченных возмущений.

2. Постановка задачи

Пусть имеется линейный многосвязный статический объект, который функционирует в дискретном времени $n = 0, 1, 2, \ldots$ и описывается уравнением

(1) $$y_n = Bu_{n-1} + v_n.$$

В этом уравнении $y_n = [y_n^{(1)}, \ldots, y_n^{(m)}]^{\mathrm{T}}$ – m-мерный вектор выходных переменных, доступный для измерения в каждый n-й дискретный момент времени; $u_n = [u_n^{(1)}, \ldots, u_n^{(r)}]^{\mathrm{T}}$ – r-мерный вектор управляющих воздействий; $v_n = [v_n^{(1)}, \ldots, v_n^{(m)}]^{\mathrm{T}}$ – m-мерный вектор неизмеряемых аддитивных возмущений (помех);

(2) $$B = \begin{pmatrix} b^{(11)} & \ldots & b^{(1r)} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ b^{(m1)} & \ldots & b^{(mr)} \end{pmatrix}$$

– некоторая прямоугольная $m \times r$-матрица коэффициентов усиления $(m \neq r)$. Рассматривается случай, когда $1 \le r < m,$ т.е. когда число выходных переменных превышает число управляющих воздействий; при этом считается, что B – матрица произвольного (ненулевого) ранга:

(3) $$1 \le \operatorname{rank} B \le r \quad (= \min\{r, m\}).$$

Предполагается далее, что элементы $b^{(ij)}$ $(i=1,\ldots,m,\ j=1,\ldots,r)$ матрицы B в (2) неизвестны; известны лишь априорные оценки снизу и сверху этих элементов в форме

(4) $$\underline{b}^{(ij)} \le b^{(ij)} \le \overline{b}^{(ij)}, \quad i=1,\ldots,m, \quad j=1,\ldots,r.$$

Вводится предположение, что $v_n^{(i)}$ – произвольные ограниченные по уровню переменные:

(5) $$|\, v_n^{(i)} \,| \le \varepsilon^{(i)} < \infty \quad \forall\ i=1,\ldots,m;$$

при этом числа $\varepsilon^{(i)}$ считаются известными.

Пусть $y^0 = [y^{0(1)},\ldots, y^{0(m)}]^{\mathrm{T}}$ – m-мерный вектор желаемых значений выходных переменных таких, что $|\, y^{0(1)} \,| + \ldots + |\, y^{0(m)} \,| \ne 0,$ а $0 < \| y^0 \| < \infty$ $(y^{0(i)} \equiv \mathrm{const}\ \forall\, i=1,\ldots,m).$ Введем вектор $e_n = y^0 - y_n$ текущих ошибок по m выходам объекта (1). Тогда задача управления этим объектом может быть сформулирована следующим образом. Требуется в условиях (3) – (5) построить адаптивный робастный регулятор, гарантирующий предельную ограниченность последовательностей $\{e_n\} = e_1, e_2, \ldots,$ и $\{u_n\} = u_1, u_2, \ldots,$ в форме

(6) $$\limsup_{n\to\infty} \| e_n \| < \infty, \qquad \limsup_{n\to\infty} \| u_n \| < \infty,$$

т.е. диссипативность системы управления при наличии произвольной неизвестной матрицы $B,$ элементы которой принадлежат интервальным множествам вида (4).

3. Синтез адаптивного регулятора

Для решения поставленной задачи составим вначале $r\times r$-подматрицы, образованные всевозможными наборами r строк матрицы B вида (2) с номерами $i_1,\ldots,i_r$ $(i_1 \le \ldots \le i_r),$ и всеми r ее столбцами (число N таких матриц определяется, очевидно, числом сочетаний из m элементов по r). Обозначим через $B[k]$ подматрицу, соответствующую k-му набору $\{i_1,\ldots,i_r\}$ строк $B,$ и запишем уравнения N отдельных объектов с $r\times r$-матрицами коэффициентов усиления $B[k]$ в виде

(7) $$y_n[k] = B[k]u_{n-1} + v_n[k], \quad k=1,\ldots,N,$$

где $y_n[k] = [y_n^{(i_1)},\ldots, y_n^{(i_r)}]^{\mathrm{T}},$ $v_n[k] = [v_n^{(i_1)},\ldots, v_n^{(i_r)}]^{\mathrm{T}}.$

Следуя теперь приему, который был предложен в [11] для случая адаптивного управления многосвязным объектом с возможно вырожденной $r\times r$-матрицей $B,$ перейдем от уравнений (7) к соответствующим уравнениям воображаемых объектов, описываемых уравнениями

(8) $$\widetilde{y}_n[k] = \widetilde{B}[k]u_{n-1} + v_n[k], \quad k=1,\ldots,N,$$

с теми же самыми u_{n-1} и $v_n[k].$ В этих уравнениях $\widetilde{y}_n[k]$ обозначает вектор выходных переменных k-го воображаемого объекта с матрицей коэффициентов усиления, равной

(9) $$\widetilde{B}[k] = B[k] + \delta_0[k] I_r,$$

где I_r – единичная $r\times r$-матрица, а $\delta_0[k]$ – некоторые фиксированные числа.

На основании (7), (8) в силу (9) заключаем, что

(10) $$\widetilde{y}_n[k] = y_n[k] + \delta_0[k] I_r u_{n-1}.$$

Это соотношение показывает, что хотя матрица $\widetilde{B}[k]$, как и матрица $B[k]$, априори неизвестна, но составляющие всех N векторов $\widetilde{y}_n[k]$ могут быть косвенно «измерены» после измерения составляющих вектора y_n при данном u_{n-1} и выбранных $\delta_0[k]$.

В [11] установлено, что при наличии ограничений (4) надлежащим выбором числа $\delta_0[k]$ всегда можно выполнить требования

(11) $$\det \widetilde{B}[k] \neq 0 \quad \forall k = 1, \ldots, N.$$

А при выполнении этих требований задачу адаптивной стабилизации объекта (1) можно свести к задаче одновременной адаптивной стабилизации каждого отдельного k-го воображаемого объекта (8) с неизвестной, но невырожденной, матрицей $\widetilde{B}[k]$ путем формирования в момент n набора N отдельных «потенциально возможных» управлений $u_n[1], \ldots, u_n[N]$ и последующего выбора одного из них по определенному правилу.

Подобно тому, как это делается в [11], закон адаптивного управления, ориентированный на k-й воображаемый объект (8), строится по методу обратного оператора в форме

(12) $$u_n[k] = u_{n-1} + \widetilde{B}_n^{-1}[k]\, \widetilde{e}_n[k], \quad k = 1, \ldots, N.$$

где $\widetilde{e}_n[k] = y^0[k] - \widetilde{y}_n[k]$ – r-мерный вектор ошибок этого объекта, а $\widetilde{B}_n[k]$ – текущая оценка неизвестной $\widetilde{B}[k]$; при этом предполагается, что на каждом n-м шаге должны выполняться требования

(13) $$\det \widetilde{B}_n[k] \neq 0 \quad \forall k = 1, \ldots, N$$

невырожденности всех матриц $\widetilde{B}_n[k]$.

В качестве алгоритмов адаптации берутся стандартные рекуррентные процедуры функциональной идентификации всех N объектов (8), описываемые соотношениями

(14) $$\widetilde{b}_n^{(i_\mu)}[k] = \widetilde{b}_{n-1}^{(i_\mu)}[k] + \gamma_n^{(i_\mu)} f(\widetilde{e}_n^{(i_\mu)}[k], \bar{\varepsilon}^{(i_\mu)}, \bar{\varepsilon}^{0(i_\mu)}) \,\|\nabla u_{n-1}\|^{-2} \nabla u_{n-1},$$
$$\mu = 1, \ldots, r, \quad k = 1, \ldots, N.$$

В этих алгоритмах $\widetilde{b}_n^{(i_\mu)}[k] = [\widetilde{b}_n^{(i_\mu 1)}[k], \ldots, \widetilde{b}_n^{(i_\mu m)}[k]]^{\mathrm{T}}$ – m-мерный вектор, образованный транспонированием строки матрицы $\widetilde{B}_n[k]$ с номером i_μ; $\gamma_n^{(i_\mu)}$ – коэффициенты, которые выбираются в интервале $0 < \gamma' \leq \gamma_n^{(i_\mu)} \leq \gamma'' < 2$ с таким расчетом, чтобы выполнить требование (13);

(15) $$\widetilde{e}_n^{(i_\mu)}[k] = \widetilde{y}_n^{(i_\mu)}[k] - \widetilde{y}_{n-1}^{(i_\mu)}[k] - \widetilde{b}_{n-1}^{(i_\mu)\mathrm{T}}[k] \nabla u_{n-1}$$

– переменная, имеющая смысл μ-й составляющей вектора $\widetilde{e}_n[k] = [\widetilde{e}_n^{(i_1)}[k], \ldots, \widetilde{e}_n^{(i_r)}[k]]^{\mathrm{T}}$ ошибок оценивания матрицы $\widetilde{B}_n[k]$ и зависящая от μ-го выхода $\widetilde{y}_n^{(i_\mu)}[k], , \widetilde{y}_{n-1}^{(i_\mu)}[k]$ k-го объекта (8) в n-й и (n-1)-й моменты времени, а также от оценки $\widetilde{b}_{n-1}^{(i_\mu)}[k]$, выстроенной на предыдущем шаге, и вектора $\nabla u_n := u_n - u_{n-1}$; $\bar{\varepsilon}^{(i_\mu)} = 2\varepsilon^{(i_\mu)}$ и $\bar{\varepsilon}^{0(i_\mu)} > \bar{\varepsilon}^{(i_\mu)}$ – заданные числа; $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ – функция нечувствительности, определяемая следующим образом:

(16) $$f(\widetilde{e}^{(i)}, \bar{\varepsilon}^{(i)}, \bar{\varepsilon}^{0(i)}) = \begin{cases} 0, & \text{если } |\widetilde{e}^{(i)}| \leq \bar{\varepsilon}^{0(i)}, \\ \widetilde{e}^{(i)} - \bar{\varepsilon}^{(i)} \operatorname{sign} e^{(i)} & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Далее, дополним алгоритм адаптации, описываемый формулами (14)-(16), алгоритмом оценивания самой матрицы B вида

(17) $$b_n^{(i)} = b_{n-1}^{(i)} + \gamma_n^{(i)} f(e_n^{(i)}, \bar{\varepsilon}^{(i)}, \bar{\varepsilon}^{0(i)}) \| \nabla u_{n-1} \|^{-2} \nabla u_{n-1}, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Такой алгоритм позволяет формировать в каждый n-й момент времени m прогнозируемых оценок сверху абсолютных значений ошибок системы управления истинным объектом (1) при каждом возможном $u_n = u_n[k]$ используя формулы

(18) $$| \vec{e}_{n+1}^{(i)}[k] | = | y^{0(i)} - b_n^{(i)\mathrm{T}} u_n[k] | + \varepsilon^{(i)}, \quad i = 1, \ldots, m.$$

Синтез адаптивного регулятора завершается выбором управления $u_n \in \{u_n[1], \ldots \ldots, u_n[N]\}$ по правилу минимума 1-нормы вектора $\vec{e}_{n+1}[k] = [\vec{e}_{n+1}^{(1)}[k], \ldots, \vec{e}_{n+1}^{(m)}[k]]^{\mathrm{T}}$ как

(19) $$u_n = \arg \min_{u_n[k]} \sum_{i=1}^{m} | \vec{e}_{n+1}^{(i)}[k] |,$$

где $| \vec{e}_{n+1}^{(i)}[k] |$ определяется согласно (18) с учетом (17).

Асимптотические свойства синтезированной адаптивной системы управления устанавливаются в следующей теореме (основной результат).

Теорема. *В условиях предположений* (3) – (5) *адаптивный регулятор, описанный формулами* (11) – (19), *обеспечивает достижение цели управления* (6). *Алгоритмы адаптации* (14), (17) *сходятся за некоторое конечное число шагов.*

(При доказательстве теоремы отчасти используются приемы и рассуждения, заимствованные из [7,гл.4].)

4. Заключение

При наличии априорной неопределенности относительно матрицы B коэффициентов усиления в форме (3), (4) существует принципиальная возможность построения адаптивного робастного регулятора, который гарантирует диссипативность замкнутой системы управления (1), (11) – (19) с ограниченными возмущениями, содержащей любой объект (1) из интервального семейства (4). Однако такая возможность достигается ценой «сверхпараметризации»: число подстраиваемых параметров может заметно превысить число неизвестных параметров объекта.

Список литературы

1. Поляк Б.Т., Щербаков П.С. Робастная устойчивость и управление. М.: Наука. 2002. 303 с.
2. Соколов В.Ф. Робастное управление при ограниченных возмущениях. Сыктывкар: Коми научный центр УрО РАН, 2011. 218 с.
3. Бунич А.Л. О некоторых нестандартных задачах синтеза дискретных систем // Автоматика и телемеханика. 2000. № 6. С. 114-123.
4. Zhiteckii L.S., Azarskov V.N., Solovchuk K.Yu., Sushchenko O.A. Discrete-time robust steady-state control of nonlinear multivariable systems: a unified approach // IFAC Proceedings Volumes. 2014. Vol. 47, No. 3. P. 8140-8145.
5. Житецкий Л.С., Скурихин В.И., Соловчук К.Ю. Стабилизация многомерного нелинейного дискретного статического объекта с неопределенностью по обобщенной обратной линейной модели // Известия РАН. Теория и системы управления. 2017. № 5. С. 12-26.
6. Житецкий Л.С., Соловчук К.Ю. Псевдообращение в задачах робастной стабилизации многомерных дискретных систем управления линейными и нелинейными статическими объектами с ограниченными возмущениями // Проблемы управления и информатики. 2017. № 3. С. 57-70.
7. Фомин В.Н., Фрадков А.Л., Якубович В.А. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука. 1981. 448 с.

8. Goodwin G.C., Sin K.S. Adaptive filtering, prediction and control. Engewood Cliffs, NJ.: Prentice-Hall. 1984. 540 p.
9. Соколов В.Ф. Адаптивное субоптимальное робастное управление объектом первого порядка // Автоматика и телемеханика. 2008. № 8. С. 96-112.
10. Рутковский В.Ю., Глумов В.М. Особенности динамики адаптивной системы управления с нелинейной эталонной моделью. I, II // Автоматика и телемеханика. 2017. № 4. С. 92-105; № 5. С. 83-95.
11. Азарсков В.Н., Житецкий Л.С., Соловчук К.Ю. Идентификационный подход к задаче робастного управления многосвязными статическими объектами с нестохастическими неопределенностями // Труды X Международной конференции «Идентификация систем и задачи управления» SICPRO ’15. Москва, 26-29 января 2015 г. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2015. С. 520-538.