УДК 681.5.01

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ПОЛНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В.В. Косьянчук
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125319, Москва, Викторенко ул., 7
E-mail: vvk@gosniias.ru

Е.Ю. Зыбин
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125319, Москва, Викторенко ул., 7
E-mail: eyzybin@2100.gosniias.ru

В.В. Гласов
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125319, Москва, Викторенко ул., 7
E-mail: vvglasov@gosniias.ru

А.Ю. Чекин
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125319, Москва, Викторенко ул., 7
E-mail: aychekin@2100.gosniias.ru

С.С. Карпенко
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125319, Москва, Викторенко ул., 7
E-mail: kss@gosniias.ru

Ю.В. Бондаренко
Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем
Россия, 125319, Москва, Викторенко ул., 7
E-mail: yvb@gosniias.ru

Ключевые слова: непараметрические методы, моделирование, прогнозирование, управление, прогнозирование, контроль, диагностирование.

Аннотация: Рассматриваются новые интеллектуальные методы решения задач теории динамических систем имитационного типа, которые, в отличие от аналогичных, не используют логические или статистические вычисления и не требуют априорной информации о параметрах моделей систем, своего обучения или длительной настройки. Основу данных методов составляют алгебраические условия разрешимости задач идентификации линейных моделей динамических систем в различных постановках. Рассматриваемые методы построены только на основе известных входных и выходных сигналов систем, не подвержены влиянию модельных ошибок и могут быть использованы для решения задач теории динамических систем в условиях полной параметрической неопределенности даже в случае неидентифицируемости их математических моделей.

1. Введение

Современная теория динамических систем построена главным образом на использовании математических моделей систем, параметры которых задаются априорно или оцениваются в процессе идентификации. Однако проблемы нестационарности и нелинейности моделей реальных сложных динамических систем приводят к появлению модельных ошибок в задаваемых параметрах, а проблема их неидентифицируемости – к невозможности получения единственного решения [1]. В результате традиционные методы применимы на практике только тогда, когда достоверно известны параметры и структура математической модели динамической системы, а неопределенности при постановке задачи существенно ограничены.

С бурным развитием технологий сбора, хранения, передачи и обработки информации все большее распространение получают непараметрические (nonparametric) методы решения задач теории динамических систем [2], которые в зарубежной литературе также известны как также безмодельные (model-free) [3, 4], основанные на данных (data-driven, data-based) [5- 11], сигналах (signal-based) [12] или прошлых измерениях (history-based) [13]. В отличие от традиционных параметрических (модельных), непараметрические методы не требуют никакой априорной информации о динамических системах и основаны только на данных измерений их входных и выходных сигналов. Такие методы относятся к интеллектуальным, так как рассматривают динамическую систему в виде «черного ящика» и позволяют решать различные задачи теории систем в условиях полной параметрической неопределённости. Широко известные непараметрические методы теории систем требуют либо их предварительное обучение или длительную настройку для конкретной системы, что обуславливает их узкую направленность, либо основаны на статистических (вероятностных) алгоритмах, требующих большой выборки данных измерений.

В настоящей работе описан оригинальный математический подход, порождающий целое семейство новых непараметрических методов теории динамических систем, которые, в отличие от аналогичных интеллектуальных методов имитационного типа, не используют логические или статистические вычисления и не требуют своего обучения или длительной настройки. Основу данных методов составляют алгебраические условия разрешимости задач идентификации линейных математических моделей динамических систем в различных постановках. Они построены только на основе известных входных и выходных сигналов систем, не подвержены влиянию модельных ошибок и могут быть использованы для решения задач теории динамических систем даже в случае неидентифицируемости их моделей.

Рамки настоящей работы ограничены задачами прогнозирования и управления состоянием детерминированных дискретных стационарных инерционных линейных динамических систем с непосредственно измеряемыми состояниями и отсутствием функциональной избыточности по управлению, а также задачами обнаружения, локализации и диагностирования отказов в их системах управления.

2. Прогнозирование состояния

Пусть модель дискретной линейной динамической системы в пространстве состояний имеет вид

(1) $$x_{i+1} = Ax_i + Bu_i ,$$

где A, B – матрицы параметров собственной динамики и эффективности управления; x, u – векторы переменных состояния и управления размерности n_x, n_u; i – дискретное время.

Предположим, что наблюдение за системой ведется на протяжении некоторого времени h. Тогда модель (1) можно записать в следующем блочно-матричном виде

(2) $$\begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \end{bmatrix} + B\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix},$$

где $X_{i+1:i+h} = \begin{bmatrix} x_{i+1} & x_{i+2} & \dots & x_{i+h} \end{bmatrix}, X_{i:i+h-1} = \begin{bmatrix} x_i & x_{i+1} & \dots & x_{i+h-1} \end{bmatrix}, U_{i:i+h-1} = \begin{bmatrix} u_i & u_{i+1} & \dots & u_{i+h-1} \end{bmatrix}$.

Для решения задачи прогнозирования состояния системы представим выражение (2) в форме линейного матричного уравнения идентификации параметров ее модели

(3) $$\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \\ U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \end{bmatrix}.$$

Известно [14], что любое матричное уравнение вида $YC = D$ с известными матрицами C, D разрешимо относительно Y тогда и только тогда, когда выполняется условие разрешимости

(4) $$D\overline{C}^R = 0,$$

где $\overline{C}^R$ – правый делитель нуля полного ранга, удовлетворяющий условию $C\overline{C}^R = 0$.

Тогда согласно (4) для разрешимости уравнения (3) необходимо и достаточно обеспечить выполнение следующего условия [15]

(5) $$\begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \end{bmatrix}\overline{\begin{bmatrix} X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \\ U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix}}^R = 0,$$

которое может быть использовано для решения задачи прогнозирования вектора состояния системы (1). Пусть h – минимальное количество наблюдений, для которых правый делитель нуля максимального полного ранга имеет вид нормированного вектор-столбца:

(6) $$\begin{bmatrix} X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \\ U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_{i+h}^x \\ 1 \end{bmatrix} = 0.$$

Запишем с учетом (6) условие разрешимости задачи идентификации (5)

(7) $$\begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_{i+h}^x \\ 1 \end{bmatrix} = 0.$$

Тогда из (7) можно всегда и в единственном виде определить следующее значение вектора состояния системы по формуле [16]

(8) $$x_{i+h+1} = -X_{i+1:i+h} \cdot r_{i+h}^x.$$

3. Управление состоянием

Для решения обратной задачи синтеза управления u_{i+h} при заданном векторе состояния x_{i+h+1} перегруппируем выражение (2) и приведем его к уравнению вида

$$B\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & -A \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \\ X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \end{bmatrix},$$

которое согласно (4) разрешимо тогда и только тогда, когда

$$(9)\qquad B\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix}\overline{\begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \\ X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \end{bmatrix}}^{R} = 0 .$$

При отсутствии функциональной избыточности по управлению ($\overline{B}^{R} = 0$) всегда можно записать эквивалентное выражению (9) условие разрешимости с нормированным делителем нуля

$$(10)\qquad \begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} r_{i+h}^{u} \\ 1 \end{bmatrix} = 0 ,$$

из которого аналогично решению задачи прогнозирования можно определить искомое управление по формуле [16]

$$u_{i+h} = -U_{i:i+h-1} \cdot r_{i+h}^{u} .$$

4. Контроль и диагностирование системы управления

Запишем по аналогии с (2) модель динамической системы с отказавшей в момент времени i_f системой управления

$$(11)\qquad \begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \end{bmatrix} + B_f\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix},$$

где $B_f = BF$; $F = \operatorname{diag}\begin{bmatrix} f(1) & \cdots & f(k) & \cdots & f(n_u) \end{bmatrix}$ – матрица отказов, $f(*) = 1$ – для работоспособных каналов системы управления, $0 \le f(*) < 1$ – для отказавших каналов системы управления.

Тогда для решении задач обнаружения и локализации отказов (контроля технического состояния) системы управления можно воспользоваться условиями разрешимости задач идентификации вида (7) и (10) при $i < i_f < i + h$, соответственно [17-21]. В момент возникновении отказов системы управления данные условия равенства нулю нарушаются, так как поведение системы уже не может быть описано с помощью единой линейной модели.

Для решении задачи диагностирования отказов воспользуемся алгоритмом одношагового прогнозирования

$$(12)\qquad \begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1:i+h} & \hat{x}_{i+h+1} \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} X_{i:i+h-1} & x_{i+h} \end{bmatrix} + B\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix},$$

который имеет аналогичный (8) непараметрический вид $\hat{x}_{i+h+1} = -\hat{X}_{i+1:i+h} \cdot r_{i+h}^{x}$ при $i_f < i$.

Тогда из разности матриц реальных (11) и прогнозируемых (12) состояний

$$\begin{bmatrix} X_{i+1:i+h} & x_{i+h+1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{X}_{i+1:i+h} & \hat{x}_{i+h+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{i+1:i+h} & \Delta x_{i+h+1} \end{bmatrix} = \Delta B\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix},$$

можно определить количественные характеристики отказов системы управления в виде отклонений параметров эффективности управления $\Delta B = B_f - B$, например, методом псевдообращения [22, 23]:

$$\Delta B = \begin{bmatrix} \Delta X_{i+1:i+h} & \Delta x_{i+h+1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_{i:i+h-1} & u_{i+h} \end{bmatrix}^{+},$$

при необходимом и достаточном условии диагностируемости отказов в виде линейной независимости сигналов управления во всех каналах.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (17-08-01445а, 18-08-00453а, 18-08-00463а).

Список литературы

1. Зыбин Е.Ю. Об идентифицируемости линейных динамических систем в замкнутом контуре в режиме нормальной эксплуатации // Известия ЮФУ. Технические науки. 2015. № 4. Вып. 166. С. 160–170.
2. Hilgert N., Rossi V., Vila J.-P., Wagner V. Identification, Estimation, and Control of Uncertain Dynamic Systems: A Nonparametric Approach // Communications in Statistics – Theory and Methods. 2007. Vol. 36, No. 14. P. 2509-2525.
3. Hou Z., Jin S. Model Free Adaptive Control: Theory and Applications. New-York: CRC press, 2013. 372 p.
4. Fliess M., Join C. Model-free Control // International Journal of Control. 2013. Vol. 86, No. 12. P. 2228-2252.
5. Stefanovic M., Safonov M.G. Safe Adaptive Control: Data-driven Stability Analysis and Robust Synthesis. London: Springer, 2011. 147 p.
6. Kutz J.N. Data-driven Modeling & Scientific Computation: Methods for Complex Systems & Big Data. Oxford: Oxford University Press, 2013. 638 p.
7. Sari A.H.A. Data-driven Design of Fault Diagnosis Systems: Nonlinear Multimode Processes. Rostock: Springer Science & Business, 2014. 136 p.
8. Zhang H., Jiang B., Yu W. Data-driven Fault Supervisory Control Theory and Applications // Mathematical Problems in Engineering. 2013. Vol. 2013. Article ID 387341.
9. Schwabacher M. A Survey of Data-driven Prognostics // AIAA Infotech@Aerospace. 2005. P. 7002.
10. Ge Z., Song Z., Gao F. Review of Recent Research on Data-based Process Monitoring // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2013. Vol. 52, No. 10. P. 3543-3562.
11. Yin S., Li X., Gao H., Kaynak O. Data-based Techniques Focused on Modern Industry: An Overview // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2015. Vol. 62, No. 1. P. 657-667.
12. Gao Z., Cecati C., Ding S.X. A Survey of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Techniques – Part I: Fault Diagnosis with Model-based and Signal-based Approaches // IEEE Transactions on Industrial Electronics. 2015. Vol. 62, No. 6. P. 3757-3767.
13. Venkatasubramanian V., Rengaswamy R., Kavuric S.N., Yin K. A Review of Process Fault Detection and Diagnosis: Part III: Process History Based Methods // Computers & Chemical Engineering. 2003. Vol. 27, No. 3. P. 327-346.
14. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. О минимальной параметризации решений линейных матричных уравнений // Вестник Ивановского государственного энергетического университета. 2004. № 6. С. 127.
15. Зыбин Е.Ю., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н. О решении задачи идентификации линейных дискретных систем методом канонизации // Вестник Ивановского государственного энергетического университета.. 2005. № 5. С. 192-196.
16. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В., Карпенко С.С. О некоторых непараметрических методах теории управления динамическими объектами // Материалы XV Всероссийской научно-технической конференции «Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского»: сборник докладов. М.: ООО «Экспериментальная мастерская НаукаСофт», 2018. С. 288–298.
17. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В. Алгебраический критерий обнаружения факта и времени возникновения отказов в системах управления динамическими объектами // Изв. РАН. ТиСУ. 2016. № 4. С. 50-61.
18. Zybin E., Kosyanchuk V., Karpenko S. Quantitative Model-free Method for Aircraft Control System Failure Detection // MATEC Web of Conferences. 2017. Vol. 99. P. 03011.
19. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В., Кульчак А.М., Сельвесюк Н.И. Алгебраические условия неисправности исполнительной подсистемы воздушного судна // Труды ГосНИИАС. Вопросы авионики. 2016. № 2. Вып. 26. С. 3–11.
20. Karpenko S.S., Zybin E.Yu., Kosyanchuk V.V. Nonparametric Methods for Failures Detection and Localization in the Actuating Subsystem of Aircraft Control System // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 312. P. 012010.
21. Зыбин Е.Ю., Косьянчук В.В., Карпенко С.С. Непараметрические методы обнаружения и локализации отказов в исполнительной подсистеме системы управления воздушного судна // XXVIII Всероссийская научно-техническая конференция школы-семинара «Передача, прием, обработка и отображение информации о быстропротекающих процессах»: сборник статей. М.: ИД Академия Жуковского, 2017. С. 213-219.
22. Terent'yev M.N., Karpenko S.S., Zybin E.Yu., Kosyanchuk V.V. Nonparametric Methods for Failures Diagnosis in the Actuating Subsystem of Aircraft Control System // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 312. P. 012025.

23. Kosyanchuk V.V., Karpenko S.S., Zybin E.Yu. Aircraft Actuating System Fault Diagnosis under Complete Uncertainty // Proceedings of International Conference on High-Speed Vehicle Science Technology (HiSST 2018). Moscow: Central Aerohydrodynamic Institute. P. 38001112.