

\*  
УДК 681.51

# АДАПТИВНЫЙ НАБЛЮДАТЕЛЬ МАГНИТНОГО ПОТОКА ДЛЯ НЕЯВНОПОЛЮСНОГО СИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ В УСЛОВИЯХ ШУМОВ В ИЗМЕРЕНИЯХ СИЛЫ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ\*

**А.А. Пыркин**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [a.pyrkin@gmail.com](mailto:a.pyrkin@gmail.com)

**А.А. Ведяков**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [vedyakov@gmail.com](mailto:vedyakov@gmail.com)

**Д.Н. Базылев**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [bazylevd@mail.ru](mailto:bazylevd@mail.ru)

**М.М. Синетова**

*Университет ИТМО*

Россия, 197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49

E-mail: [sinetovamadina@gmail.com](mailto:sinetovamadina@gmail.com)

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ, ПНИЭР уникальный идентификатор соглашения RFMEFI57818X0271 «Адаптивное бессенсорное управление синхронным электроприводом для интеллектуальных робототехнических и транспортных систем»

**Ключевые слова:** нелинейные системы управления, робастные наблюдатели, синхронные двигатели, магнитный поток, бессенсорный подход, смещение в измерениях напряжения.

**Аннотация:** Предложен алгоритм адаптивного оценивания магнитного потока для неявнополюсного синхронного двигателя с постоянными магнитами (PMSM) для случая, когда измеряемые электрические сигналы искажены постоянным смещением. Представлена новая нелинейная параметризация модели электрического двигателя, основанная на процедуре динамического расширения и смешивания регрессора (DREM). Благодаря этой параметризации проблема оценивания магнитного потока обращается во вспомогательную задачу идентификации неизвестных постоянных параметров, зависящих от ошибок измерения. Доказано, что наблюдатель магнитного потока гарантирует глобальную экспоненциальную сходимость ошибок оценивания к нулю, если соответствующий регрессор удовлетворяет условию исчезающего возбуждения. Также наблюдатель обеспечивает асимптотическую сходимость, если функция регрессора является квадратично интегрируемой. В сравнении с известными аналогами в этой статье дан конструктивный способ восстановления магнитного потока синхронного двигателя с гарантированными показателями качества (монотонность, скорость сходимости), а также простая с инженерной точки зрения реализация на вычислительных платформах.

## 1. Введение

Сегодня очень остро стоит проблема так называемого «бессенсорного» управления. Основная трудность ее разрешения заключается в нелинейной модели PMSM, в которой магнитный поток является неизмеримой переменной. В литературе очень популярным подходом является восстановление механических переменных привода с использованием знаний об общем потоке. И обычно наблюдение магнитного потока является ключевой проблемой, которая привлекает многих ученых из обществ адаптивного управления и электрического привода, в том числе L. Praly, R. Ortega, R. Marino, P. Tomei, K. Nam, A. Stankovic и многих других известных исследователей.

Несмотря на то, что существует множество различных подходов, и они даже уже реализованы в качестве предустановленной функции в распределенных исполнительных механизмах, эффективность таких подходов к управлению все еще остается открытой проблемой. Существующие методы не гарантируют сходимости ошибки регулирования к 0 при наличии ошибок измерений. Некоторые подходы дают надежные оценки, приемлемые для практического применения. Оценщики, которые обеспечивают асимптотическую сходимость оценок к наблюдаемым состояниям электроприводов, обычно не являются устойчивыми по отношению к шуму измерений, потому что были разработаны с сильными предположениями в отношении этой проблемы.

В этом докладе мы фокусируемся на проблеме построения наблюдателя потока в PMSM, который является, с одной стороны, робастным относительно смещений в измерениях и не содержит схем интегрирования разомкнутого контура, и с другой стороны, обеспечивает сходимость всех ошибок оценивания к нулю с такими характеристиками качества, как монотонность оценок и возможность регулирования

скорости сходимости.

## 2. Постановка задачи

Рассмотрим классическую двухфазную  $\alpha\beta$  модель ненасыщенного неявнополюсного PMSM

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{\lambda} &= v - Ri, \\ j\dot{\omega} &= -f\omega + \tau_e - \tau_L, \\ \dot{\theta} &= \omega, \end{aligned}$$

где  $\lambda \in \mathbb{R}^2$ —общий поток;  $i \in \mathbb{R}^2$ —токи;  $v \in \mathbb{R}^2$ —напряжения;  $R > 0$ —сопротивление обмоток статора;  $j > 0$ —инерция ротора;  $\theta \in S := [0, 2\pi]$ —фаза ротора;  $\omega$ —механическая угловая скорость;  $f > 0$ —коэффициент вязкого трения;  $\tau_L \in \mathbb{R}^2$ —возможный меняющийся во времени - крутящий момент нагрузки;  $\tau_e$ —крутящий момент электрического происхождения, определяется как

$$\tau_e = n_p i^T J \lambda,$$

где  $n_p \in \mathbb{N}$ —число пар полюсов и  $J \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ —матрица вращения:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для поверхностного монтажа RMSM общий поток проверяется

$$(2) \quad \lambda = Li + \lambda_m C(\theta),$$

где  $L > 0$ —индуктивность статора и  $C(\theta) := \text{col}(\cos(n_p\theta), \sin(n_p\theta))$ . Предположим, что единственными сигналами, доступными для измерений, являются ток  $i$  и напряжение  $v$ , которые искажены неизвестными постоянными членами смещения  $\sigma_i \in \mathbb{R}^2$  и  $\sigma_v \in \mathbb{R}^2$  соответственно, то есть

$$(3) \quad i_m = i + \sigma_i, v_m = v + \sigma_v,$$

где  $i_m$  и  $v_m$ —фактически измеренные сигналы. Сопротивление  $R$  и индуктивность  $L$  предполагаются известными.

Цель состоит в том, чтобы асимптотически восстановить полный поток  $\lambda$  с асимптотической сходимостью ошибок оценивания к 0.

## 3. Основной результат

Адаптивный наблюдатель потока СДПМ был предложен в [3] и основан на уравнении

$$(4) \quad |\lambda - Li|^2 - \lambda_m^2 = 0,$$

которое следует из (2). Подход [3] требует только измерения напряжения  $v$  и тока  $i$ , однако предполагается, что в электрических сигналах нет смещения или шума. Однако даже если шум отсутствует, смещение вблизи нуля всегда возможно, и это

следует учитывать, чтобы гарантировать робастность адаптивного наблюдателя даже в номинальном режиме.

Работа [4] была посвящена случаю, когда измеренные сигналы  $v$  и  $i$  содержат неопределенное смещение, сформулированное в (3) и предполагается постоянным. Выражение (4) может быть переписано как

$$(5) \quad \lambda^T \lambda - 2L\lambda^T i_m - 2L\lambda^T \eta_1 + i_m \eta_2 + \eta_3 = 0,$$

где  $\eta_1 = -2L\sigma_i$ ,  $\eta_2 = 2L^2\sigma_i$ ,  $\eta_3 = L^2\sigma_i^T \sigma_i - \lambda_m^2$  — неизвестные константы.

Подход [4] был расширен в [5], что позволило находить линейное уравнение регрессора в зависимости от неопределенного потока  $\lambda$ , набора неизвестных параметров и измеримых сигналов. Следующее утверждение устанавливает этот факт.

**Утверждение 1.** *Рассмотрим модель PMSM (1) с измеримыми сигналами (3), искаженными неопределенными смещениями. Модель регрессии представлена*

$$(6) \quad \dot{\lambda} = -Ri_m + v_m + \eta_m, \quad y = \Phi^T \lambda + \Psi^T \eta + \varepsilon_t,$$

где  $y, \Phi, \Psi$  — известные функции могут быть вычислены из доступных сигналов и неизвестных постоянных векторов

$$\eta_m = R\sigma_i - \sigma_v, \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_m \\ \eta_m^T \eta_m \end{bmatrix}$$

**Доказательство утверждения 1.** Доказательство основано на [4] и может быть легко повторено с помощью следующих шагов.

1. Продифференцируем (5)
2. Применим фильтр  $\frac{\nu}{p+\nu}$ , где  $p := \frac{d}{dt}$  — дифференциальный оператор.
3. Используем лемму об обмене

$$\frac{\nu}{p+\nu} (x^T z) = z^T \left( \frac{\nu}{p+\nu} x \right) - \frac{1}{p+\nu} \left( \dot{z}^T \left( \frac{\nu}{p+\nu} x \right) \right) g$$

получим уравнение регрессора, в котором поток  $\lambda$  и вектор  $\eta$  вводятся только линейно.

4. Перепишем полученное операторное выражение в виде обыкновенных дифференциальных уравнений.

После 4 шага вводим следующие фильтры

$$(7) \quad \begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= -\nu\xi_1 + \nu y_m, \\ \dot{\xi}_2 &= -\nu\xi_2 + 2\nu y_m + 2\nu^2 L i_m, \\ \dot{\xi}_3 &= -\nu\xi_3 + \nu i_m, \\ \dot{\xi}_4 &= -\nu\xi_4 + \xi_2 + 2y_m, \\ \dot{\xi}_5 &= -\nu\xi_5 + y_m^T \xi_2 + 2\nu^2 L^2 i_m^T i_m, \\ \dot{\xi}_6 &= -\nu\xi_6 + \nu\xi_4 - \xi_2, \\ \dot{\xi}_7 &= -\nu\xi_7 + \nu\xi_1, \\ \dot{\xi}_8 &= -\nu\xi_8 + \nu(i_m - \xi_3), \\ \dot{\xi}_9 &= -\nu\xi_9 + \nu\xi_5 - \nu^2 i_m^T i_m + y_m^T (\nu\xi_4 - \xi_2), \end{aligned}$$

которые управляют известным сигналом

$$y_m = -Ri_m + v_m.$$

Доказательство завершается подбором

$$y = \xi_5 - \nu L^2 i_m^\top i_m - \xi_9, \Phi = 2\xi_2 - 2Li_m^\top i_m - \nu\xi_4, \Psi = \begin{bmatrix} \xi_1 - \xi_2 \\ \nu(i_m - \xi_3 - \xi_8) \\ 2\xi_6 \\ 2\nu(-1) \end{bmatrix}$$

Далее мы будем использовать основной результат Утверждения 1 при проектировании адаптивного наблюдателя магнитного потока. В [4] были представлены два наблюдателя: робастная версия с уменьшенной размерностью и адаптивная, разработанная с использованием классического градиентного подхода. В этом разделе мы предлагаем применить процедуру DREM [7], чтобы повысить характеристики наблюдателя по сравнению с [4].

Непосредственно, процедура DREM не применима к модели (6), так как  $\lambda$  является функцией времени. Пренебрегая экспоненциальным членом  $\varepsilon_t$ , применим еще один фильтр с некоторым коэффициентом  $\alpha > 0$  ко второму уравнению (6):

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{p+\alpha}y &= \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi^\top\lambda + \frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi^\top\eta = \\ (8) \quad &= \lambda^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi - \frac{1}{p+\alpha} \left( \dot{\lambda}^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi \right) + \eta^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi = \\ &= \lambda^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi - \frac{1}{p+\alpha} \left( (-Ri_m + v_m + \varepsilon_t a_m)^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi \right) + \eta^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi, \end{aligned}$$

и перепишем как

$$(9) \quad z_\alpha = \lambda^\top \bar{\Phi}_\alpha + \eta^\top \bar{\Psi}_\alpha.$$

где

$$\begin{aligned} z_\alpha &= \frac{\alpha}{p+\alpha}y + \frac{1}{p+\alpha} \left( (-Ri_m + v_m)^\top \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi \right) \lambda^\top, \\ \bar{\Phi}_\alpha &= \frac{\alpha}{p+\alpha}\Phi, \quad \bar{\Psi}_\alpha = \frac{\alpha}{p+\alpha}\Psi - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\alpha}{(p+\alpha)^2} Phi \end{aligned}$$

Следуя концепции расширения динамического регрессора, рассмотрим набор линейных фильтров  $\frac{\alpha_i}{p+\alpha_i}$  с различными коэффициентами усиления  $\alpha_i > 0, i = \overline{1, N}$ , где  $N := \dim\lambda + \dim\eta = 9$  и получить систему из  $N$  линейных уравнений

$$(10) \quad z_i(t) = \lambda^\top(t)\bar{\Phi}_i(t) + \eta^\top\bar{\Psi}_i(t).$$

где индекс  $i$  обозначает коэффициент  $\alpha_i$  соответствующего фильтра. В матричной форме (10) выглядит

$$Z(t) := \begin{bmatrix} z_1(t) \\ \vdots \\ z_N(t) \end{bmatrix}, \quad M(t) := \begin{bmatrix} \bar{\Phi}_1 & \bar{\Psi}_1 \\ \vdots & \vdots \\ \bar{\Phi}_N & \bar{\Psi}_N \end{bmatrix}.$$

В этот момент выполняется ключевой шаг «смешивания» регрессора процедуры DREM для получения набора скалярных  $N$  уравнений следующим образом:

$$(11) \quad Y_\lambda(t) = \nabla(t)\lambda(t),$$

$$(12) \quad Y_\eta(t) = \Delta(t)\eta.$$

где  $Y(t) := \begin{bmatrix} Y_\lambda(t) \\ Y_\eta(t) \end{bmatrix} = \text{adj}(M(t))Z(t)$  и  $\Delta(t) = \det(M(t))$ .

## 4. Заключение

В этой статье был предложен новый алгоритм построения адаптивного наблюдателя, который позволяет параметризовать модель возмущенного СДПМ, как линейное уравнение регрессора относительно наблюдаемого потока и некоторых констант в зависимости от ошибок измерения (смещения или смещения). Используя процедуру DREM, векторное регрессорное уравнение может быть разбито на набор скалярных регрессорных уравнений с общим измеримым регрессором и неизвестными переменными или параметрами. Такое разложение позволяет гарантировать монотонность сходимости ошибок оценивания к нулю и регулировать скорость сходимости с помощью коэффициентов адаптации. На основе этого наблюдателя потока становится возможным построить наблюдатель положения и скорости, который также был бы устойчивым по отношению к шуму измерения. И эта сложная проблема - проектирование полного состояния наблюдателя - будет продолжена в дальнейшем.

## Список литературы

1. Krause P.C. Analysis of electric machinery. New York: McGraw Hill, 1986. 564 p.
2. Nam K. AC motor control and electric vehicle applications. CRC Press, 2010. 435 p.
3. Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Ortega R., Vukosavic S.N., Stankovic A.M., Panteley E.V. A robust globally convergent position observer for the permanent magnet synchronous motor // Automatica. 2015. Vol. 61. P. 47-54.
4. Pyrkin A.A., Vedyakov A.A., Ortega R., Bobtsov A.A. A robust adaptive flux observer for a class of electromechanical systems // International Journal of Control. 2018. DOI: 10.1080/00207179.2018.1521995
5. Bernard P., Praly L. Robustness of rotor position observer for permanent magnet synchronous motors with unknown magnet flux // Automatica. 2018. Vol. 94. P. 88-93.
6. Sastry S., Bodson M. Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.
7. Aranovskiy S., Bobtsov A., Ortega R., Pyrkin A. Parameters estimation via dynamic regressor extension and mixing // IEEE Transactions on Automatic Control. 2017. Vol. 62, No. 7. P. 3546-3550.
8. Aranovskiy S., Bobtsov A.A., Pyrkin A.A., Ortega R., Chaillet A. Flux and position observer of permanent magnet synchronous motors with relaxed persistency of excitation conditions // IFAC-PapersOnLine. 2015. Vol. 48, No. 11. P. 301-306.