УДК 531.3

О СТАБИЛИЗАЦИИ УСТАНОВИВШИХСЯ ДВИЖЕНИЙ ТРЕХЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА УПРАВЛЕНИЕМ С НЕПОЛНЫМ ИЗМЕРЕНИЕМ

Л.С. Тахтенкова
Ульяновский государственный университет
Россия, 432017, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42
E-mail: lubov.s.alex@yandex.ru

Д.С. Макаров
Ульяновский государственный университет
Россия, 432017, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42
E-mail: prostodenis18@mail.ru

Л.В. Колегова
Ульяновский государственный университет
Россия, 432017, Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42
E-mail: flv603@mail.ru

Ключевые слова: трехзвенный манипулятор, устойчивость, стабилизация, управление, неполное измерение.

Аннотация: Исследуется в нелинейной постановке задача о стабилизации движений трехзвенного манипулятора. Построено непрерывное ограниченное управление типа нелинейного ПИ-регулятора, обеспечивающего стабилизацию заданного его положения и стационарного вращения вокруг вертикальной оси без измерения угловых скоростей. Получено также решение о стабилизации этих движений посредством релейного ступенчатого управления.

1. Введение

Несмотря на продолжительные многочисленные исследования, проблема управления робототехническими системами остается предметом интенсивной научной деятельности и в настоящее время. Это объясняется значительным расширением среды применения роботов, повышением требований к надежности, точности и эффективности их функционирования. Одна из возможностей улучшения этих и других критериев связана с уменьшением количества измерительных датчиков, использованием цифрового управления, учетом позитивного действия неуправляемых сил.

В данной работе в этом направлении исследуется задача об управлении движением трехзвенного манипулятора, являющегося составной частью робототехнических систем, и соответственно объектом ряда исследований (см. напр. [1]).

2. Постановка задачи

Рассмотрим математическую модель трехзвенного манипулятора, состоящую из трех абсолютно жестких звеньев G_1, G_2, G_3, представляющих собой однородные стержни. Манипулятор установлен на неподвижном основании, на которое опирается звено G_1. Звено G_1 таким образом, может совершать только вращения вокруг вертикальной оси. Звенья соединены между собой двумя идеальными цилиндрическими шарнирами O_1 и O_2 таким образом, что звенья G_2 и G_3 могут совершать движения только в вертикальной плоскости. Центр масс C_1 звена G_1 лежит на луче O_1O_2. Положение центра масс C_2 звена G_2 не совпадает с положением шарнира O_2. На конце звена G_3 находится груз, перемещаемый манипулятором.

Введем обозначения, изображенные на рис. 1: $q_i(i = 1, 2, 3)$ – углы поворотов звеньев манипулятора; $Q_i(i = 1, 2, 3)$ – управляющие моменты относительно осей соответствующих звеньев; l_i – длина i-го звена; m_i – масса i-го звена; m_0 – масса перемещаемого груза; $m_{30} = m_0 + m_3$; I_1 – момент инерции первого звена относительно оси вращения; r_2 и r_3 – соответственно расстояния от центров тяжести второго и третьего звеньев с перемещаемым грузом относительно осей соответствующих звеньев; g – ускорение свободного падения.

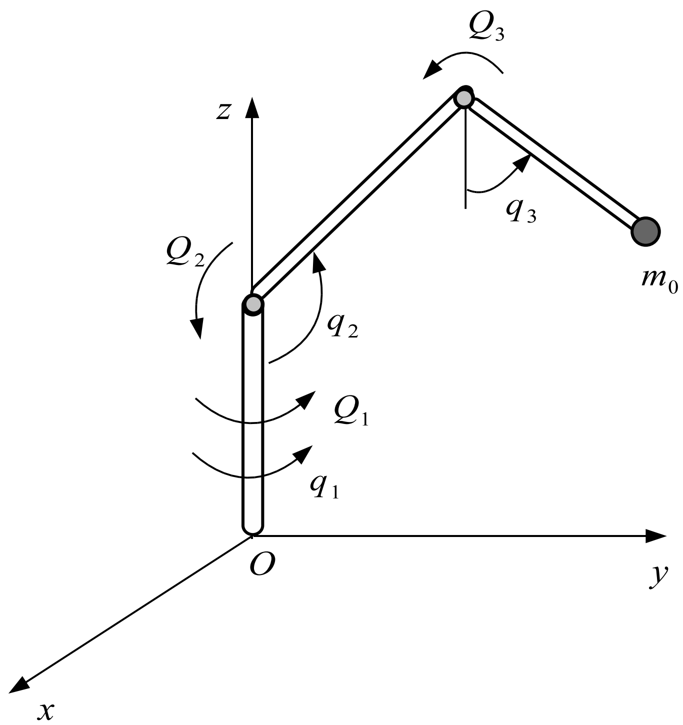

Рис. 1. Модель трехзвенного манипулятора

Решается задача о стабилизации установившихся движений манипулятора без измерения скоростей.

3. Приведение манипулятора в заданное программное положение

Рассмотрена задача приведения без измерения скоростей манипулятора в заданное программное положение

$$q^0(t) \equiv q^0, \quad (q^0)' = (q_1^0, q_2^0, q_3^0), \quad \dot{q}^0(t) \equiv 0.$$

Показано, что поставленная задача решается управлением:

$$\begin{aligned}
&Q_1 = -k_1 \sin\frac{x_1(t)}{2} - \cos\frac{x_1(t)}{2}\int_{t-h}^{t} p_1^0 e^{s_1^0(\tau-t)}\left(\sin\frac{x_1(t)}{2} - \sin\frac{x_1(\tau)}{2}\right)d\tau,\\
&Q_2 = (m_2r_2 + m_{30}l_2)g\sin q_2^0\cos x_2 - k_2\sin\frac{x_2(t)}{2} -\\
&-\cos\frac{x_2(t)}{2}\int_{t-h}^{t} p_2^0 e^{s_2^0(\tau-t)}\left(\sin\frac{x_2(t)}{2} - \sin\frac{x_2(\tau)}{2}\right)d\tau,\\
&Q_3 = m_{30}gr_3\sin q_3^0\cos x_3 - k_3\sin\frac{x_3(t)}{2} -\\
&-\cos\frac{x_3(t)}{2}\int_{t-h}^{t} p_3^0 e^{s_3^0(\tau-t)}\left(\sin\frac{x_3(t)}{2} - \sin\frac{x_3(\tau)}{2}\right)d\tau,\\
&x_1 = q_1 - q_1^0, \quad x_2 = q_2 - q_2^0, \quad x_3 = q_3 - q_3^0,
\end{aligned}$$

где коэффициенты $h > 0, p_j^0 > 0, s_j^0 > 0$, а k_j удовлетворяет неравенствам

$$\begin{aligned}
&k_1 > 0,\\
&k_2 > -2(m_2r_2 + m_{30}l_2)g\sin q_2^0,\\
&k_3 > -2m_{30}gr_3\sin q_3^0.
\end{aligned}$$

Задача решается подбором функционала Ляпунова и использованием результатов работы [2]. При этом достигается глобальное притяжение заданного положения манипулятора в цилиндрическом фазовом пространстве (т.е. со сдвигом на $2\pi k$, $k \in Z$).

4. Стабилизация стационарного вращения манипулятора вокруг вертикальной оси

Координата q_1, определяющая вращение манипулятора вокруг вертикальной оси, является циклической. Введем соответствующий циклический импульс и функцию Рауса [3]

$$(I_1 + m_2r_2^2\sin^2 q_2 + m_{30}(l_2\sin q_2 + r_3\sin q_3)^2)\dot{q}_1 = v_1.$$

$$\begin{aligned}
R = T - \dot{q}_1 v_1 = \frac{1}{2}(m_2r_2^2 + m_3l_2^2)\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}m_{30}l_2r_3\cos(q_2 - q_1)\dot{q}_2\dot{q}_3 +\\
+\tfrac{1}{2}m_{30}r_3^2\dot{q}_3^2 - \frac{1}{2}\frac{v_1^2}{I_1 + m_2r_2^2\sin^2 q_2 + m_{30}(l_2\sin q_2 + r_3\sin q_3)^2} \equiv R_2 - R_0.
\end{aligned}$$

Система может совершать стационарное вращательное движение вокруг вертикальной оси вида

$$\dot{q}_2 = 0, \quad q_2 = q_2^0 = const, \quad \dot{q}_3 = 0, \quad q_3 = q_3^0 = const,$$
$$v_1 = v_1^0 = const, \quad \dot{q}_1 = \dot{q}_1^0 = \frac{v_1^0}{(I_1 + m_2 r_2^2 \sin^2 q_2^0 + m_{30}(l_2 \sin q_2^0 + r_3 \sin q_3^0)^2)}$$

под действием соответствующих постоянных моментов $Q_1 = 0$, $Q_2 = Q_2^0$, $Q_3 = Q_3^0$.

На основании указанного метода из [2] можно найти, что это стационарное движение будет устойчиво, асимптотически устойчиво по $\dot{q}_2, \dot{q}_3, q_2 - q_2^0, q_3 - q_3^0$ под действием управляющих моментов

$$Q_2 = Q_2^0 - k_2^0 \sin x_2(t) + \cos x_2(t) \int_{t-h}^{t} p_2^0 e^{s_2^0(\tau - t)} \sin x_2(\tau) d\tau,$$
$$Q_3 = Q_3^0 - k_3^0 \sin x_3(t) - \cos x_3(t) \int_{t-h}^{t} p_3^0 e^{s_3^0(\tau - t)} \sin x_3(\tau) d\tau,$$

где постоянные $p_2^0, p_3^0, s_2, s_3^0 > 0$, а k_2^0 и k_3^0 удовлетворяют неравенствам

$$k_2 + (m_2 r_2 + m_{30} l_2) g \cos q_2^0 - \left.\frac{\partial^2 R_0}{\partial q_2^2}\right|_{\substack{q_2 = q_2^0 \\ q_3 = q_3^0}} = \mu_2 > 0,$$
$$k_3 + m_{30} g r_2 \cos q_3^0 - \left.\frac{\partial^2 R_0}{\partial q_3^2}\right|_{\substack{q_2 = q_2^0 \\ q_3 = q_3^0}} = \mu_3 > 0,$$
$$\mu_2 \mu_3 - \left(\left.\frac{\partial^2 R_0}{\partial q_2 \partial q_3}\right|_{\substack{q_2 = q_2^0 \\ q_3 = q_3^0}} \right)^2 > 0.$$

При добавлении момента

$$Q_1 = -k_1^0 f(v_1 - v_1^0), \;\; f(\tau)\tau \geqslant 0 \;(= 0 \Leftrightarrow \tau = 0)$$

указанное стационарное движение будет также асимптотически устойчиво по $\dot{q}_1^0$.

Путем моделирования подбираются параметры управления k_2, k_3, p_2^0, p_3^0, s_2^0, s_3^0 в зависимости от параметров системы и выбора программного стационарного движения, определяемых значениями v_1^0, q_2^0, q_3^0.

5. Заключение

В работе представлено решение задачи о стабилизации движения трехзвенного манипулятора без измерения угловых скоростей. По своей структуре стабилизирующее управление может быть ограниченным. При этом может быть использовано стабилизирующее действие гравитационного момента и диссипации в шарнирах. Соответствующие результаты получены также построением управления дискретного типа.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-41-730022р-а) и Министерства науки и высшего образования РФ (9.5994.2017/БЧ).

Список литературы

1. Черноусько Ф.Л., Ананьевский И.М., Решмин С.А. Методы управления нелинейными механическими системами. М.: Физматлит, 2006. 328 с.
2. Андреев А.С., Перегудова О.А. О стабилизации программных движений голономной механической системы без измерения скоростей // Прикладная математика и механика. 2017. Т. 81. Вып. 2. С. 137-153.
3. Карапетян А.В. Устойчивость стационарных движений. М.: УРСС, 1998. 168 с.