УДК 623.681.93

ПРОБЛЕМЫ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ НАВЕДЕНИЯ

В.С. Верба
АО «Концерн «Вега»
Россия, 121170, Москва, Кутузовский проспект, д.34
E-mail: mail@vega.su

В.И. Меркулов
АО «Концерн «Вега»
Россия, 121170, Москва, Кутузовский проспект, д.34
E-mail: from_fn@mail.ru

Ключевые слова: система наведения, квадратично-биквадратный функционал качества, оптимизация управления летательным аппаратом.

Аннотация: На основе анализа требований, предъявляемых к системам наведения, сделан вывод о необходимости использования новых подходов к оптимизации сигналов управления на основе квадратично-биквадратных функционалов качества. Сформулирована постановка задачи при использовании линейных моделей состояния, получено общее решение для сигнала управления. Рассмотрен пример оптимизации системы наведения на базе линейных нестационарных моделей состояния, учитывающих несоответствие динамических свойств цели и перехватчика.

1. Введение

В основе функционирования любой авиационной системы наведения лежит метод наведения, обеспечивающий формирование требуемой траектории, полет по которой позволит поразить цель. При этом математический аппарат синтеза этих методов должен обеспечивать:

- эффективное наведение на цели, маневрирующие по сложным законам, в том числе и со сменой знаков производных;
- гарантированный увод от границ зон устойчивой (опасной) работы, в том числе для предотвращения столкновений при групповом применении;
- учет несоответствия динамических свойств цели и перехватчика;
- возможность перераспределения приоритетов управления в процессе наведения;
- существенное снижение сложности процедур синтеза как самих сигналов управления, так и алгоритмов их информационного обеспечения;
- универсальность синтеза методов наведения различного назначения.

Следует подчеркнуть, что классические способы оптимизации, основанные на минимизации классических квадратичных функционалов качества, неспособны удовлетворить всей совокупности этих требований. В связи с этим необходимо найти новые более универсальные приемы.

Далее будет рассмотрен аппарат универсального метода синтеза управления, учитывающего перечисленные выше требования, на основе локальной оптимизации квадратично-биквадратных функционалов качества с учетом несоответствия динамических свойств цели и системы наведения.

2. Постановка и решение задачи синтеза

Пусть в состав системы

(1) $$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \xi_x$$

входят n-мерная подсистема

(2) $$\dot{\mathbf{x}}_T = \mathbf{F}_T \mathbf{x}_T + \xi_T,$$

формирующая входные воздействия для n-мерной подсистемы

(3) $$\dot{\mathbf{x}}_У = \mathbf{F}_У \mathbf{x}_У + \mathbf{B}_У \mathbf{u} + \xi_У$$

при наличии измерений

(4) $$\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \xi_И.$$

Здесь $\mathbf{F}_T$ и $\mathbf{F}_У$ – матрицы, определяющие динамические свойства подсистем (2) и (3); $\mathbf{u}$ – r-мерный ($r \le n$) вектор управления; $\mathbf{B}_У$ – матрица эффективности управления; $\mathbf{z}$ – m-мерный ($m \le 2n$) вектор измерений; $\mathbf{H}$ – матрица связи $\mathbf{x}$ и $\mathbf{z}$; ξ_x, ξ_T, $\xi_У$ и $\xi_И$ – гауссовские центрированные векторы состояния и измерений с известными матрицами спектральных плотностей.

В общем случае несоответствие динамических свойств подсистем (2) и (3) можно оценить вектором

(5) $$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x}_T - \mathbf{x}_У$$

возникающих ошибок функционирования, текущие значения которых во времени можно найти посредством решения уравнения:

(6) $$\begin{aligned} \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \dot{\mathbf{x}}_T - \dot{\mathbf{x}}_У = \mathbf{F}_T\mathbf{x}_T - \mathbf{F}_У\mathbf{x}_У - \mathbf{B}_У\mathbf{u} + \mathbf{F}_У\mathbf{x}_T - \mathbf{F}_У\mathbf{x}_T + \xi_T - \xi_У = \\ &= \mathbf{F}_У\Delta\mathbf{x} - \mathbf{B}_У\mathbf{u} + \left(\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_У\right)\mathbf{x}_T + \xi_{экв}; \\ \Delta\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}_У\Delta\mathbf{x} - \mathbf{B}_У\mathbf{u} + \mathbf{s}_У + \xi_{экв}, \quad \Delta\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_T(0) - \mathbf{x}_У(0), \end{aligned}$$

где

(7) $$\mathbf{s}_У = \left(\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_У\right)\mathbf{x}_T$$

можно рассматривать как измеряемое возмущение, а $\xi_{экв} = \xi_T - \xi_У$ – эквивалентный шум.

Постановка задачи синтеза может быть сформулирована следующим образом.

Для системы (1)-(3), (6), (7) при наличии измерений (4) необходимо сформировать вектор $\mathbf{u}$ сигналов управления, оптимальных по минимуму квадратично-биквадратного функционала качества

(8) $$\begin{aligned} I = M_y \Bigg\{ &\int_0^t \mathbf{u}^T(t)\mathbf{K}\mathbf{u}(t)dt + \Delta\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\Delta\mathbf{x}(t) + \Delta\mathbf{x}^T(t)\mathbf{M}(t)\mathbf{P}\Delta\mathbf{x}(t) + \\ &+ 2\Delta\mathbf{x}^T(t)\mathbf{G}\mathbf{s}_У(t) + \mathbf{s}_У^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{s}_У(t)\Bigg\}, \end{aligned}$$

в котором M_y – знак операции условного математического ожидания;

(9)
$$\mathbf{M}=\begin{bmatrix} \Delta x_1^2 & \Delta x_1\Delta x_2 & \Delta x_1\Delta x_3 & \cdots & \Delta x_1\Delta x_n \\ \Delta x_2\Delta x_1 & \Delta x_2^2 & \Delta x_2\Delta x_3 & \cdots & \Delta x_2\Delta x_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta x_n\Delta x_1 & \Delta x_n\Delta x_2 & \Delta x_n\Delta x_3 & \cdots & \Delta x_n^2 \end{bmatrix} -$$

матрица квадратичных форм ошибок управления; $\mathbf{Q}$ и $\mathbf{P}$ – симметричные матрицы, определяющие в управлении вес линейных и нелинейных составляющих, обусловленных использованием матрицы (9); $\mathbf{G}$ – симметричная матрица взаимовлияния $\Delta\mathbf{x}$ и $\mathbf{s}_У$; $\mathbf{K}$ – положительно определенная матрица штрафов за величину сигналов управления.

Принципиальным отличием используемой постановки задачи от классической является использование в (8) биквадратной части функционала $\Delta\mathbf{x}^T\mathbf{MP}\Delta\mathbf{x}$ и учет несоответствия динамических свойств подсистем (7).

Следует подчеркнуть, что в рамках квадратично-биквадратных представлений может быть получено большое количество самых разных функционалов, обеспечивающих решение задач оптимизации с разной степенью эффективности.

Используя обобщенный вектор $\mathbf{y}=\left[\Delta\mathbf{x}^T\mathbf{s}_У^T\right]^T$, можно получить

(10)
$$\mathbf{u}=\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_У^T\left[\mathbf{Q}\left(\hat{\mathbf{x}}_T-\hat{\mathbf{x}}_У\right)+\hat{\mathbf{M}}\mathbf{P}\left(\hat{\mathbf{x}}_T-\hat{\mathbf{x}}_У\right)+\mathbf{G}\left(\mathbf{F}_T-\mathbf{F}_У\right)\hat{\mathbf{x}}_T\right],$$

где учтены соотношения (5)-(7).

Анализ (10) позволяет сделать следующие выводы:

- сигнал управления зависит: от восприимчивости к нему системы (3), определяемой матрицей $\mathbf{B}_У$; штрафов за величину сигналов управления $\mathbf{K}$; ошибок управления $\left(\hat{\mathbf{x}}_T-\hat{\mathbf{x}}_У\right)$; вида входных воздействий и несоответствия динамических свойств подсистем $\mathbf{s}_У=\left(\mathbf{F}_T-\mathbf{F}_У\right)\mathbf{x}_T$;
- сигнал управления содержит три слагаемых, одно из которых $\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_У^T\mathbf{Q}\left(\hat{\mathbf{x}}_T-\hat{\mathbf{x}}_У\right)$ определяет его линейную составляющую, второе $\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_У^T\hat{\mathbf{M}}\mathbf{P}\left(\hat{\mathbf{x}}_T-\hat{\mathbf{x}}_У\right)$ – нелинейную составляющую, а третье $\mathbf{K}^{-1}\mathbf{B}_У^T\mathbf{G}\left(\mathbf{F}_T-\mathbf{F}_У\right)\hat{\mathbf{x}}_T$ учитывает несоответствие динамических свойств подсистем;
- при малых ошибках $\Delta\hat{\mathbf{x}}_i\to 0$ нелинейная кубическая составляющая практически не влияет на величину сигнала управления, обеспечивая высокую чувствительность управления к малым ошибкам;
- при больших ошибках $\Delta\hat{\mathbf{x}}_i$ превалирующей становится кубическая составляющая, за счет которой и осуществляется увод от допустимых границ функционирования;
- влияние учета несоответствия динамических свойств проявляется тем сильнее, чем выше скорость изменения входного воздействия $\hat{\mathbf{x}}_T$.

3. Пример

Для ЛА, определяемого в одной плоскости типовой моделью

(11)
$$\dot{\varphi}_У=\omega_У,\qquad \varphi_У(0)=\varphi_{У0},$$
$$\dot{\omega}_У=-\frac{1}{T_У}\omega_У+\frac{b}{T_У}j_У+\xi_У,\quad \omega_У(0)=\omega_{У0},$$

предназначенного для наведения на интенсивно маневрирующую цель (ИМЦ), положение которой относительно перехватчика в этой плоскости определяется моделью кинематического звена

(12)
$$\dot{\varphi}_T = \omega_T, \qquad \varphi_T(0) = \varphi_{T0},$$
$$\dot{\omega}_T = -\frac{2\dot{Д}}{Д}\omega_T + \frac{1}{Д}\left(j_T - j_У\right) + \xi_У, \qquad \omega_T(0) = \omega_{T0},$$

необходимо сформировать сигнал управления $j_У$, оптимальный по минимуму функционала качества

(13)
$$I = M_y\left\{\int_0^t k_u j_У^2 dt + \begin{bmatrix}\Delta\varphi\\ \Delta\omega\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\left\{\begin{bmatrix}q_{11} & q_{12}\\ q_{21} & q_{22}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\Delta\varphi^2 & \Delta\varphi\Delta\omega\\ \Delta\varphi\Delta\omega & \Delta\omega^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{21} & p_{22}\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}\Delta\varphi\\ \Delta\omega\end{bmatrix} + \right.$$
$$\left. +2\begin{bmatrix}\Delta\varphi\\ \Delta\omega\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}g_{11} & g_{12}\\ g_{21} & g_{22}\end{bmatrix}\mathbf{s}_У + \mathbf{s}_У^T\begin{bmatrix}p_{11} & p_{12}\\ p_{21} & p_{22}\end{bmatrix}\mathbf{s}_У\right\},$$

где

(14)
$$\Delta\varphi = \varphi_T - \varphi_У,\ \Delta\omega = \omega_T - \omega_У,$$

(15)
$$\mathbf{s}_У = \left(\mathbf{F}_T - \mathbf{F}_У\right)\mathbf{x}_T = \left\{\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -\dfrac{2\dot{Д}}{Д}\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & -\dfrac{1}{T_У}\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}\varphi_T\\ \omega_T\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0\\ \left(\dfrac{1}{T_У} - \dfrac{2\dot{Д}}{Д}\right)\omega_T\end{bmatrix}$$

получено на основании (6), (11), (12); $\varphi_У$ и φ_T – углы визирования перехватчика и ИМЦ в выбранной системе координат; $\omega_У$ и ω_T – угловые скорости их линий визирования; $T_У$ – постоянная времени перехватчика, характеризующая его инерционность; b – коэффициент передачи сигнала управления; $Д$ и $\dot{Д}$ — дальность до ИМЦ и ее производная; $j_У$ и j_T – поперечные ускорения перехватчика и цели; $\xi_У$ и ξ_T – центрированные гауссовские шумы состояния.

Используя векторно-матричные представления (11)-(15) в (10) можно получить

(16)
$$j_У = \frac{bq_{21}}{k_u T_У}\Delta\hat{\varphi} + \frac{bq_{22}}{k_u T_У}\Delta\hat{\omega} + \frac{bp_{11}}{k_u T_У}\Delta\hat{\varphi}^2\Delta\hat{\omega} + \frac{2bp_{21}}{k_u T_У}\Delta\hat{\varphi}\Delta\hat{\omega}^2 +$$
$$+\frac{bp_{22}}{k_u T_У}\Delta\hat{\omega}^3 + \frac{bg_{22}}{k_u T_У}\left(\frac{1}{T_У} - \frac{2\hat{\dot{Д}}}{\hat{Д}}\right)\hat{\omega}_T.$$

Анализ (16) позволяет сделать следующие выводы.

Метод наведения характеризует многоконтурную систему с обратными связями только по углу и угловой скорости.

В состав сигнала управления входят линейная составляющая, определяемая первыми двумя слагаемыми, нелинейная составляющая в виде третьего, четвертого и пятого слагаемых и нестационарная составляющая, определяемая шестым слагаемым.

Сигнал управления зависит не только от ошибок $\Delta\varphi$ и $\Delta\omega$, но и от их соотношений и сочетаний $\Delta\hat{\varphi}^2\Delta\hat{\omega}$ и $\Delta\hat{\varphi}\Delta\hat{\omega}^2$.

Сигнал управления зависит не от абсолютных значений коэффициентов штрафов, а от их соотношений $\frac{q_{21}}{k_u}$, $\frac{q_{22}}{k_u}$, $\frac{p_{11}}{k_u}$, $\frac{p_{21}}{k_u}$, $\frac{p_{22}}{k_u}$ и $\frac{g_{22}}{k_u}$, что облегчает выбор их значений. При этом степень влияния нелинейных слагаемых на величину сигнала управления определяется значениями коэффициентов матрицы $\mathbf{P}$.

Особенно важно то, что для получения сигнала управления не требуется знания высоких производных пространственных координат цели, а достаточно иметь оценки пеленгов, угловых скоростей линии визирования, дальности и скорости ее изменения, что не накладывает ограничений на возможность его реализации.

Полагая в (16) матрицы **M** и **P** диагональными, можно получить более простые варианты сигналов управления.

Спецификой третьего, четвертого и пятого слагаемых является их нелинейность, что предопределяет адаптацию их чувствительности к ошибкам наведения. При малых ошибках, когда $\Delta\varphi_i$ и $\Delta\omega_i$ малы, эти слагаемые практически не оказывает никакого слияния на процедуру наведения. Однако, при возрастании ошибок они оказывают все возрастающее влияние, обеспечивая быструю реакцию перехватчика на приближение к опасным границам.

Особенностью нестационарного шестого слагаемого является его зависимость от условий применения ($Д$, $\dot{Д}$, ω_T). На больших расстояниях, когда $\omega_T \to 0$, оно практически не влияет на формирование сигнала управления. Однако на малых расстояниях с возрастанием значений ω_T его влияние существенно возрастает, обеспечивая минимизацию промаха $h \approx \frac{Д^2\omega}{|\dot{Д}|}$.

Для формирования сигнала управления (16) необходимо иметь фильтры, формирующие оптимальные оценки углов, угловых скоростей линий визирования цели и перехватчика, а также дальности и скорости сближения.

Разработанный способ наведения не накладывает принципиальных ограничений на возможность его реализации ни по требуемой вычислительной производительности, ни по возможности его информационного обеспечения.

4. Заключение

Проведенный анализ особенностей требований к системам наведения, на основе которого был предложен метод их оптимизации по минимуму квадратично-биквадратного функционала качества, позволяющий учесть несоответствие динамических свойств в системе «цель – перехватчик», дает возможность сделать следующие заключения.

Предложенный метод оптимизации позволяет обеспечить:

- синтез широкого спектра методов наведения на все типы целей, включая интенсивно маневрирующие цели, движущиеся со сменой знака производных за счет использования комбинации линейной и нелинейной зависимости от ошибок управления;
- гарантированный увод от границ устойчивой (опасной) работы за счет учета квадратичных и кубических ошибок функционирования;
- учет несоответствия динамических свойств цели и системы наведения, что дает возможность осуществлять перехват ИМЦ летательными аппаратами с существенно худшей динамичностью;
- возможность перераспределения приоритетов управления от ошибок наведения по направлению к ошибкам, минимизирующим текущий промах, определяемую последним нестационарным слагаемым;
- снижение сложности формирования как самого сигнала управления, так и, что особенно важно, алгоритмов фильтрации, обусловленное отсутствием необходимости формирования оценок третьей и четвертой производных координат состояния ввиду

их отсутствия в законе управления.

Несомненным достоинством предложенного способа оптимизации, определяющего его простоту, является возможность формирования сигнала управления без решения сложной двухточечной краевой задачи, характерной для классических приемов оптимизации.

Следует подчеркнуть высокую универсальность предложенного способа оптимизации, позволяющего получить широкий спектр различных методов наведения как частных случаев (16).

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-08-01083а).