

# СИНТЕЗ ПОДСИСТЕМЫ НАБЛЮДЕНИЯ ДЛЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПРИ ДЕЙСТВИИ НЕКОНТРОЛИРУЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

**Ю.Г. Кокунько**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: [juliakokunko@gmail.com](mailto:juliakokunko@gmail.com)

**Д.В. Краснов**

*Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН*  
Россия, 117997, Москва, Профсоюзная ул., 65  
E-mail: [dim93kr@mail.ru](mailto:dim93kr@mail.ru)

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, слежение, инвариантность, наблюдатель состояний и возмущений.

**Аннотация:** В рамках синтеза системы слежения для беспилотного летательного аппарата в условиях неполных измерений и действия внешних неконтролируемых возмущений разработана структура подсистемы наблюдения, которая включает два наблюдателя состояния пониженного порядка. Первый наблюдатель строится на основе математической модели объекта управления и дает оценки обобщенных скоростей по измерениям обобщенных координат. Второй наблюдатель строится на основе преобразованной системы вход-выход и по измерениям ошибок слежения дает оценки смешанных переменных (функций от переменных состояния, внешних воздействий и их производных), которые непосредственно фигурируют в базовом законе комбинированного управления. Реализация разработанных алгоритмов, не требующих перенастройки при изменении внешних воздействий, повысит надежность и функциональность системы управления.

## 1. Введение

Разработка беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) с автоматическим управлением является одним из наиболее перспективных направлений современной военной и гражданской авиации. В большинстве работ, посвященных автоматическому управлению БПЛА, предполагается наличие полного комплекта датчиков, измеряющих обобщенные координаты объекта управления, их скорости, ускорения, а также переменные состояния исполнительных устройств, и использование этих сигналов в обратной связи. Однако, при выходе из строя измерительного устройства система может потерять работоспособность, что приводит к аварийной ситуации. В целях повышения надежности в управляющих процессорах стратегических важных объектов следует использовать системы аналитического резервирования измерительных устройств, а именно, динамические подсистемы наблюдения, с помощью которых вычисляются текущие оценки переменных состояния на основе информации, полученной с помощью исправно работающих датчиков. Решение данной проблемы требует привлечения и разработ-

ки специальных методов синтеза динамической обратной связи для БПЛА в условиях неполной информации.

В данной работе в рамках блочного подхода [1-5] решается задача синтеза обратной связи, обеспечивающей вывод БПЛА на заданную пространственную траекторию и обеспечение его движения вдоль данной кривой в условиях неполных измерений и действия внешних, неконтролируемых возмущений. Разработана двухконтурная подсистема наблюдателей состояния пониженного порядка, дающих текущие оценки внутренних и внешних неизмеряемых сигналов без использования их динамических моделей.

## 2. Модель объекта управления. Базовый закон управления

Рассматривается движение центра масс БПЛА в виде пространственного движения материальной точки, которое описывается нелинейной динамической системой шестого порядка вида [6]

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{L} &= V \cos \vartheta \cos \psi, \quad \dot{H} = V \sin \vartheta, \quad \dot{Z} = -V \cos \vartheta \sin \psi; \\ \dot{V} &= (u_1 - \sin \vartheta)g + \eta_1(t), \quad \dot{\vartheta} = \frac{(u_2 - \cos \vartheta)g}{V} + \eta_2(t), \quad \dot{\psi} = -\frac{u_3}{V \cos \vartheta} + \eta_3(t), \end{aligned}$$

где  $L$  – продольная дальность,  $H$  – высота,  $Z$  – боковое отклонение, отсчитываемое вправо,  $V$  – модуль вектора скорости,  $\vartheta$  – угол наклона вектора скорости,  $\psi$  – угол курса, отсчитываемый против часовой стрелки, который можно выразить через разность угла наклона вектора скорости и угла наклона касательного вектора;  $g$  – ускорение свободного падения;  $u_1 = n_x$ ,  $u_2 = n_y \cos \gamma$ ,  $u_3 = n_y \sin \gamma$  – управляющие воздействия, выраженные через продольную  $n_x$  и поперечную  $n_y$  перегрузки, а также угол крена  $\gamma$  вектора перегрузки;  $\eta_1 = (\eta_1, \eta_2, \eta_3)^T$  – вектор внешних возмущений, элементы которого полагаются неизвестными функциями времени, ограниченными вместе со своими производными известными константами:  $|\eta_i(t)| \leq N_i$ ,  $|\dot{\eta}_i(t)| \leq \bar{N}_i \quad \forall t \geq 0$ .

Введем обозначения для обобщенных координат (выходных переменных)  $y_{11} = L$ ,  $y_{12} = H$ ,  $y_{13} = Z$ . Учитывая, что в режиме полета  $V(t) \neq 0$ ,  $0 < \vartheta(t) < \pi/2$ , выполним диффеоморфную замену локальных координат

$$(2) \quad y_{21} = V \cos \vartheta \cos \psi, \quad y_{22} = V \sin \vartheta, \quad y_{23} = -V \cos \vartheta \sin \psi$$

и представим систему (1) в каноническом виде:

$$(3) \quad \dot{y}_1 = y_2, \quad \dot{y}_2 = f(y_1) + C(V, \vartheta, \psi)\eta(t) + B(\vartheta, \psi)u,$$

где

$$f = \begin{pmatrix} 0 \\ -g \\ 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} g \cos \vartheta \cos \psi & -g \sin \vartheta \cos \psi & \sin \psi \\ g \sin \vartheta & g \cos \vartheta & 0 \\ -g \cos \vartheta \sin \psi & g \sin \vartheta \cos \psi & \cos \psi \end{pmatrix}, \quad \det B \equiv g^2 \neq 0,$$

$$C = \begin{pmatrix} \cos \vartheta \cos \psi & -V \sin \vartheta \cos \psi & -V \cos \vartheta \sin \psi \\ \sin \vartheta & V \cos \vartheta & 0 \\ -\cos \vartheta \sin \psi & V \sin \vartheta \sin \psi & -V \cos \vartheta \cos \psi \end{pmatrix}.$$

Для системы (3) ставится задача синтеза закона управления в форме обратной связи, обеспечивающего вывод объекта на заданную пространственную траекторию и его движение вдоль данной кривой, заданной параметрически в системе обобщенных координат  $y_1(t) = (y_{11}, y_{12}, y_{13})^T$  в виде  $y_{1d}(t) = (y_{11d}, y_{12d}, y_{13d})^T$ . Для синтеза системы сле-

жения используем блочный подход [1-5] и путем замены переменных

$$e_1 = y_1 - y_{1d}, \quad e_2 = y_2 - \dot{y}_{1d} + K_1 e_1, \quad e_3 = C(V, \mathcal{G}, \psi) \eta(t) - \dot{y}_{1d}, \quad e_{1,2,3} \in R^3$$

представим (3) в виде блочной формы вход–выход относительно ошибок слежения:

$$(4) \quad \dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \quad \dot{e}_2 = K_1(-K_1 e_1 + e_2) + f(g) + e_3 + B(\mathcal{G}, \psi)u.$$

В терминах системы (4) сформируем базовый (т.е. в условиях измерений всех сигналов) закон комбинированного управления

$$(5) \quad u = -B^{-1}(\mathcal{G}, \psi)(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)e_2 + e_3 + f(g)),$$

что обеспечит следующий вид замкнутой (4)–(5) системы:  $\dot{e}_1 = -K_1 e_1 + e_2, \quad \dot{e}_2 = -K_2 e_2$ .

Выбором постоянных элементов матриц (например,  $K_j = \text{diag}(k_{ji}), k_{ji} > 0, j = 1, 2, i = \overline{1,3}$ ) обеспечивается желаемая скорость экспоненциальной сходимости ошибок слежения.

В следующем разделе представлен основной результат – методы информационного обеспечения базового закона управления (5) в условиях неполных измерений.

### 3. Синтез подсистемы наблюдения

Для реализации комбинированного управления (5) нужны текущие значения всех переменных состояния системы (1), задающих воздействий и их производных до второго порядка включительно, а также внешних возмущений. Покажем, что по измерениям только обобщенных координат  $y_1(t)$  и их задающих воздействий  $y_{1d}(t)$  можно получить с наперед заданной точностью текущие оценки обобщенных скоростей  $y_2(t)$  и функций от внешних сигналов с помощью наблюдателей состояния специального вида. Разработанная подсистема наблюдения включает два наблюдателя соответственно.

#### 3.1. Наблюдатель обобщенных скоростей пониженного порядка

Первая задача состоит в получении оценок косинусов (синусов) угла наклона вектора скорости  $\tilde{\mathcal{G}}$  и угла курса  $\tilde{\psi}(t)$ , требуемых для формирования в законе управления (5) матрицы  $B^{-1}(\mathcal{G}, \psi)$ . С этой целью первый наблюдатель строится как реплика укороченной системы (3), а именно,  $\dot{y}_1 = y_2$ , где переменные  $y_1(t)$  измеряются, а  $y_2(t)$  трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченными производными:

$$|y_{2i}(t)| \leq Y_{2i}, \quad |\dot{y}_{2i}(t)| \leq \bar{Y}_{2i} \quad \forall t \geq 0, \quad i = \overline{1,3}.$$

Наблюдатель «возмущений» (по сути, дифференциатор) имеет третий порядок:

$$(6) \quad \dot{z}_0 = v_0(\varepsilon_0),$$

где  $z_0 \in R^3$  – вектор состояния наблюдателя,  $v_0 \in R^3$  – вектор корректирующих воздействий,  $\varepsilon_0 = y_1 - z_0 \in R^3$  – вектор ошибок наблюдения,  $\dot{\varepsilon}_0 = y_2 - v_0$ . Задача наблюдения сводится к задаче стабилизации с заданной точностью ошибок наблюдения и их производных

$$(7) \quad |\varepsilon_{0i}(t)| \leq \alpha, \quad |\dot{\varepsilon}_{0i}(t)| \leq \alpha \quad \forall t > t_0 \geq 0, \quad i = \overline{1,3}.$$

Из уравнения статики  $\dot{\varepsilon}_0 = y_2 - v_0 \approx 0$  следует, что  $\forall t > t_0$  корректирующие воздействия служат оценками «внешнего возмущения»:  $|y_{2i}(t) - v_{0i}(t)| \leq \alpha, \quad i = \overline{1,3}$ . Для обеспечения (7) нужно использовать корректирующие воздействия специального вида: либо разрывные с организацией скользящего режима на поверхности  $\varepsilon_0(t)$  в виртуальном пространстве ошибок наблюдения [1, 2], либо непрерывные в виде кусочно-линейных

[4, 5] или нелинейных сигмоидальных функций [3]. Тогда с учетом (2) имеем:

$$(8) \quad \tilde{V} = \sqrt{v_{01}^2 + v_{02}^2 + v_{03}^2},$$

$$\sin \tilde{\mathcal{G}} = \frac{v_{02}}{\tilde{V}}, \quad \cos \tilde{\mathcal{G}} = \sqrt{1 - \frac{v_{02}^2}{\tilde{V}^2}}, \quad \cos \tilde{\psi} = \frac{v_{01}}{\tilde{V} \cos \tilde{\mathcal{G}}}, \quad \sin \tilde{\psi} = -\frac{v_0}{\tilde{V} \cos \tilde{\mathcal{G}}}.$$

Заметим, что если в системе (1) (и, следовательно, в (3), (4)) внешние возмущения отсутствуют  $\eta(t) \equiv 0$ , известны текущие значения задающих воздействий и их производных до второго порядка, то тогда оценок (8) достаточно для синтеза базового закона управления (5). При наличии внешних возмущений, а также при задании программного движения в виде набора пространственных точек, оценки (8) используются для формирования матрицы  $B = (b_{ij})$ ,  $|b_{ij}(\tilde{\mathcal{G}}, \tilde{\psi}) - b_{ij}(\mathcal{G}, \psi)| \leq a_{ij}\alpha$ ,  $i, j = \overline{1, 3}$ , а для оценивания остальных составляющих закона управления (5) ниже разработан второй наблюдатель, построенный на основе преобразованной системы (4).

### 3.2. Наблюдатель смешанных переменных пониженного порядка

В классических постановках для оценивания внешних возмущений и производных задающих воздействий пространство состояний расширяется за счет экзогенных динамических моделей – генераторов заданий и возмущений. Наша цель состоит в создании многофункциональной системы автоматического управления БПЛА, поддерживающей различные рабочие режимы в условиях существенно меняющихся внешних условий. С этой целью генераторы внешних воздействий в систему управления не вводятся, а задача оценивания внешних воздействий по отдельности не рассматривается. Ставится задача оценивания смешанных переменных  $e_2(t)$ ,  $e_3(t)$  – функций от переменных состояния и внешних воздействий, непосредственно фигурирующих в законе комбинированного управления (5), по измерениям ошибок слежения  $e_1(t)$ . С этой целью в качестве основы для построения второго наблюдателя принимается система (4), представленная с помощью невырожденных замен переменных  $s_1 = e_1 \in R^n$ ,  $s_2 = -L_2 e_1 + e_2 \in R^n$ ,  $L_2 = \text{diag}(l_{2i}), l_{2i} > 0, i = \overline{1, 3}$  в виде

$$(9) \quad \dot{s}_1 = (L_2 - K_1)s_1 + s_2, \quad \dot{s}_2 = -(L_2 - K_1)^2 s_1 - (L_2 - K_1)s_2 + e_3 + f(g) + Bu.$$

На основе (9) построим наблюдатель без корректирующих воздействий с использованием измеряемых сигналов  $s_1$  и оценок, полученных с помощью наблюдателя (6):

$$(10) \quad \dot{z}_1 = (L_2 - K_1)z_1 + z_2 + L_1(s_1 - z_1), \quad L_1 = \text{diag}(l_{1i}), l_{1i} > 0, i = \overline{1, 3},$$

$$\dot{z}_2 = -(L_2 - K_1)^2 s_1 - (L_2 - K_1)z_2 + f(g) + B(\tilde{\mathcal{G}}, \tilde{\psi})u, \quad z_{1,2} \in R^3.$$

Система (10) является наблюдателем пониженного порядка в том смысле, что динамическая модель переменных  $e_3(t) = (e_{31}, e_{32}, e_{33})^T$  отсутствует, они трактуются как внешние ограниченные возмущения с ограниченными производными. Задача синтеза заключается в выборе больших коэффициентов  $l_{1i}, l_{2i} > 0$ , при которых с заданной точностью обеспечивается стабилизация ошибок наблюдения  $\varepsilon_j = s_j - z_j$ ,  $j = 1, 2$  и их производных. С этой целью выполним покомпонентный анализ систем

$$(11) \quad \dot{\varepsilon}_1 = -(L_1 + K_1 - L_2)\varepsilon_1 + \varepsilon_2, \quad \dot{\varepsilon}_2 = -(L_2 - K_1)\varepsilon_2 + \bar{e}_3,$$

$$(12) \quad \dot{\varepsilon}_1 = -(L_1 + K_1 - L_2)\varepsilon_1 + \dot{\varepsilon}_2, \quad \dot{\varepsilon}_2 = -(L_2 - K_1)\dot{\varepsilon}_2 + \dot{\bar{e}}_3,$$

где  $\bar{e}_3 = e_3 + \Delta Bu$ ,  $\Delta B = B(\mathcal{G}, \psi) - B(\tilde{\mathcal{G}}, \tilde{\psi})$ ,  $\bar{e}_{3i} = e_{3i} + \varphi_i$ ,  $|\varphi_i(t)| \leq \alpha a_i \|u\| = F_i(\alpha) \forall t > t_0$ ,

$$(13) \quad |\bar{e}_{3i}(t)| \leq \bar{E}_i, \quad |\dot{\bar{e}}_{3i}(t)| \leq \tilde{E}_i \quad \forall t \geq 0, \quad i = \overline{1, 3}.$$

При  $l_{1i} + k_{1i} > l_{2i}$ ,  $l_{2i} > k_{1i}$ ,  $i = \overline{1,3}$  собственные движения переменных систем (11), (12) устойчивы. При выполнении (13) с точностью до затухающих собственных движений имеют место следующие оценки:

$$|\varepsilon_{2i}(t)| \leq \frac{\bar{E}_i}{l_{2i} - k_{1i}}, |\varepsilon_{1i}(t)| \leq \frac{\bar{E}_i}{(l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})} \quad \forall t > t_1 > t_0,$$

$$|\dot{\varepsilon}_{2i}(t)| \leq \frac{\tilde{E}_i}{l_{2i} - k_{1i}}, |\dot{\varepsilon}_{1i}(t)| \leq \frac{\tilde{E}_i}{(l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})} \quad \forall t > t_2 > t_1, i = \overline{1,3}.$$

Установим связь между «внешним возмущением»  $\bar{e}_3(t)$ , измеряемой ошибкой наблюдения  $\varepsilon_1(t) = s_1(t) - z_1(t)$  и производными переменных системы (11):

$$\bar{e}_{3i} = (l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})\varepsilon_{1i} + (l_{2i} - k_{1i})\dot{\varepsilon}_{1i} + \dot{\varepsilon}_{2i}, i = \overline{1,3}.$$

Отсюда следует, что переменные  $v_i(t) = (l_{1i} + k_{1i} - l_{2i})(l_{2i} - k_{1i})\varepsilon_{1i}(t)$ ,  $i = \overline{1,3}$ , которые можно трактовать как виртуальные корректирующие воздействия наблюдателя (10),  $v = (v_1, v_2, v_3)^T$ , служат оценкой «внешнего возмущения»  $\forall t > t_2$  в следующем смысле:

$$|e_{3i}(t) + \varphi_i(t, \alpha) - v_i(t)| \leq |(l_{2i} + k_{2i} - k_{1i})\dot{\varepsilon}_{1i}(t) + \dot{\varepsilon}_{2i}(t)| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |e_{3i}(t) - v_i(t)| \leq \tilde{E}_i \left( \frac{1}{l_{1i} + k_{1i} - l_{2i}} + \frac{1}{l_{2i} - k_{1i}} \right) + F_i(\alpha), i = \overline{1,3}.$$

Заданная точность оценивания смешанных переменных  $|\varepsilon_{2i}(t)| = |s_{2i} - z_{2i}| \leq \beta$ ,  $|e_{3i}(t) - v_i(t)| \leq \beta \quad \forall t > t_2$  обеспечивается при следующем выборе параметров  $l_{(1,2)i}$ :

$$l_{2i} > \max \left\{ \frac{\bar{E}_i}{\beta}, \frac{1}{\Delta_i} \right\} + k_{1i}, \quad l_{1i} > l_{2i} + \frac{1}{\beta_i - \Delta_i} - k_{1i}, \quad \frac{\beta - F_i(\alpha)}{\tilde{E}_i} = \bar{\beta}_i,$$

где  $0 < F_i(\alpha) < \beta$ ,  $0 < \Delta_i < \bar{\beta}_i$ ,  $i = \overline{1,3}$ . В замкнутой системе (1), (5), (6), (10) базовый закон комбинированного управления реализуется в виде

$$u = -B^{-1}(\tilde{g}, \tilde{\psi})(-K_1^2 e_1 + (K_1 + K_2)(z_2 + L_2 e_1) + v + f(g))$$

и обеспечивает при  $\forall t > t_2$  стабилизацию ошибок слежения с заданной точностью.

Результаты численного моделирования подтвердили эффективность разработанного метода аналитического резервирования измерительных приборов.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (18-01-00846А).

## Список литературы

1. Краснова С.А., Мысик Н.С. Синтез инвариантной системы управления продольным движением летательного аппарата // Автоматика и телемеханика. 2011. № 10. С. 104-116.
2. Дик В.В., Краснова С.А., Ткачев С.Б. Аналитическое резервирование систем летательного аппарата // Наука и образование: электронное научно-техническое издание. М.: Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. № 6. С. 211-226.
3. Краснова С.А., Мысик Н.С. Каскадный синтез наблюдателя состояния с нелинейными корректирующими воздействиями // Автоматика и телемеханика. 2014. № 2. С. 106-128.
4. Краснова С.А., Уткин В.А., Уткин А.В. Блочный подход к анализу и синтезу инвариантных нелинейных систем слежения // Автоматика и телемеханика. № 12. 2017. С. 26-53.
5. Краснов Д.В., Уткин А.В. Синтез многофункциональной системы слежения в условиях неопределенности // Управление большими системами. 2017. Вып. 69. С. 29-49.

6. Канатников А.Н., Крищенко А.П. Терминальное управление пространственным движением летательных аппаратов // Известия РАН. Теория и системы управления. 2008. № 5. С. 51-64.